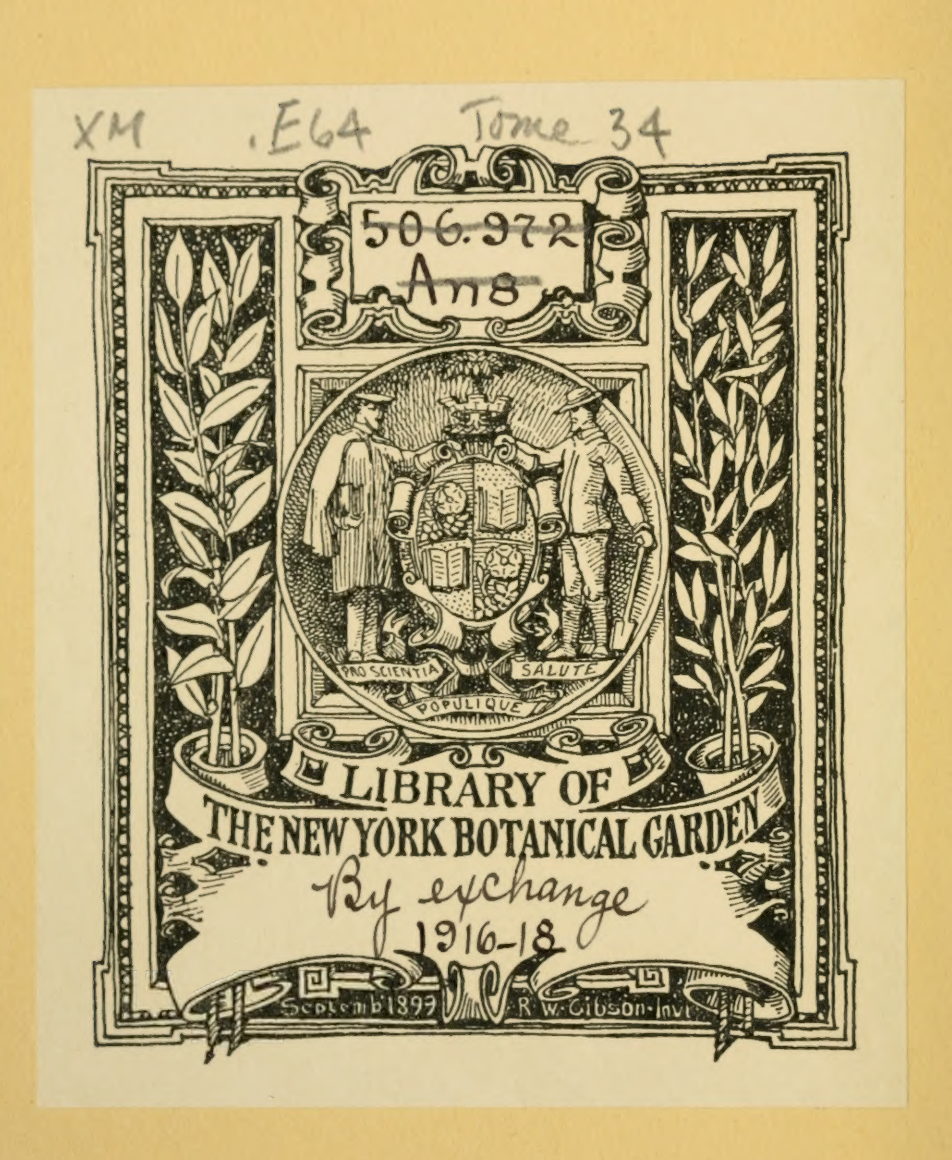
XM .E64 Tome 34





MEMORIAS DE LA SOCIEDAD CIENTIFICA "ANTONIO ALZATE"

MEMOIRES

DE LA

SOCIÉTÉ SCIENTIFIQUE "ANTONIO ALZATE"

PUBLIÉS SOUS LA DIRECTION

DE

RAFAEL AGUILAR Y SANTILLAN

Secrétaire Perpétuel

TOME 34

1914-1915

MEXICO

DEPARTAMENTO DE TALLERES GRAFICOS DE LA SECRETARIA DE FOMENTO

1ª Calle de Filomeno Mata Num. 8.

1917

MEMORIAS

DE LA

SOCIEDAD CIENTIFICA "ANTONIO ALZATE"

PUBLICADAS BAJO LA DIRECCION

DE

RAFAEL AGUILAR Y SANTILLAN

Secretario perpetuo

TOMO 34

1914-1915

MEXICO

DEPARTAMENTO DE TALLERES GRAFICOS DE LA SECRETARIA DE FOMENTO

1ª Calle de Filomeno Mata Num. 8.

1917

Tomo 34. Números 1, 2 y 3.

MEMORIAS Y REVISTA

DE LA

SOCIEDAD CIENTIFICA

"Antonio Alzate"

publicadas bajo la dirección de

RAFAEL AGUILAR Y SANTILLAN

Secretario General Perpetuo

SUMARIO.—SOMMAIRE

(Memorias, pliegos 1 a 7. — Mémoire , feuilles 1 à 7)

MEXICO

SOCIEDAD CIENTIFICA "ANTONIO ALZATE"

Ex-Volador, 3er. Piso, núms. 15 y 16

DEPARTAMENTO DE IMPRENTA DE LA SECRETARIA DE FOMENTO

Primera calle de Betlemitas número 8

Febrero de 1916

Publicación registrada como artículo de segunda clase en 12 de Febrero de 1907

LOS HOMBRES DE CIENCIA MUERTOS EN 1912

Por el Dr. Alfonso Pruneda, M. S. A.

(SESIÓN DEL 1º DE SEPTIEMBRE DE 1913)

Aunque un poco tarde, por el motivo que bien conocéis, vengo como en años anteriores, a consagrar, con vosotros, un recuerdo, que es al mismo tiempo un homenaje, a los trabajadores de la ciencia que han dejado este mundo.

El número de los que hirió la muerte en 1912 es considerable; pudiera decirse que no hay ningún dominio científico que no haya resentido pérdidas más o menos importantes. Matemáticos, astrónomos, físicos, químicos, naturalistas, médicos, higienistas, exploradores, aviadores, etc., etc.; entre todos escogió la Muerte el obligado tributo que la Vida ha de rendirle año por año. Pero entre ellos, la ciencia tiene que lamentar la desaparición de algunos sabios de primer orden, como *Lister*, *Poincaré*, *Strasburger*, *Cyon*, *Munk* y *Hansen*, a quienes se deben trascendentales conquistas y con quienes la Humanidad tiene contraída una deuda impagable.

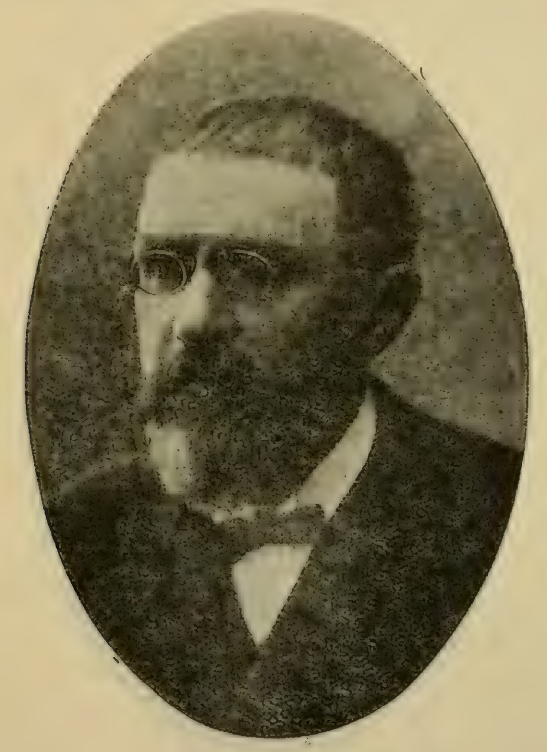
Voy a recordar, pues, aunque sea brevemente, la meritoria vida de los hombres de ciencia desaparecidos de entre los vivos en 1912. No podré recordarlos a todos. Ni el tiempo nos alcanzaría, ni sería humanamente posible tener noticia de ellos. Pero, como en otras ocasiones, haré desfilar ante vosotros las principales figuras científicas, tanto nacionales como extranjeras, aleja-

das para siempre de nosotros, consagrando un piadoso recuerdo a todos aquellos que también trabajaron y vivieron por la ciencia, aunque en esfera más modesta.

Estas conmemoraciones que de año en año hace la Sociedad Alzate por mi humilde voz y que deseo y espero fervientemente seguirá haciendo aun cuando el que habla desaparezca de entre vosotros, son, a la par que dolorosas por el pesar que causa el alejamiento eterno muchas veces prematuro, de insignes personalidades científicas, reconfortantes y consoladoras porque ponen ante nuestros ojos existencias consagradas por completo a la verdad y nos permite darnos cuenta de que ha habido muchos seres que, sin vacilación, han dedicado su vida a alcanzar el bienestar común, sacrificándose y consumiéndose en el estudio con el más vivo desinterés. Y son también necesarias, como estímulos poderosos para que no desmayemos en la tarea emprendida y sepamos, en caso dado, dar también nuestra vida por la verdad y por la ciencia.

Comenzaremos esta recordación por los MATEMÁTICOS, entre los cuales se cuentan verdaderas eminencias. La primera de ellas es, sin disputa, *Henri Poincaré*, muerto el 17 de Julio de 1912 a la prematura edad de 58 años. El ilustre sabio francés nació en Nancy, demostrando desde niño aptitudes muy notables; su paso por la Escuela Politécnica ha dejado una memoria imborrable. Ingeniero en el Cuerpo de Minas, doctor en ciencias matemáticas después, principió sus trabajos como maestro en la enseñanza superior en la Facultad de Ciencias de Caen; en 1881 pasó a la Sorbona, para ocupar la cátedra de mecánica física y experimental; más tarde tuvo a su cargo la de física matemática y, por último, sucedió a Tisserand en la de mecánica celeste. Durante 13 años fué, además, repetidor en la Escuela Politécnica, enseñando ahí astronomía durante un año. Miembro de la Academia de Ciencias desde 1887, fué electo para formar parte de la Academia Francesa en 1909, y al morir, era socio de numerosas agrupacio-

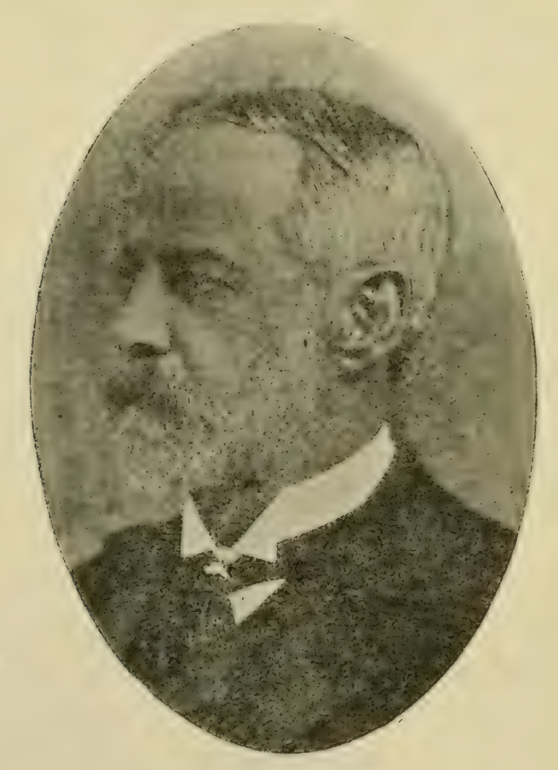
nes científicas de todo el mundo. Sus magistrales trabajos y sus profundos conocimientos, le hicieron ocupar un lugar muy prominente entre los grandes físicos, astrónomos y filósofos. Como matemático, revolucionó, si puede decirse así, la ciencia y dejó concepciones nuevas, verdaderamente geniales, de las cuales pudo él mismo sacar conclusiones, algunas de ellas sorprendentes.



Henri Poincaré.

Sus publicaciones han sido muy estimadas y todavía su último libro, aparecido después de su muerte, ha causado en sus lectores la misma impresión de profundidad y de grandeza que sus congéneres. Poincaré unía a sus altas dotes científicas una personalidad moral muy elevada, en la que la benevolencia no era el menor atributo. Su muerte prematura deja en la ciencia un lugar que será muy difícil de llenar por mucho tiempo.

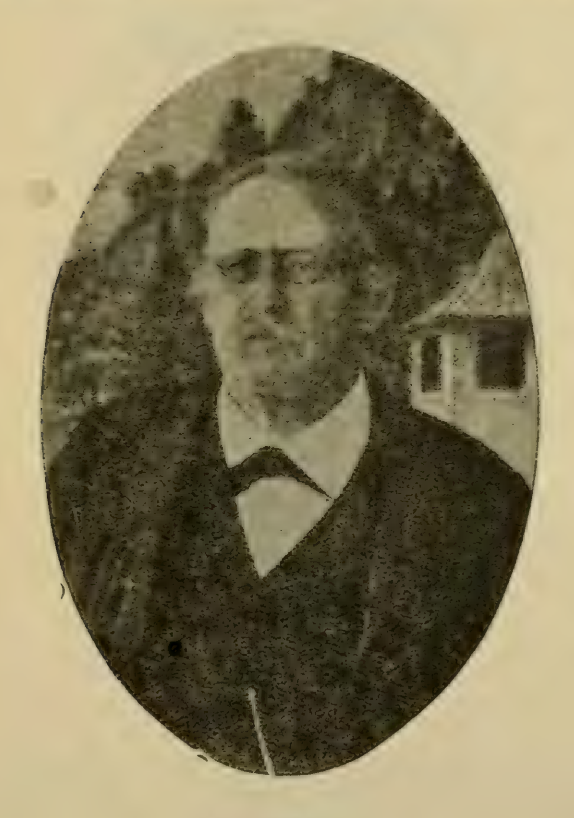
Otro matemático, también muy distinguido, fué *Sir George H. Darwin*, hijo del célebre naturalista ingles Carlos Darwin. Murió en Cambridge el 7 de Diciembre, a los 67 años. Desde los primeros estudios orientó su vocación hacia las matemáticas y pronto se hizo conocer muy ventajosamente por sus trabajos de mecánica y geofísica, en particular por los que emprendió sobre



Sir George H. Darwin.

las mareas y los movimientos atmosféricos. Desde 1883 ocupaba la cátedra de astronomía en la Universidad de Cambridge. Fué presidente de la Asociación Británica para el adelanto de las Ciencias; corresponsal de la Academia de Ciencias de París, y en 1912, le cupo la honra, muy merecida, de presidir el 5º Congreso Internacional de Matemáticas.

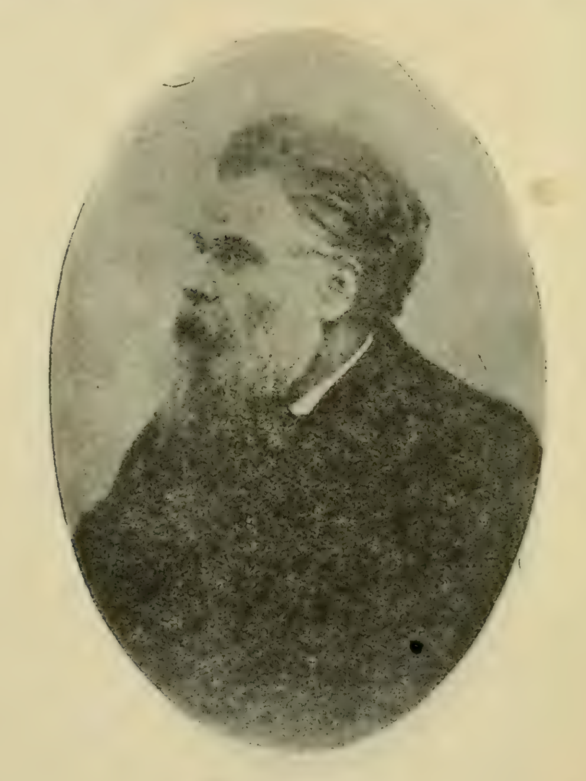
Matemático, igualmente, lo fué *Jacob Amsler*, muerto el 4 de Enero a los 89 años. Estudió en Jena y Koenigsberg, en donde le confirieron en 1894 el grado de doctor en filosofía *honoris causa*. Privat-docent en la Universidad de Zurich, enseñó más tarde matemáticas en el Gimnasio de Schaffhouse. Se hizo conocer en el mundo científico por la solución de problemas no



Jacob Amsler.

resueltos antes de él y por la invención de diversos instrumentos, entre ellos el «planímetro polar,» en uso desde hace 60 años. Fué el primero que tuvo la idea de reemplazar los antiguos cartuchos de papel por cartuchos de envoltura metálica. Fundó en Schaffhouse talleres de mecánica, que pronto fueron célebres, de

los cuales salieron muchas máquinas de su invención. Era corresponsal de la Academia de Ciencias de París. También cultivó las ciencias matemáticas *Lucien Lévy*, nacido en París en 1853; antiguo discípulo de la Escuela Politécnica, fué más tarde profesor agregado de matemáticas; su obra, muy apreciada, le había llevado a la presidencia de la Sociedad Matemática de

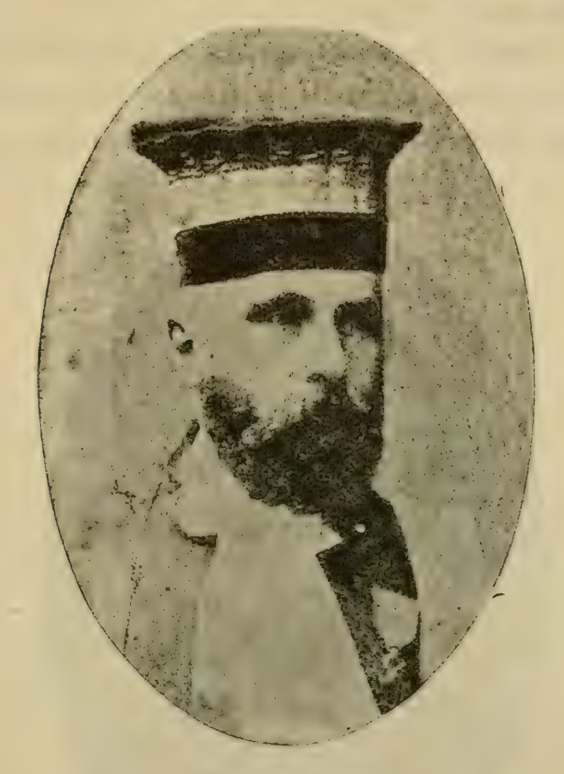


Emile Lemoine.

Francia. Por último, en este grupo debemos mencionar a *Emile Lemoine*, muerto el 21 de Febrero a los 72 años, autor de trabajos de geometría notables y creador de la geometrografía.

Entre los ASTRÓNOMOS recordaremos en primer lugar a *Charles André*, profesor de astronomía en la Facultad de Ciencias de Lyón, nacido el 14 de Mayo de 1841 y muerto el 6 de Junio

de 1912. Agregado de ciencias físicas y naturales primeramente; astrónomo adjunto, después, en el Observatorio de París, desempeñó este último puesto hasta 1876, en que fué encargado del curso de astronomía física en la facultad de Ciencias de Lyón.

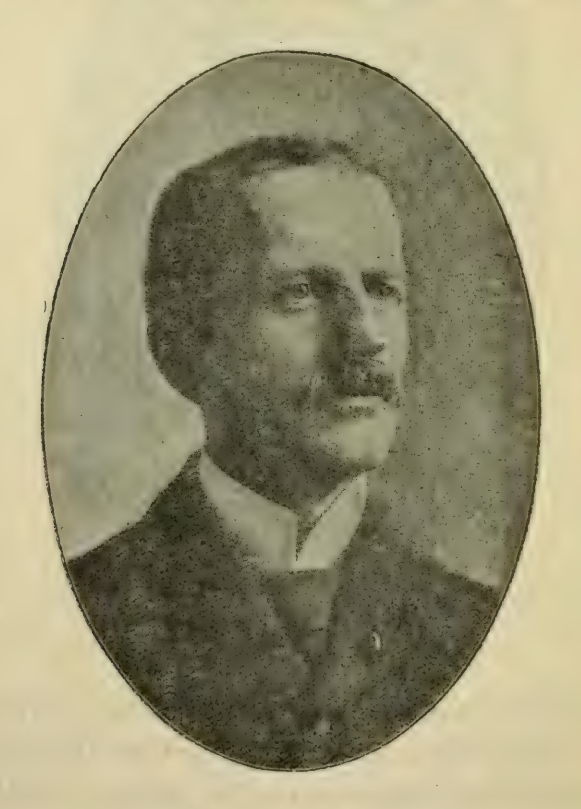


Charles André.

En 1879 se fundó en esa ciudad el Observatorio y fué nombrado su director. Se le deben investigaciones muy interesantes sobre la difracción en los instrumentos de óptica; y sobre variadas cuestiones relativas al magnetismo terrestre, a la electricidad atmosférica y, en general, a meteorología. Sus obras demuestran una profunda erudición; la titulada «Los Planetas y su origen» es muy interesante y su «Tratado de Astronomía estelar» es clásico. Dejó muchos discípulos, que han sobresalido en la ciencia astronómica y que fueron sus colaboradores. Al morir era miem-

bro corresponsal de la Academia de Ciencias de París, del Instituto de Francia y oficial de la Legión de Honor. También no debemos olvidar a *Lewis Boss*, director del Observatorio Dudley, de Albany, muerto a los 66 años, y autor de catálogos de estrellas de gran valor.

Abbot L. Rotch, METEORÓLOGO muy distinguido, murió en Boston, a los 51 años. Fundador y director del Observatorio Meteorológico de Blue Hill, deja trabajos interesantísimos; se le



Abbot L. Rotch.

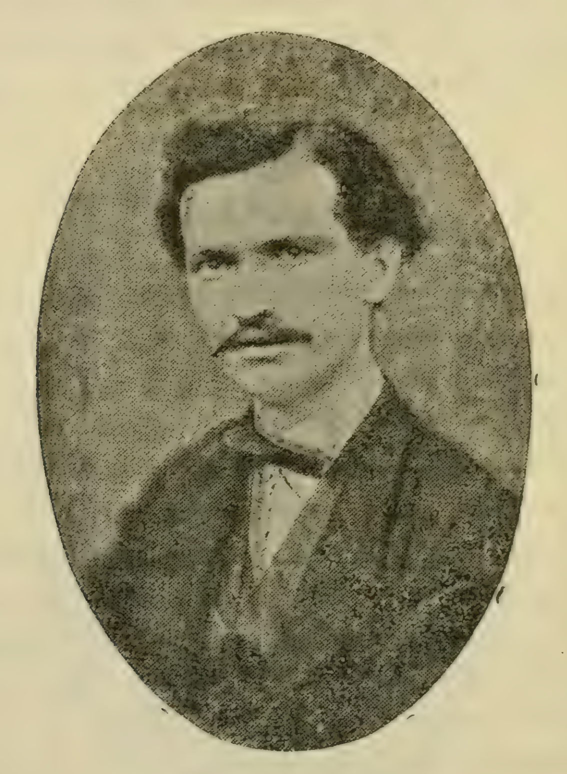
deben las primeras observaciones en la alta atmósfera por medio de los papalotes; estudios muy valiosos acerca de los sondeos aéreos, las condiciones meteorológicas de la alta atmósfera, la reabsorción de las radiaciones solares por la atmósfera, etc. Era

profesor de la Universidad de Harvard desde 1907. También sobresalió mucho por sus conocimientos el más grande OCEANÓGRAFO de Alemania, *O. Krümmel*, que enseñaba desde hace tiempo en Kiel, después de haber profesado en Marburg. Como resultado de sus estudios compuso el célebre Manual de Oceanografía, que es seguramente el más completo sobre la materia. Miembro del Comité Internacional Permanente para el estudio del Mar del Norte, había sido designado para formar parte del Comité de Preparación de una carta de las profundidades del Océano.



Entre los cultivadores de las ciencias físicas y químicas, mencionaremos primero a los FÍSICOS: *Augustin Mouchot*, nacido en Semur-en Auxois en 1825, y cuyo nombre está unido a los primeros ensayos industriales de utilización del calor solar; sus primeros experimentos datan de 1860, siendo profesor en el Liceo de Tours; en 1867, en Meudon, logró hacer andar una máquina de vapor; en 1878, en la Exposición Universal de París, exhibió una bomba de vapor accionada por el calor del sol. Sus ensayos han sido aprovechados en América e Inglaterra por muchos constructores, en la destilación, en la cocina, la fuerza motriz, pilas termoélectricas, etc. Publicó varias obras, entre las cuales pueden mencionarse «El calor solar y sus aplicaciones industriales» y la «Reforma cartesiana extendida a las diversas ramas de las matemáticas.» *Pacinotti*, nacido en Pisa el 17 de Junio de 1841; fué el primero que tuvo la visión distinta de una vía nueva que seguir en la aplicación del electromagnetismo a la producción y utilización mecánica de la corriente eléctrica; se le debe la invención de la máquina electro-magnética de inducido angular. Era profesor de física tecnológica en la Universidad de Pisa y Senador del Reino de Italia. *P. N. Lebedeff*, profesor de fí-

sica en la Universidad de Moscow, muerto a la edad temprana de 46 años, y autor de hermosos trabajos acerca de la presión de la luz sobre las superficies que hiere. *Aug. Töpler*, el inventor de la conocida bomba de mercurio que lleva su nombre, muerto a la edad de 76 años. Por último, *W. Bottomley*, distinguido ingeniero electricista, que falleció en Glasgow a los 63 años y que

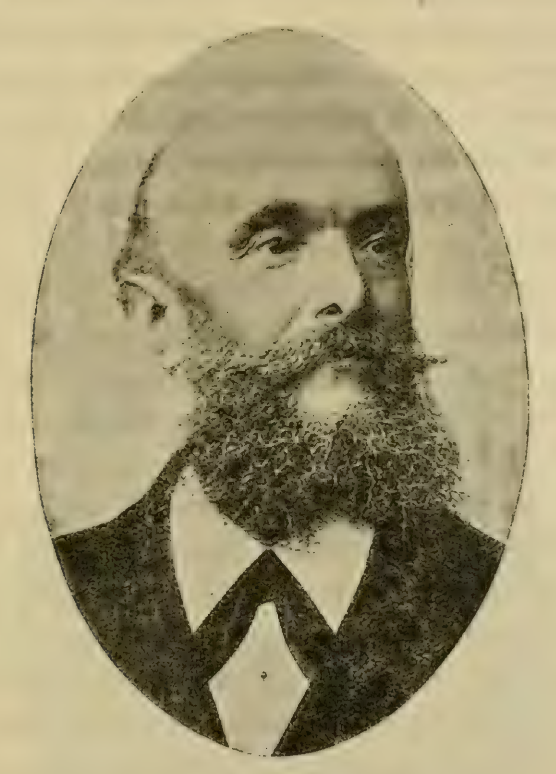


Antonio Pacinotti.

colaboró con su célebre pariente Lord Kelvin, en varias de sus investigaciones de orden práctico sobre los cables telegráficos.

Un lugar especial debe ocupar el TELEGRAFISTA *Charles Bourseul*, que nació en Bruselas en 1829 y murió el 23 de Noviembre de 1912, a los 83 años. Después de buenos estudios ingresó a la Administración de Telégrafos, y en 1885 publicó en un periódi-

co ilustrado el principio del teléfono eléctrico, descubrimiento que no fué tomado entonces en consideración, por más que más tarde le rindieran por él público homenaje en un congreso in-



Aug. Töpler.

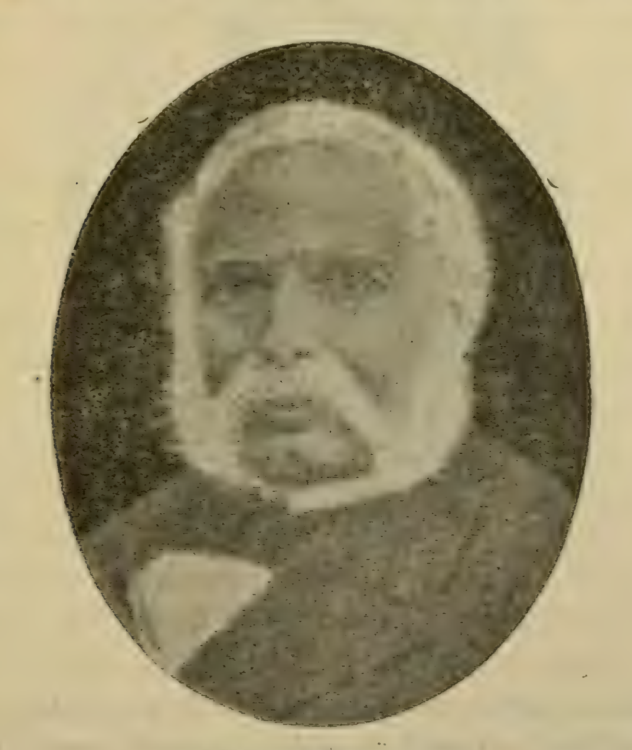
ternacional, Graham Bell y Edison, que lo reconocieron como el precursor del teléfono. Al morir era director honorario de las Postas y Telégrafos.

También merecen ser recordados de una manera especial dos AVIADORES: *Wilbur Wright* y *Hubert Latham*. Wright, nacido en Dayton, Ohio, en 16 de Abril de 1867, murió en la misma ciudad en 31 de Mayo de 1912. Hizo sus estudios de ingeniero y, en sociedad con su hermano Orville, instaló en su ciudad natal un taller para la construcción de bicicletas; obrero ingenioso

y emprendedor, espíritu curioso, enamorado apasionadamente de la mecánica, dice uno de sus biógrafos, «debía interesarse mucho por las cosas de aviación aún en sus comienzos.» Siguió con gran interés los trabajos de Chanute y otros, y por fin en 1900 llegó a efectuar los primeros ensayos con una máquina voladora, construída enteramente en su taller de Dayton. Después de varias tentativas y de sucesivos perfeccionamientos, logró en 1903 hacer «el primer vuelo mecánico realizado por el hombre, reuniendo en un haz sólido, por fin, todos los elementos diseminados del problema, en los que yacía, invisible, la solución.» Sus trabajos tuvieron grande influencia en los progresos posteriores de la aviación. Espíritu cultivado, modesto y tímido por naturaleza, enemigo del ruido y del réclame, prometía aún nuevos triunfos para la ciencia, cuando la muerte le arrebató prematuramente. Así desapareció también de entre los vivos *Latham*, nacido en París en 1883 y muerto trágicamente en el Congo víctima de un accidente de caza; el aviador francés, aun cuando no era ingeniero ni inventor sino solamente un habilísimo piloto, ejerció igualmente gran influjo en el auge de la aviación, revelando el primero lo que el aeroplano puede dar de sí como vehículo práctico en manos de un piloto diestro. Sus hazañas contribuyeron, también, a hacer popular en Francia el aeroplano, siendo, con su ejemplo, uno de los promotores de la aviación militar.

Vienen después los QUÍMICOS, de los cuales debemos mencionar, desde luego, a *François Lecocq de Boisbaudran*, el creador de la técnica espectroscópica y uno de los fundadores de la espectroquímica. Nació en 1838 y murió el 28 de Mayo de 1912. Preocupado especialmente por esta clase de investigaciones, estudió a fondo el problema de la constitución de los espectros, y las relaciones entre los caracteres espectrales y el peso atómico de los cuerpos; esta clase de investigaciones le hacían esperar el descubrimiento de elementos nuevos, y así pudo, en 1875, des-

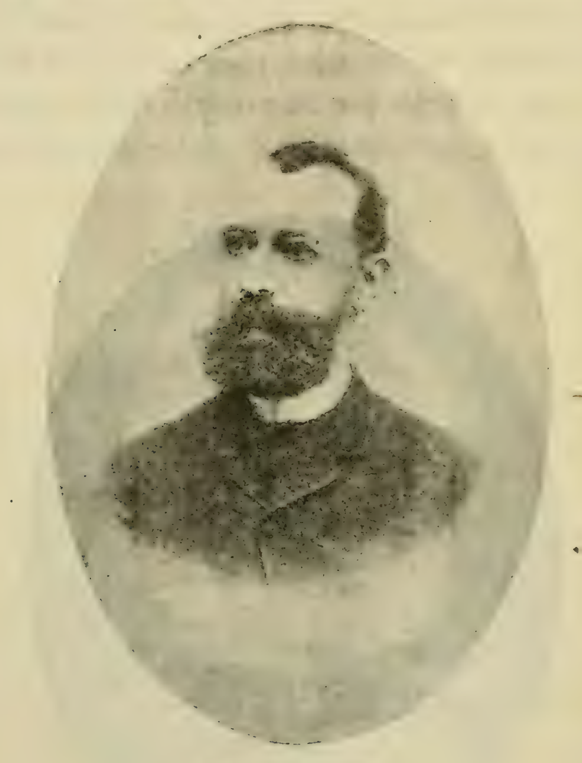
cubrir el gallium, llenando de este modo una de las lagunas dejadas por Mendeleieff en la serie de elementos; encontrando más tarde, en 1879, otro nuevo, el samarium. Hizo también estudios muy importantes sobre la sobresaturación y la cristalogenia; la fosforescencia, la fluorescencia, las aplicaciones de la electrolosis a la análisis química, en una época en que esto era del todo nuevo en la ciencia; sus trabajos sobre las «tierras raras» fueron igualmente muy notables por su precisión y su rigor científico. Corresponsal de la Academia de Ciencias de París desde 1878,



Alphonse Davanne.

recibió la Medalla de Davy de la Sociedad Real de Londres y era Gran Cruz de la Legión de Honor. También fueron químicos *Ernst Schulze*, uno de los precursores en bioquímica, muerto a los 72 años; estudió las relaciones que hay entre los cuerpos ani-

males y los vegetales, como, por ejemplo, la semejanza estructural entre la albúmina animal y la vegetal, y descubrió nuevas substancias químicas, como la glutamina, la fenilalamina, la arginina y otras muchas. *Henry Baubigny*, nacido en 1842, que se dedicó por mucho tiempo a investigaciones delicadas de quími-



Floris Osmond.

ca analítica mineral y determinación de pesos atómicos y que llegó a realizar la transformación del alcanfor en borneol. En colaboración con Lauth descubrió en 1868 el verde de metilo y fué uno de los químicos que más participación tuvieron en la creación de la industria de los colores de anilina. *Eugène Caventou*, hijo del célebre sabio que descubrió con Pelletier la quinina, murió a los 88 años, habiéndosele abierto, desde 1870, las puertas de la Academia de Medicina de París por sus trabajos de

química y farmacia. Autor de memorias numerosas e interesantes, fué de los primeros colaboradores del célebre Diccionario de Química de Wurtz. *Ed. Divers*, miembro de la Sociedad Real de Londres, antiguo profesor de química de la Universidad Imperial del Japón, conocido por sus numerosos trabajos, especialmente sobre los compuestos del ázoe. *Alphonse Davanne*, muerto a los 89 años, cuyos trabajos y publicaciones contribuyeron mucho a los progresos de la fotografía y sus diversas aplicaciones. Y, por último, *Werner Bolton*, nacido en 1868, a quien se debe, entre otras cosas, las primeras lámparas de tántalo.

Entre los METALURGISTAS se encuentra *Floris Osmond*, hombre adinerado que dedicó toda su vida a los trabajos científicos y de aplicación industrial, trabajando con sus propios recursos, sin ayuda oficial de ninguna especie. Nacido en París el 17 de Abril de 1847, murió el 18 de Junio de 1912. Después de una larga práctica industrial, se dedicó a hacer prevalecer en la rutina de la siderurgia ideas nuevas sobre la constitución del acero; con Wert, publicó en 1885 una «Teoría celular de las propiedades del acero,» y en el laboratorio de Troost, emprendió el estudio de los constituyentes del mismo acero, explicando las modificaciones producidas por los tratamientos térmicos. Estableció las bases de la metalurgia microscópica, con la que puede uno darse cuenta de las propiedades de los metales y de las ligas. Fué, igualmente, autor de un método experimental, llamado el análisis térmico, cuya fecundidad para la industria ha sido enorme. Sus métodos experimentales, inventados por él, han dado lugar al descubrimiento de gran número de combinaciones de metales, cuya existencia no era conocida. Escribió diversas obras de importancia, entre las cuales deben señalarse, además de la ya indicada, las siguientes: «La cristalización del fierro» y «Métodos generales de análisis microscópico de los aceros de carbono.» Fué director del laboratorio de química del Creusot, y recibió gran número de distinciones, tanto de su país como del extran-

jero. Al morir dejó la mayor parte de su fortuna para obras filantrópicas o de interés general. En el mismo grupo de sabios debemos mencionar también al MINERALOGISTA *F. Zirkel*, profe-



F. Zirkel

sor de mineralogía de la Universidad de Leipzig y corresponsal del Instituto de Francia, muerto a los 74 años y uno de los fundadores de la petrografía.

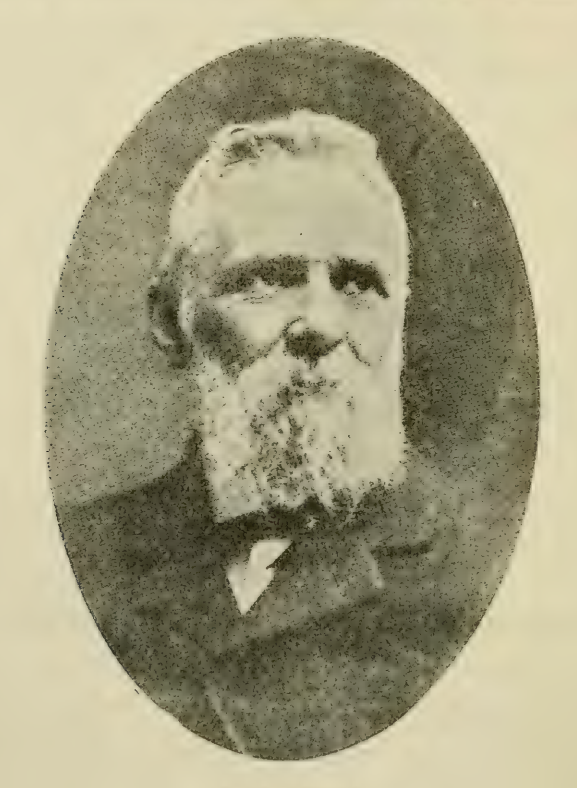


Si pasamos ahora a los cultivadores de las ciencias naturales, y comenzamos por los que ejercieron sus actividades, como BIÓLOGOS propiamente dichos, debemos recordar, desde luego, a *Edouard Strasburger*, nacido en Varsovia, el 1º de Febrero de 1844.

Estudió en París, Berna y Jena. Doctor en filosofía, leyes y medicina de la Universidad de este último lugar, fué también profesor de esa institución y director del Instituto Botánico. Fué igualmente profesor en Bonn y miembro de numerosas corporaciones científicas, entre ellas la Sociedad Real de Londres y la Sociedad Linneana de la misma capital, que le otorgó en 1895 la medalla de oro. Dedicado en un principio a la botánica, escribió una obra notable sobre las coníferas y las gnetáceas en 1872, y se le deben asimismo varios textos de botánica, cuya gran difusión «ha contribuído grandemente a mantener la unidad de la ciencia en todas partes en donde se cultiva y a orientar y coordinar las investigaciones,» según el dicho de uno de sus biógrafos. Escribió igualmente una obra muy importante sobre «La estructura y funcionamiento de los hacecillos conductores en todos los grupos vegetales» y emprendió estudios de gran trascendencia sobre la sexualidad en dichos vegetales. Entrando más tarde en el dominio de la biología general, sus trabajos marcan una época en la ciencia; descubrió en 1875 el modo especial de reproducción celular llamado cariocinesis, en el cual se ha edificado la ciencia de la célula, y puede ser considerado así como el fundador de la citología. Llamó la atención, especialmente, sobre la posibilidad y el interés que hay en resolver las más altas y delicadas cuestiones relativas a la herencia, por estudio profundo de los fenómenos más íntimos de la vida celular. Maestro célebre, deja una pléyade de discípulos que continuarán su obra por todo el mundo.

Johannés Chatin, biólogo también muy distinguido, nació en París el 19 de Abril de 1847. Médico, orientó pronto sus actividades hacia las ciencias naturales, especialmente la botánica, la zoología y la anatomía comparada; una vez terminados sus estudios de medicina, sostuvo en 1873 su tesis de doctor en ciencias y poco más tarde obtenía la plaza de agregado en farmacia; en 1877 fué designado para ocupar el puesto de maestro de con-

ferencias de zoología en la Facultad de Ciencias de París; y nueve años más tarde llegó a ser profesor adjunto. En 1890 inauguró, como encargado de curso, la enseñanza de histología en la Sorbona, curso que fué muy concurrido y en el cual implantó por primera vez la enseñanza práctica; nueve años más tarde, el curso se convirtió, en vista de su éxito, en cátedra magistral. Miembro de la Academia de Ciencias de París, desde 1888, reem-



F. A. Forel

plazó a Blanchard en la sección de anatomía y zoología en 1900. La ciencia debe a Chatin numerosos trabajos de sumo interés sobre los órganos de los sentidos en la serie animal; sobre histología y parasitología de los animales, especialmente sobre los helmintos, la bilharzia hematobia, el anquilostoma y otros parásitos del hombre.

Otro naturalista no menos distinguido fué *F. A. Forel*, muerto el 8 de Agosto de 1912. Nacido a orillas del lago Leman, le dedicó toda su vida, consagrándose a su estudio con gran entusiasmo. Desde 1868 inició estas investigaciones, publicando variadas memorias sobre limnología; publicó aquéllas en tres volúmenes, con datos físicos, químicos, sobre la fauna y la flora del lago, la arqueología, la historia y la sociología de sus riberas.



Th. Durand

Se le debe la teoría de los movimientos oscilatorios de los lagos, que simulan pequeñas mareas; inventó diversos aparatos, muy sencillos, para averiguar esas oscilaciones rítmicas, la profundidad del océano, la distancia a la que penetra la luz en el agua; e hizo estudios muy interesantes de seismología y sobre las enfer-

medades de los peces. Era, al morir, profesor de la Universidad de Lausanne.

Como BOTÁNICO debemos mencionar a *Th. Durand*, nacido en 1855 y muerto el 12 de Enero del año de que nos ocupamos, siendo director del Jardín Botánico del Estado en Bruselas. Hizo estudios muy importantes sobre la flora belga y también sobre la flora exótica, publicando varios fascículos acerca de la de Costa Rica y del Congo. Publicó, además, en 1888, un Index generum Phanerogamorum, que facilitó mucho la clasificación de los herbarios, y en 1906 un suplemento al célebre Index Kewensis. Su obra es considerable; se refiere a asuntos variados, principalmente a nomenclatura botánica y a florística. Recibió variadas e importantes distinciones: Presidente de la Sociedad de Botánica de Bélgica, miembro corresponsal y después titular de la Academia de Ciencias de la misma nación; doctor honoris causa de la Universidad de Ginebra.

Entre los ANTROPÓLOGOS se cuentan *A. H. Keane* y *Andrew Lang*. El primero, inglés, nacido en 1833, deja importantes monografías sobre los botocudos, el Sudán egipcio, los lapones, las relaciones entre las razas indochinas y las interoceánicas y sobre los boeros. Sus obras capitales son el «Tratado de etnología» y «El hombre, su pasado y su presente.» *Lang*, una de las figuras más curiosas del mundo literario inglés, que dedicó buena parte de sus actividades a estudios de antropología, nació en 1844. Periodista, cronista muy gustado del público, ocupó un lugar muy importante en la historia de la antropología por sus obras: Mith, Ritual and Religion, Magic and Religion, Social Origins y The Secret of Totem. Aun cuando sus ideas fueron muy discutidas, sirvieron mucho para vulgarizar la ciencia del hombre.

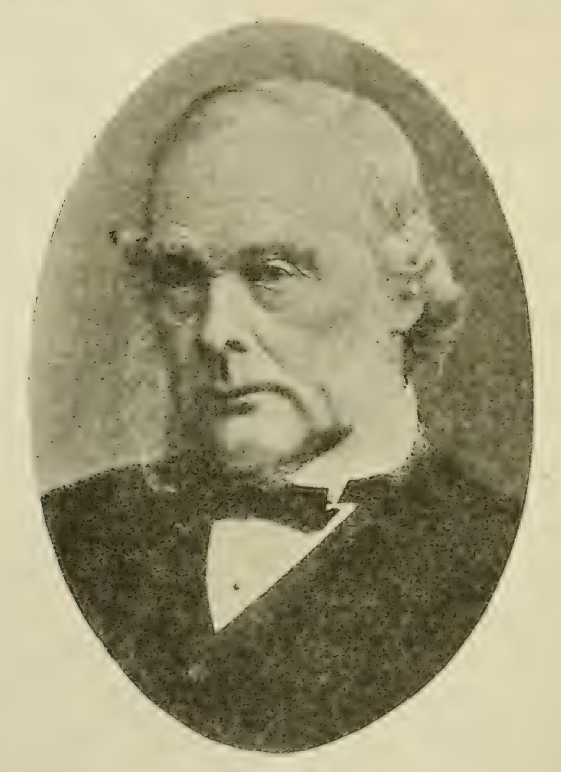


Las ciencias médicas sufrieron grandes pérdidas en 1912, algunas de ellas verdaderamente irreparables. Principiando por

los FISIÓLOGOS, recordaremos desde luego a *Elie de Cyon*, hombre de ciencia eminente y a la vez político de primer orden. Nacido en Telsch, Rusia, en 1843, se reveló al mundo sabio en 1867 por su sensacional descubrimiento de los nervios del corazón. Doctor en medicina, fué nombrado profesor en fisiología en la Universidad de San Petersburgo y después Consejero de Estado en 1877. Sus trabajos de fisiología fueron de gran importancia, abarcando un dominio considerable. Algunos hechos nuevos puestos en evidencia en sus estudios, le permitieron introducir en la ciencia puntos de vista generales y teorías nuevas, a menudo atrevidas. Sus obras: «Métodos fisiológicos,» «Canales semicirculares y sentido del espacio,» «Funciones de la glándula tiroides,» «Funciones de la hipófisis,» «Nervios del corazón,» «El oído, órgano de orientación;» revelan claramente la magnitud de los estudios emprendidos por de Cyon. Recibió de la Academia de Ciencias de París un premio por sus trabajos sobre neurología cardíaca y sobre electroterapia. Su descubrimiento más trascendental fué el del nervio sensitivo depresor del corazón, que desde entonces lleva su nombre (nervio de Cyon), aclarando el mecanismo de la regulación de la tensión sanguínea. Católico convencido y militante, publicó en 1910 una obra de filosofía que causó gran impresión por la talla de su autor: «Dios y Ciencia.» Murió el 5 de Noviembre de 1912, a los 71 años.

Otro fisiólogo de gran talla fué, sin duda alguna, *Hermann Munk*, nacido en Posen el 3 de Febrero de 1839 y muerto el primero de Octubre de 1912. Privat-dozent en 1862; profesor ordinario de fisiología en la Escuela Veterinaria de Berlín en 1876; miembro de la Academia de Ciencias de Prusia en 1880, llegó a ser profesor honorario en 1897. A la muerte del célebre fisiólogo Du Bois-Reymond fué propuesto por la Facultad de Berlín para sucederle; pero el Gobierno no lo admitió por ser judío. Se le deben estudios de sumo interés sobre la estructura de las fibras musculares, la fertilización de los nemátodos, la fisiología gene-

ral de los nervios y de los músculos, especialmente en lo relativo a los fenómenos eléctricos; trabajos sobre los nervios cardíacos y laríngeos, la secreción láctea y la glándula tiroides; pero los que le dieron más renombre fueron los importantísimos que emprendió en unión de Hitzig, para establecer, por medio de experimentos en los monos, la localización de los centros motores y sensoriales de la corteza cerebral y en general, las conexiones entre la



Sir Joseph Lister

conciencia y la mentalidad en dicha corteza. Excelente orador y maestro muy estimado e inteligente, Munk unía a esas prendas otras de carácter moral muy elevadas; por todo lo cual ocupó en la ciencia alemana un lugar de primer orden.

Mayor lo ocupó, seguramente, entre los CIRUJANOS, y en general entre los sabios de todo el mundo, el venerable *Sir Joseph Lister*,

el descubridor de la antisepsia. Lister nació en Upton, Essex, el 5 de Abril de 1827, muriendo en Walmer, el 10 de Febrero de 1912, a los 85 años. Bachiller de medicina de la Universidad de Londres en 1852, en el mismo año ingresaba como miembro al Real Colegio de Cirujanos de Inglaterra. Ayudante del Hospital de la Universidad, lo fué después de la Enfermería de Edimburgo; más tarde «lector» privado de cirugía, catedrático de la misma materia en la Universidad de Glasgow en 1860; en 1869 fué nombrado catedrático de cirugía clínica de Edimburgo; en 1887, catedrático de cirugía en el King's College de Londres; habiéndose retirado de la práctica médica en 1896. Recibió innumerables distinciones de su país y del extranjero; fué Presidente de la Sociedad Real de Londres durante 15 años; la Reina Victoria de Inglaterra lo hizo Lord en 1897 y nuestra Universidad Nacional le confirió el grado de doctor honoris causa en 1910, cuando su inauguración. La ciencia y la humanidad le deben trabajos de gran trascendencia: sobre fermentación de la leche, sobre la sangre, sobre los anestésicos, etc. Descubrió la propiedad general que tienen los tejidos vivos de tolerar cuerpos extraños cuando éstos no están infectados. Pero sus dos grandes descubrimientos, que harán inmortal su nombre, fueron la ligadura de las arterias por el catgut y, sobre todo, la antisepsia; en 15 años creó una nueva técnica para operar antisépticamente y antes de 10 años había sido aceptada por todo el mundo. El beneficio aportado a la humanidad por este descubrimiento incomparable ha sido inmenso; en 1900 alguien dijo que con la antisepsia se había salvado un número de vidas mucho mayor que el destruído por las guerras en todo el siglo XIX. Los memorables trabajos de Lister disminuyeron enormemente la mortalidad operatoria y han permitido a la cirugía alcanzar el auge a que ha llegado en los últimos tiempos. La obra del célebre sabio inglés «Cirugía antiséptica y teoría de los gérmenes,» publicada en 1870, marca una época en la historia de la humanidad. La desaparición de

Lister, universalmente sentida, deja en la ciencia un hueco que no podrá llenarse nunca.

Se cuenta también entre los cirujanos desaparecidos, al *Profesor Albarrán*, nacido en Sagua, Cuba, en 1860, pero educado en Francia desde muy joven. Con una carrera rápida y brillante, Albarrán fué agregado en 1892; en 1894 cirujano de los hos-



Prof. Joaquín Albarrán

pitales, y en 1906 substituyó al eminente cirujano Guyon en la clínica de enfermedades de las vías urinarias del Hospital Necker. Muy competente en histología y bacteriología, dice uno de sus biógrafos, estaba muy bien preparado para llegar a ser, como lo fué, un gran urólogo. Siendo interno de los hospitales, descubrió con Hallé el bacillus pyogenes, identificado más tarde con el bacterium coli. Se le deben trabajos muy importantes

sobre la especialidad que cultivó con tanto éxito: infecciones renales, tumores de la vejiga, exploración de la función del riñón, estudios comparativos de la secreción de los dos riñones, método de la poliuria experimental, tumores renales, medicina operatoria de las vías urinarias, tuberculosis renal, prostatectomía perineal, etc. El profesor Albarrán fué un digno sucesor, en la cátedra, de su ilustre maestro el Profesor Guyon.

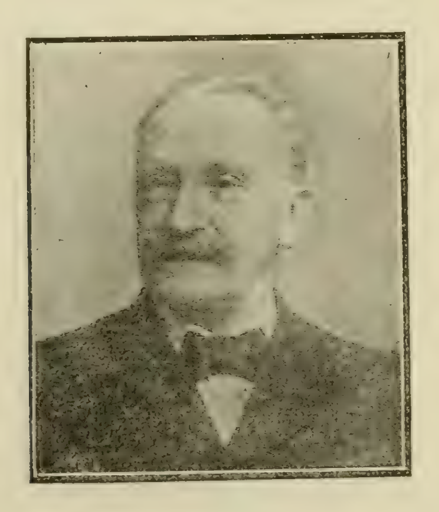
Entre los cirujanos desaparecidos en 1912 debemos mencionar igualmente a los siguientes: *Paul Segond*, nacido en París en 1851, y recibido de médico en 1879; agregado en 1889, llegó



Paul Segond

a ser profesor titular de clínica quirúrgica en la Facultad de Medicina de París en 1906, siendo, además, cirujano de la Salpetrière. La obra de Segond, como cirujano, como sabio y como profesor, es de las que dejan profunda huella. De alta inteligencia, gran bondad y extrema delicadeza, se especializó en cirugía ginecológica, a la que hizo adelantar bastante, y por sus méritos llegó a ser miembro de la Academia de Medicina de París y Presidente del Congreso Francés de Cirugía. *E. Lambotte*, muerto a los

56 años y profesor de cirugía de la Universidad de Bruselas; leader de la organización de la profesión médica en Bélgica; doctor honoris causa de la Universidad de Oxford, la cirugía le debe inapreciables conquistas; fué el primero que usó el botón en la anastomosis del intestino o entero-anastomosis; fué también de los primeros que pusieron en práctica el tratamiento radical de la úlcera gástrica; se le deben también trabajos importantes sobre la separación intravesical de la orina y la insuflación de los pulmones. *Marc Sée*, nacido en 1827; agregado de anatomía y fisio-



Marc Sée

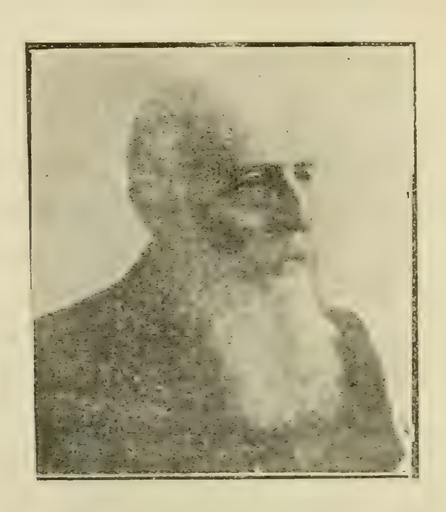
logía en 1860; jefe de trabajos de anatomía en 1868 en la Facultad de Medicina de París; cirujano de los hospitales en 1865 y miembro de la Academia de Medicina de París desde 1878. En 1862 publicó con Cruveilhier un tratado de anatomía descriptiva; y publicó también numerosas memorias originales sobre anatomía, fisiología y patología quirúrgica. Por último, *Maurice Ove Richardson*, que murió en Boston el 31 de Julio, a los 60 años; profesor de anatomía y cirugía clínica de la Universidad de Har-

vard; miembro de muchas sociedades científicas; contribuyente prolífico a la literatura quirúrgica, fué un gran cirujano, maestro muy competente y respetado, y hombre de gran corazón.

Wilhelm Ebstein, John Musser y el profesor von Bauer se cuentan entre los INTERNISTAS desaparecidos en 1912. *Wilhelm Ebstein* nació el 27 de Noviembre de 1836 y ha muerto el 24 de Octubre a los 76 años; en 1874 fué llamado a Göttingen, como director de la policlínica médica y en 1877 pasó a ser director de la clínica médica de la misma ciudad. Sus estudios se refieren a casi todo el campo de la medicina interna y su nombre está ligado, especialmente, a la patología y terapéutica de las enfermedades de la nutrición, en las que hizo investigaciones muy originales; se le deben obras muy importantes sobre enfermedades del riñón, gota, cálculos urinarios, obesidad y su tratamiento, y diabetes; colaboró en varios tratados de medicina interna y contribuyó con numerosos escritos para las revistas médicas. Escribió, además, libros médico-históricos y algunos estudios sobre higiene. Clínico excelente, se interesaba mucho por la literatura y las bellas artes, y por esto tenía relaciones con personas de otros círculos sociales, lo que, según uno de sus biógrafos, «probablemente hizo que conservara hasta su muerte su raro vigor intelectual.» *John Musser*, distinguidísimo profesor de medicina de la Universidad de Pennsylvania, fué seguramente uno de los internistas de más nota en los Estados Unidos. Sus cualidades de clínico y de maestro le dieron grandes éxitos en la clientela y en la cátedra; y se le deben estudios muy interesantes, así como varias obras de importancia, entre ellas su monumental «Tratado de Diagnóstico Médico» y el «Tratado de Terapéutica» escrito en colaboración con otros médicos. Colaboró también en otras grandes obras de medicina, entre ellas la de Osler. El *profesor von Bauer*, por último, muerto en Munich, el 9 de Mayo, a los 66 años, fué director de la primera clínica médica de esa ciudad alemana; se le deben gran número de artícu-

los sobre fisiología y terapéutica, especialmente en materia de trastornos del metabolismo y enfermedades de los vasos sanguíneos.

Higienista notable fué *Gerard Armauer Hansen*, que nació en Bergen el 29 de Julio de 1841. Doctor en medicina de la Universidad de Christiania a los 25 años, fué nombrado en 1868 médico del Hospital de Leprosos y ayudante del célebre leprólogo Danielsen. En 1875, recibió el nombramiento de médico para



Gerard Armauer Hansen

la enfermedad de la lepra (nombramiento oficial), habiendo conservado esta posición hasta su muerte, y consagrando en ella todas sus fuerzas y toda su influencia a la lucha contra esa terrible enfermedad. En 1873 llegó a descubrir el microbio específico de ella, que desde entonces lleva el nombre de «bacilo de Hansen;» en 1879 logró colorearlo, siguiendo, para ello, los consejos de Koch. Se dedicó, también, a estudiar la anatomía patológica de la lepra y después el papel del contagio en ella, publicando en 1874 su memoria «Investigaciones sobre las causas de la

lepra," que puede considerarse como capital, aun cuando fuera al principio poco conocida por haber sido escrita en noruego. Su elevada posición oficial le permitió influir con el Parlamento de su país para que se dictaran leyes sobre aislamiento y desinfección de los leprosos, que han sido reconocidas y aceptadas, en principio, en todos los países, contribuyendo muchísimo a la profilaxis y diminución de esa enfermedad. Zoólogo muy distinguido, fué presidente de la Dirección del Museo de Bergen e hizo trabajos importantes de vulgarización científica a este respecto. Hansen disfrutó de numerosas distinciones; era miembro de varias sociedades y corresponsal de la Academia de Medicina de París; fué presidente de la segunda Conferencia Internacional de la Lepra reunida en Bergen en 1909 y, después de muerto el célebre Virchow, pasó a ser, en su lugar, presidente honorario del Comité Internacional de la Lepra.

Entre los PEDIATRAS, mencionaremos a los siguientes: *Rafael Ulecia*, muerto en Madrid el 2 de Noviembre de 1912; director de la «Revista de Medicina y Cirugía,» en donde publicó interesantes trabajos sobre medicina infantil, fué un verdadero apóstol de la cruzada contra la mortalidad en la infancia; fundó en España la institución de las «gotas de leche,» y por medio de numerosos libros y folletos, hizo una activa y eficaz propaganda para disminuir dicha mortalidad. *Hugo Neumann*, que murió en Berlín el 12 de Julio, a los 53 años de edad; se dedicó especialmente a la higiene infantil; estudió también preferentemente la cuestión de los hijos ilegítimos, y su obra de texto sobre «Enfermedades de los Niños» alcanzó varias ediciones. Hombre dotado de grandes recursos materiales, se dedicó especialmente a servir a los pobres y con su peculio propio fundó diversas instituciones para atender a los niños. Por último, el *profesor Soltmann*, director de la Clínica pediátrica de la Universidad de Leipzig, fallecido repentinamente el 11 de Septiembre, a los 67 años; al comenzar su carrera profesional se dedicó de preferencia a las enfermeda-

des nerviosas de la infancia y, más tarde, publicó numerosas obras de fisiología y clínica pediátricas.

Todavía debemos tener presentes en esta ocasión a otros especialistas: el *profesor Cramen* PSIQUIATRA muy conocido, que murió el 6 de Septiembre, siendo director de la Clínica de Neurología y Psiquiatria de Göttingen; se dedicó especialmente a las cuestiones de responsabilidad criminal atenuada y a estudiar la frecuencia de las enfermedades mentales en los niños de los asilos; su producción literaria fué muy numerosa, especialmente en lo relativo a psiquiatria clínica; escribió un texto de psiquiatria legal para médicos y abogados, muy conocido y estimado. A sus esfuerzos personales se debió la instalación de un instituto de enfermedades nerviosas, que llegó a alcanzar gran renombre, en Göttingen. *Henri Danlos*, DERMATÓLOGO de nota, muerto a los 68 años, era médico honorario del Hospital Saint Louis de París, secretario general de la Sociedad Francesa de Dermatología y fué Presidente de la Sociedad Médica de los Hospitales; la terapéutica le debe grandes conquistas; fué el primer médico que aplicó el radio al tratamiento de las enfermedades de la piel (lupus, otras dermatosis), señalando la vía que debía seguirse después, y que de hecho, se ha seguido con tanto éxito; fué asimismo el primer médico francés que llamó la atención acerca del valor de los arsenicales orgánicos en terapéutica, dando el primer impulso a la medicación arsenical orgánica, con sus investigaciones sobre el ácido cacodílico. *Monoyer*, OFTALMÓLOGO, profesor de la facultad de medicina de Lyon, que ocupó antes los puestos de profesor agregado de la facultad de Strasburgo, después en la de Nancy y, cuando se creó la Facultad Mixta de Lyon, en 1877, encargado de la cátedra de física médica.

Por último, para terminar con el grupo de cultivadores de las ciencias médicas, citaremos a *Paul C. Freer*, que aunque médico de profesión, ejerció sus actividades en un cámpo muy extenso. El Dr. Freer nació en Nueva York y murió en Baguio

(Islas Filipinas) a los 51 años; recibido a los 21 años, fué profesor de química inorgánica en la Universidad de Michigan, en donde llevó a cabo estudios interesantes sobre las cadenas de carbono cerradas, los éteres acéticos substituídos, etc. En 1901 fué nombrado superintendente de los laboratorios científicos instalados en Filipinas por el Gobierno Americano; el estudio del suelo, de la flora y de la fauna de esas islas tomó, bajo su dirección, gran impulso, que motivó la transformación de la organización primitiva en lo que fué desde entonces el «Bureau of Science» de las Islas Filipinas, verdadero instituto modelo de investigaciones científicas; estimuló mucho a los filipinos para que se dedicaran a los trabajos de investigación y para tomar parte en la gran obra emprendida en favor del país y gozó un papel preponderante en la tarea de hacer valer científicamente la antigua colonia española. Fundó el «Philippine Journal of Science,» publicación magnífica, de gran valor, y creó un Colegio de Medicina y Cirugía en Manila.



No faltaron en el año de 1912 algunos MÁRTIRES DE LA CIENCIA, que dieron su vida por ella y por la humanidad, y a los cuales debe consagrarse un recuerdo especial. En primer lugar, debemos citar al desventurado Capitán *Robert Falcon Scott*, y a sus desgraciados compañeros el Dr. E. A. Wilson, el teniente de navío H. Bowers, el capitán de caballería L. E. C. Oates y el suboficial Evans, muertos en el curso de una exploración en los mares australes, en el interior de la Gran Barrera de Hielo, entre el 29 y 30 de Marzo de 1912. El Capitán Scott nació en Devonport el 6 de Junio de 1868; entró a la marina como cadete, en el curso del estío en el año de 1881, ascendiendo gradualmente en su carrera, hasta llegar a adquirir en 1900 el grado de «commander.» Casi inmediatamente después de esta promoción ejecutó a bordo de la «Discovery» una brillante exploración del

Antártico (1901-1904), después de la cual, y en reconocimiento de sus servicios en ella, Scott recibió todavía mayores distinciones. El 16 de Julio de 1910 abandonaba Londres un navío denominado la «Terra Nova,» llevando a bordo al Capitán Scott y a sus no menos heroicos compañeros, para una segunda expedi-



Robert Falcon Scott

ción antártica, que tenía por objetivo alcanzar el polo Sur, como en efecto lo alcanzó el 18 de Enero de 1912, aun cuando un mes antes había llegado ya a él el explorador Amundsen. El regreso de Scott y de sus cuatro compañeros, que no quisieron desprenderse por ningún motivo de los valiosos objetos de interés científico que habían recogido (por más que al hacerlo precipitaron su fin) constituye una verdadera tragedia, en la que perdieron sucesivamente la vida Evans, Oates (que se alejó, para morir,

de sus camaradas, con el fin de no servirles de estorbo y contribuir así a que ellos se salvaran) y Scott, Williams y Bowers, encontrados, los tres, muertos en su tienda. La muerte de todos y con especialidad la de Scott, el último superviviente, fué realmente heroica, y el soberbio y ya célebre «Message to the Public,» escrito por Scott a punto de morir, es un documento de una grandiosidad épica que revela hasta dónde puede alcanzar la energía y el valor humanos, sobre todo cuando se ponen al servicio del amor a la patria. Entre los compañeros de Scott, hay que consagrar un recuerdo especial al *Dr. E. A. Wilson*, que había sido ya un precioso auxiliar de aquél en su primera expedición; naturalista de los más distinguidos, era al mismo tiempo un sabio médico y un artista de gran talento; dotado de un buen humor envidiable, que mucho sirvió para endulzar, hasta donde fué posible, las penalidades de sus compañeros, sucumbió con la sonrisa en los labios; así fué encontrado por la expedición enviada para rescatar a los infortunados viajeros del polo.

Otro mártir de la ciencia, cuyo nombre no ha sonado tanto como el de aquéllos, fué el *Dr. Thomas B. McClintic*, que estuvo entre nosotros, estudiando en Tampico la fiebre amarilla, en 1904. El Dr. McClintic emprendió serias investigaciones sobre la fiebre manchada de las Montañas Rocallosas y trabajó mucho para combatirla, hasta lograr desterrarla de algunos lugares completamente. Estudiando los parásitos por medio de los cuales se propaga, se contagió de dicha enfermedad y sucumbió a ella en Washington, el 13 de Agosto de 1912, a los 39 años de edad.

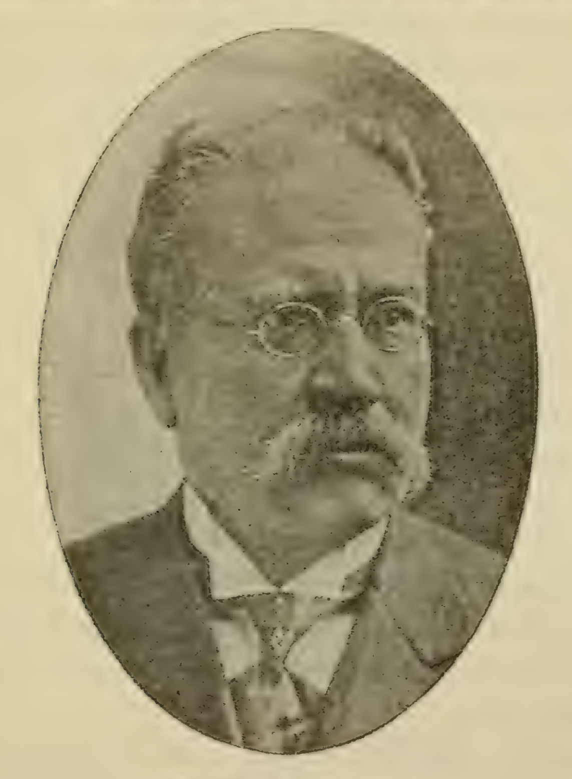


Si entre los hombres de ciencia extranjeros hemos podido señalar grandes y dolorosas pérdidas, nuestro México sufrió igualmente en el año de que nos ocupamos otras no menos lamentables y algunas de ellas irreparables.

En esta conmemoración de los nuestros debemos comenzar, seguramente, por el más grande de ellos, *D. Justo Sierra*. El inolvidable educador nació en la ciudad de Campeche el 26 de Enero de 1848 y murió en Madrid el 13 de Septiembre de 1912. Hizo sus estudios preparatorios en Mérida y en esta capital, en donde siguió los profesionales hasta obtener el título de abogado en 1870. Periodista y escritor político de renombre, desempeñó diversos y elevados cargos públicos, hasta ser designado primer Ministro de Instrucción Pública y Bellas Artes en 1905. Profesor de historia de la Escuela Preparatoria durante muchos años, D. Justo Sierra dejó en la cátedra imperecedero recuerdo. Perteneció a numerosas sociedades científicas y literarias, nacionales y extranjeras; era socio honorario de nuestra Sociedad «Alzate;» y recibió también variadas y muy merecidas distinciones, entre ellas algunas condecoraciones extranjeras. Se deben a D. Justo Sierra obras fundamentales. Patriota eximio, ha sido indudablemente uno de nuestros más grandes educadores, y su poderosa influencia sobre la mentalidad mexicana se dejará sentir por muchos años; su nombre queda vinculado para siempre con una de las más brillantes épocas de la educación nacional y no podremos olvidar nunca que a él se debe la fundación de la Universidad Nacional y de la Escuela de Altos Estudios, que tan importante papel están llamadas a desempeñar en el adelanto de la ciencia mexicana y de la cultura nacional.

Después de este insigne educador y maestro, debemos recordar al *Dr. Porfirio Parra*, que también se distinguió en el mismo campo de actividades. El Dr. Parra, nacido en Chihuahua el 26 de Febrero de 1854, murió en esta capital el 3 de Julio de 1912. Después de una carrerra muy brillante, se dedicó a la enseñanza, además de al ejercicio de la medicina, siendo profesor de las Escuelas Preparatoria, de Medicina y de Agricultura y del Conservatorio; dejándose sentir muy especialmente su influencia en las cátedras de lógica y de anatomía descriptiva, que tuvo a

su cargo, respectivamente, en las dos primeras. Durante cuatro años desempeñó el importante cargo de Director de la Preparatoria y al fundarse la Escuela de Altos Estudios, mereció el honor de ser nombrado su primer director, como recompensa a sus servicios a la causa de la educación. Perteneció a numerosas sociedades científicas y literarias. Filósofo distinguidísimo, el Doc-



Dr. Porfirio Parra

tor Parra recogió a la muerte del gran Barreda, la dirección general del positivismo, siendo el propagandista más sincero y más convincente de lo que la filosofía de Comte tiene de mejor y más duradero. Dejó numerosos escritos, descollando entre todos ellos su tratado de Lógica, que sirve de texto en la Preparatoria.

También médico, fué el *Dr. Lorenzo Chávez*, nacido en esta capital el 5 de Septiembre de 1860, y fallecido en la misma en

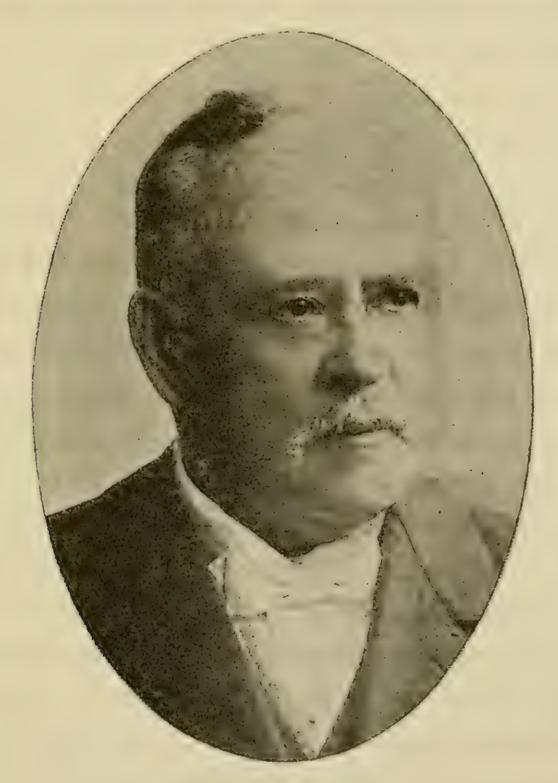
Marzo de 1912. El Dr. Chávez se dedicó a la oftalmología poco después de haber obtenido su título de médico; practicando esa especialidad al lado del muy distinguido oculista D. Ricardo Vértiz; hizo más tarde estudios en Europa en diversas clínicas, entre ellas la del eminente Galezowsky, que le nombró su jefe de clínica. Fué director del Instituto Valdivielso, fundador del Hospital Oftalmológico de Nuestra Señora de la Luz, Presidente de la Sociedad Oftalmológica Mexicana, miembro de la Academia Nacional de Medicina y delegado de México en diversos congresos científicos internacionales. La literatura médica mexicana le debe numerosos estudios sobre oftalmología, y por él fué practicada, por primera vez entre nosotros, la extirpación del cisticerco ocular.

Por último, también debemos citar entre los médicos mexicanos desaparecidos en 1912, al *Dr. Andrés Benavides*, nacido en Toluca el 30 de Noviembre de 1873. Profesor de la Escuela de Artes y Oficios para varones y de la Normal de Señoritas de Toluca; más tarde preparador de terapéutica médica en nuestra Escuela N. de Medicina, desempeñó también el cargo de médico inspector de escuelas primarias del Distrito Federal. Perteneció a varias sociedades científicas y se le debe la fundación de un periódico para contribuir a la profilaxis social de las enfermedades venéreas.

Don José de la Luz Gómez, muerto el 4 de Diciembre de 1912, a los 72 años, fué un profesor veterinario muy distinguido, y un bacteriólogo de nota. Profesor, por oposición, de clínica veterinaria en la Escuela de Agricultura desde 1866; vocal del Consejo Superior de Salubridad desde 1876, estableció la sección de veterinaria en el Servicio Médico Militar. Fué de los primeros que se dedicaron en México a la Bacteriología; se le deben estudios de importancia sobre diversas epizootias: mal rojo del puerco, ranilla, fiebre carbonosa; algunas observaciones interesantes sobre los gusanos de seda y los fermentos del pulque; y colaboró

activamente en la formación de los reglamentos de rastro, establos y expendios de carne.

Concluye esta incompleta recordación, con el eminente ingeniero *D. Luis Espinosa*, a quien se debe, en gran parte, la obra



Don Luis Espinosa

monumental del desagüe del Valle de México. Nació en Guanajuato el 3 de Febrero de 1836, en donde hizo sus primeros estudios; terminó su carrera profesional en la Escuela de Minería, en donde obtuvo su título en 1863. Ingresó a las Obras del Desagüe en 1871 y trabajó en ellas hasta 1876 como ingeniero auxiliar; en 1877 ascendió a primer ingeniero; en 79 rindió a la Secretaría de Fomento un informe importantísimo, proponiendo un proyecto económico, completo, fundado y definitivo para eje-

cutar las obras, que fué aprobado por el Presidente de la República en 30 de Septiembre del mismo año; proyecto que, con algunas modificaciones ideadas por su mismo autor el Ing. Espinosa, fué llevado a cabo, emprendiéndose los trabajos en 1886 y terminándose la magna obra, que por sí sola basta para la gloria de su autor, el 17 de Mayo de 1900.



Como es natural, esta conmemoración no ha sido completa ni ha podido serlo. En la imposibilidad de recordar a todos los hombres de ciencia muertos en 1912, nos hemos concretado a aquellos que más se distinguieron durante su vida, por su laboriosa actividad, por el desinterés de sus trabajos, por la trascendencia de sus investigaciones. Algunos de los desaparecidos, verdaderas celebridades, llenaron con su nombre toda una época de la historia de la ciencia y su recuerdo quedará grabado para siempre en los anales del progreso humano. Los otros, más modestos, contribuyeron en su esfera de acción al mismo progreso y por ello eran seguramente muy dignos de que su recuerdo fuera invocado en esta ocasión. Todos merecen nuestro homenaje y sus vidas meritorias deben servirnos de poderoso estímulo para trabajar como ellos, por la verdad y por la humanidad, por la ciencia y por la patria.

Luchemos, pues, con el mismo amor que ellos tuvieron y con la misma perseverencia que pusieron en sus labores. «La vida del hombre, ha dicho uno de ellos, el gran Poincaré, en su último libro «DERNIÈRES PENSÉES» es una lucha contínua; contra él se levantan fuerzas ciegas, sin duda, pero temibles, que lo aplastarían prontamente, que lo harían perecer y lo agobiarían de miserias sin cuento si no estuviese continuamente de pie para resistir.» Pidamos a la ciencia y a la moral, digo yo, la fuerza que necesitamos para mantenernos en esta actitud de defensa;

la misma que tuvieron los ilustres desaparecidos que hemos recordado hoy.

Y no olvidemos nunca la lección de fe, de energía y de patriotismo dada por el héroe Scott, el infortunado viajero del Polo, grabada para siempre en los fastos de la Humanidad con su admirable mensaje: «Hemos corrido riesgos. Sabíamos que los corríamos. Las cosas se han volteado contra nosotros, pero no tenemos que quejarnos de ello: sino inclinarnos ante la decisión de la Providencia, determinados a cumplir con nuestro deber hasta el fin. Si hemos dado de buena gana nuestra vida en esta empresa, es por el honor de nuestra patria.»

Por ella trabajemos todos. Para ella todos nuestros desvelos y todos nuestros sacrificios.

México, 1º de Septiembre de 1913.



NUEVOS ESTUDIOS

ACERCA

DEL MOVIMIENTO BROWNIANO

Y LOS

MICROCOCOS QUE LO PRODUCEN

POR EL

Profr. Alfonso L. Herrera, M. S. A.

(LAMINA I)

Completando y rectificando los datos que publiqué en mi anterior artículo («Memorias de la Sociedad Alzate.» T. 32, páginas 209-211), debo decir que los procedimientos de coloración de las supuestas pestañas vibrátiles han fracasado hasta hoy. Por ejemplo, el ácido ósmico pudo teñir lentamente las pestañas de grandes infusorios y no las que parecían tener los micrococcos. El ácido tánico, el rojo de Ziehl, el nitrato de plata y otros colorantes recomendados, no llegaron a penetrar en las pestañas vibrátiles, ni después de varias semanas. Es frecuente encontrar estos microorganismos en los reactivos histológicos, mordentes y anilinas, sin que hayan tomado ninguna coloración, después de varios años.

Era evidente para mí, que los seres mencionados se movían mediante numerosas pestañas periféricas, pues vistos con luz artificial poderosa, mostraban la zona o corona refringente que ca-

racteriza a los apéndices vibrátiles y que se ve siempre en los infusorios y en las bacterias capaces de moverse, así como en las gotas de colodión que giran en el agua al expulsar el alcohol. Nunca creí en la explicación de Perrín: que estos globulillos del movimiento browniano acusan sencillamente el vaivén cinético del agua.

Faltaba, sin embargo, la prueba directa, y la excesiva pequeñez de los gránulos impedía ver claramente sus procedimientos de locomoción. Animado por una carta del profesor Alberto Colson, de la Escuela Politécnica de París, que me pedía pruebas de mis ideas sobre el movimiento browniano, reconociendo la inmensa importancia de la nueva explicación, si llegaba a demostrarse, pensé otra vez en el asunto y tuve, por fin, la idea de hacer microfotografías instantáneas de los coloides, esperando así que aparecieran en la placa las hipotéticas pestañas vibrátiles. El resultado ha sido favorable, a pesar de la modestia de mi laboratorio y de que apenas he iniciado esta técnica.

Comienzo por diluir la creolina antigua con cierta cantidad de agua, hasta obtener un líquido opalino, que en las preparaciones húmedas muestra sólo unos cuantos brownianos. Con el objetivo AA de Zeiss y el ocular 2, tomo una microfotografía, a medio desplegar el fuelle de la cámara vertical de Reichert. Para esto, una vez encontrado el foco de alguna pequeña impureza o burbuja en el vidrio despulido, pues es difícil ver los brownianos en éste, se apaga la lámpara eléctrica de 200 bujías, se quita el condensador del microscopio y a unos 50 centímetros del espejo plano se quema un poco de polvo de magnesio y clorato de potasio, cuya vivísima luz va a impresionar instantáneamente la placa Jougla puesta en el lugar del vidrio despulido. Este aumento no basta y es necesario amplificar la primera negativa, con un sistema óptico, aun más débil, del microscopio. La positiva en placa obtenida sirve para hacer otra negativa, que se imprime en papel velox. Llégase así a un aumento definitivo de

5,000 a 6,000 diámetros. O se amplifica directamente sobre papel bromuro.

En estas fotografías los brownianos presentan ya suficientes caracteres para que se pueda clasificarlos con bastante aproximación. Aparecen como discos o globulillos provistos de pestañas vibrátiles irregulares, sinuosas o varicosas, no muy claramente perfiladas, pero que no dejan duda alguna acerca de su existencia. Evidentemente los supuestos gránulos coloides de que hablan los autores, no son esferas perfectas y sin prolongaciones. Tienen la forma, tamaño, pestañas y movimientos trepidatorios de las bacterias abundantísimas que se llaman *Micrococcus.* En una fotografía que presento a la Sociedad Alzate, de un frottis de creolina, teñido, en muchos días, con nitrato de plata, aparecen claramente los Micrococcus, con la línea divisoria transversal, que indica se están multiplicando por uno de los procedimientos habituales. Las pestañas aparecen muy confusamente aglutinadas y desfiguradas por las impurezas de la preparación. En estas condiciones, en los frottis obtenidos por desecación sobre un cubre-objeto de una gotita de creolina acuosa, las colonias de Micrococcus están secas y su identificación es dudosa. La exposición fué lenta. En cambio, las fotografías instantáneas reproducen el aspecto de los Micrococcus en plena actividad, libres en el agua, con sus pestañas desplegadas. Sobre todo, en el caso de que el fondo de la fotografía esté muy limpio y de que no se aglomeren los microbios, pueden verse los más grandes, como arañitas de núcleo obscuro y pestañas blanquizcas. Es posible que hasta hoy no se hayan podido teñir las pestañas por falta de habilidad mía o porque es difícil obtener los líquidos puros, coloides, que se extiendan por sí solos en el porta-objeto. De todas maneras, el procedimiento de la microfotografía instantánea resuelve el problema y confirma la opinión de que la zona refringente periférica se debe a las pestañas y que estos remos microscópicos son la causa directa del impropiamente llamado movimiento browniano.

En mis primeros artículos me inclinaba a la idea de que estos microscópicos navegantes eran Monadianos, más bien que *Micrococcus*, aunque siempre cité dos especies de este género, el *agilis* y el *ochroleucus*, que se mueven en el agua. Si prefería clasificarles, al principio, como Monadianos, era porque no había podido verles bien y porque estos Protozoarios (Claus les considera como Protozoarios), según Drysdalle resisten a temperaturas muy elevadas y se han considerado a veces como espontáneos en las infusiones, erróneamente.

La verdad es que mis nuevas observaciones me autorizan para incluirles entre los *Micrococcus*, por su modo de división, su pequeñísimo tamaño, su movimiento trepidatorio, característico de este género, según Macé, en algunas de sus especies, y por sus pestañas vibrátiles y forma general.

En cuanto a la especie, la designaré provisionalmente como *brownianus*, a reserva de que los bacteriologistas la estudien a fondo y vean si no corresponde a una de las ya descritas o representa simple variedad de las que están ya bien definidas.

Mucho me ha sorprendido que estos Micrococcus se conjugen, como los infusorios. Vése, en efecto, que dos globulillos se encuentran, como si chocaran accidentalmente, giran uno alrededor del otro y unas veces parecen soldarse íntimamente y otras se separan y sigue cada uno su camino, como si la unión iniciada les repugnase. Mi preparador, el Sr. Profesor D. Anselmo Núñez, ha visto estos fenómenos, lo mismo que mis ayudantes, los Sres. Castro y Pallares, estudiantes de la Escuela N. de Medicina. En un caso, los Micrococcus permanecieron unidos media hora, pero el Sr. Pallares no pudo terminar la observación, por haberse secado el líquido en que se movían.

Después de mucho pensarlo, no sabiendo que los Micrococcus se conjugen, me ha ocurrido esta explicación: por sus largas pestañas vibrátiles se unen a pesar suyo y no se trata entonces de una verdadera conjugación, así como se adhieren a las goti-

tas de aceite, a las partículas de carbón, de carmín, de metales finamente pulverizados, de sales, etc., lo que dió origen a la fábula de que toda partícula de menos de una micra se mueve indefinidamente en el agua; es que las arrastran los Micrococcus, como a las hierbas flotantes el remo del barquero. Y en efecto, según he visto, hasta los infusorios paramecianos, frecuentemente hacen girar los copos de arcilla y otras partículas insolubles, pegándose a ellas con sus pestañas vibrátiles.

Otra particularidad interesantísima: resisten no sólo a las temperaturas más elevadas de un vulcanizador, hasta 193°.3°, en el agua, sino que son incombustibles y después de calentarlos (en arcilla) en la llama de una lámpara, durante siete horas, si se les proporciona agua que se acaba de destilar y no tiene bacterias, comienzan a moverse activamente. Son los seres organizados que más resisten al calor; son, lo repito, incombustibles, y yo mismo he dudado muchas veces de estas observaciones, hasta que su repetición y el testimonio de mis ayudantes, me han demostrado que no hay error en mí y que estos Micrococcus, probablemente por su excesiva impermeabilidad, después de adaptaciones y evoluciones seculares, no toman los venenos en general y las moléculas de aire o de agua no perforan su cutícula aunque la temperatura sea elevadísima. Es natural, por tanto, que el oxígeno no les carbonice, ni al rojo; que puedan vivir en el ácido sulfúrico, el sulfato de cobre y otros venenos y que resistan a la esterelización repetida a 170 grados.

Es difícil saber si les matan ciertos líquidos, pues de pronto se inmovilizan, pero al agregar agua vuelven a girar: es que las soluciones viscosas les paralizan de una manera mecánica, y en las que tienen una densidad muy distinta de la del agua, flotan o se hunden. He visto que lo mismo sucede con los infusorios paramecianos.

Creo que las lejías, el sublimado, el permanganato y algunos otros antisépticos matan a estos microbios, pues aunque se les

agregue agua muy pura después de la acción prolongada del tóxico, que siempre debe estar hirviendo, no vuelven a moverse.

Hay ejemplos de una resistencia semejante, aunque menor: los huevos del *Ascaris megalocephala* evolucionan en el ácido ósmico al 1 por ciento; los huevos durables de Dafnia resisten al alcohol absoluto, los de rotíferos y tardígrados, a un calor de 110 grados, las esporas de *Penicillium*, según Pasteur, a 120°C. Como no hay base ni razón alguna para limitar esta resistencia, me parece que no es inverosímil la vida de seres inmunes al fuego, pues la selección natural, la mutación y otros factores pueden haberlos formado en larguísimos períodos geológicos.

En lo que toca a la vida latente no tengo todavía datos completos, pero supongo que por su misma impermeabilidad los brownianos han de resistir maravillosamente a la sequedad. En un plato que se rompe y raspa sobre una gota de agua pura, preséntanse también los movimientos brownianos. Habría que estudiar las piezas de cerámica antigua, pero sin olvidar que los microbios ciliados penetran fácilmente por las grietas más pequeñas y pueden provenir del agua subterránea, en los yacimientos arqueológicos, o de alguna otra causa accidental, lo mismo en las inclusiones del cuarzo, donde no he podido estudiarlos todavía.

Que existan estos organismos en meteoritos, por ejemplo, en metales, en la porcelana, en los fósiles, en el cuarzo, en los metales coloides conservados en ampolletas cerradas a la lámpara, no es inexplicable. Son muy pequeños, se contentan con vestigios de substancias orgánicas qne solubilizan probablemente con diastasas poderosas, y la población formada por ellos se renueva constantemente, como una población humana, y da la ilusión de un movimiento eterno de partículas, como creían los observadores preocupados por el dogma de Brown.

Papel probable en la naturaleza.—Abundancia.—Pueden considerarse como purificadores biológicos, encargados de utilizar

y transformar los vestigios de materias orgánicas, donde no lleguen el sol y el ozono y donde otros organismos no pueden vivir (ácido sulfúrico). En este concepto, su importancia biológica y mundial es enorme. Forman, en efecto, gran parte de la arcilla y ya se había previsto su intervención e importancia en la kaolinización. Observando con microscopio el kaolín más puro muéstranse como enjambres o nubes de corpúsculos en movimiento.

La arcilla, según Benedikt, constituye los cojines mundiales, y es evidente que estos Micrococcus, colaboran a la gran tarea de depuración biológica y demolición de materias orgánicas e inorgánicas, favoreciendo la circulación de la fuerza y de la materia.

En una gotita hay cantidades incalculables de estos trabajadores y en un milímetro cúbico de creolina acuosa contamos, el Sr. Núñez y yo, por medio del cuenta glóbulos de Reichert, como 300 millones. Pero esta numeración es muy incierta, por los movimientos incesantes, pequeñez, etc., de los corpúsculos.

Con el ultramicroscopio se ven en todo y siempre, en abundancia prodigiosa. Son los seres más abundantes en la Naturaleza terrestre y tal vez viajen por el espacio, como quería Arrhénius, puesto que nada les destruye, ni los rayos ultravioletas, ni el frío ni el calor excesivos. Deben buscarse en los meteoritos, antes de que éstos se contaminen con la tierra.

Importancia para la plasmogenia y la citología.—Frecuentemente son la causa de las estructuras granulosas finas y hay que precaverse de este error. Forman legiones en el protoplasma, en los coloides, en ciertos reactivos colorantes y fijadores. Es necesario emprender sobre esto profundas investigaciones y descubrir el modo de evitarlos.

Importancia para la físico-química.—Desgraciadamente han intervenido de tal manera en la ciencia moderna, que la teoría cinética se apoya firmemente en la idea errónea y antigua de que

el movimiento browniano se debe a la trepidación de las moléculas, a que hay energías internas en la materia. Teorías del calor y de la radio-actividad, así como de la realidad de las moléculas, de la difusión, los coloides y la presión osmótica, se basan en el movimiento browniano inorgánico, sin sospechar su causa sencillamente biológica. Causa tristeza leer la obrita de Perrín acerca de "Les Atomes:" el autor afirma que todas las pruebas son convergentes, que todo se ha explicado y que hay moléculas y pueden medirse, etc., apoyándose también en el mismo clásico y persistente error del movimiento browniano. Yo no puedo creer que las verdades, que los resultados del cálculo estén sólidamente unidos a una interpretación falsa y a la vez se apoyen en ella y la comprueben: por lo mismo, dudo de cuanto dice el Sr. Perrín y otros y sospecho que, en los estudios de la físico-química moderna se han olvidado factores más naturales, como los deslizamientos debidos a una simple desigualdad de densidades, la ley de igualdad de presión y otras de la hidrostática. Por ejemplo: la difusión y la presión osmótica no se producen cuando hay igualdad de densidades: esta condición se ha olvidado y los sabios prefieren atribuírlo todo a los movimientos cinéticos-brownianos de las moléculas.

Una ilusión muy explicable puede llevarnos a las hipótesis más absurdas: vemos, por ejemplo, que los polvos ligeros se mueven en un rayo de sol y nos inclinamos a explicarlo por una actividad interna de ellos y no por las corrientes de aire y los cambios de temperatura del medio. Si cae una avalancha, si ruedan las aguas de un torrente, si sopla el huracán, nuestra inteligencia y más aun la de un hombre inculto, tiende a conceder vidas, actividades, impulsos a todo aquello que se mueve, sin pensar desde luego en diferencias de nivel o de temperatura. Aun a los seres vivientes se les atribuye una fuerza vital propia, pero lo cierto es que sin alimentos no se mueven, y ya se sabe que las simples diferencias de tensión superficial pueden mover



Fotografía de una preparación de creolina (frottis). Coloración muy lenta con nitrato de plata.—A. *Micrococcus brownianus* en división transversal, corona blanquizca formada por las pestañas vibrátiles aglutinadas.—B. Los mismos, aglomerados.—C y D. Otros aspectos de los mismos.—Amplificación de una microfotografía directa. Aproximadamente: 6,000 diámetros.—*Herrera.*

masas inertes de mercurio, remedando muy bien las deformaciones amiboideas.

Sin embargo, reconozco mi incompetencia en ésta y otras materias y cedo la palabra a los especialistas en físico-química moderna, no sin deplorar la que parece una verdadera bancarrota de toda una ciencia llena de promesas y que por causa del movimiento browniano y su falsa interpretación puede perder mucho del prestigio que había conquistado.

Importancia médica.—No se sabe todavía si el *Micrococcus brownianus* es un simple purificador biológico, un comensal o huésped de lo que existe, o si tiene o puede tener una acción patógena, directa o indirecta. Hay *Micrococcus* inofensivos o patógenos y yo me pregunto qué acción tendrán los brownianos introducidos en la sangre, con los fermentos metálicos, si dificultarán la fagocitosis, saturando a los leucocitos, o si la excitarán; si serán benéficos con sus diastasas u otras secreciones. El problema se complica, pues ya no son solamente partículas metálicas muy pequeñas las que se inyectan a los enfermos, sino colonias de bacterias, cuyo papel no se ha determinado. Es probable que, en cierta proporción, no sean perjudiciales, pues que existen en todos los organismos, hasta en los ojos, en el polen, en los corpúsculos clorofilianos, y no parecen oponerse a sus funciones, pero nada sé con certidumbre a este respecto. Metschnikoff dice que los insectos llamados efímeros mueren por muerte natural, pero yo he visto que tienen inmensas cantidades de brownianos y podría ser que éstos los matasen directa o indirectamente. Abundan en los mosquitos, aun en los conservados en alcohol. Y nuestro organismo, dada la impermeabilidad de los brownianos, sólo podrá destruirlos por fagocitosis. Quizá las secreciones de los leucocitos sí lleguen a disolver a estos acorazados enemigos.

Teoría de los coloides.—Ahora resulta que está por descubrir, pues se han tomado como gránulos coloides los Micrococcus y en ellos se basa la medida de los gránulos, la teoría de la coagula-

ción, y todo cuanto a las seudo-soluciones se refiere. Por mi parte ya había observado que los silicatos alcalinos se coagulan con infinidad de reactivos, por pérdida de agua, y dudaba de las explicaciones eléctricas. Ahora creo que nadie ha visto, como se pretende, los famosos gránulos coloides, ni los han medido ni contado: todo lo que en estos particulares dicen los autores se aplica a los Micrococus, exceptuando el caso del vidrio dorado y algún otro. No es cierto que estos gránulos en movimiento formen los coloides, pues no se aglutinan, no se suelPan, no son plásticos y en los coloides secos, en la sílice, aparecen como colonias o aislados, pero sin formar la masa misma de las escamas. Estos gravísimos errores han detenido el avance de la química y la física y nada es, en mi humilde concepto, más dudoso que la moderna ciencia de los coloides. Y como en ésta estriba la explicación de la vida, de las propiedades de las substancias proteicas y la realización de los problemas morfogénicos y plasmogénicos, nunca se podrá encarecer bastante el estudio, apenas esbozado en el presente trabajo, del *Micrococcus brownianus*, su físico-química y su biología.

El Sr. Carracido, en su último trabajo sobre las micelas, dice que éstas son la base del protoplasma y de la vida, y les asigna dimensiones y otras propiedades. Yo sospecho que son Micrococus, pues por mi parte nunca he logrado ver otra cosa en los coloides y si existen partículas en movimiento de diversos tamaños y formas, pueden ser explicables por diferencias específicas o individuales de las bacterias. Amplificando mucho las microfotografías vense, efectivamente, aglomeraciones de pestañas vibrátiles aisladas y globulillos ciliados de muy diversos tamaños. Tal vez existan también esporas esferoidales.

Notas complementarias.—Estos microbios se cultivan en todo medio que contenga vestigios insignificantes de materia orgánica, así como en el caldo, la clara del huevo, la gelatina, la creolina y la arcilla impura. En los medios resinosos abundan prodigio-

samente, en la savia, el polen, la tinta de china, el carmín. Rompiendo un objeto de fierro fundido y raspándolo con una navaja sobre una gota de agua pura, aparecen numerosos Micrococus, que han resistido a la temperatura de fusión del fierro. Si se frotan el cubre y el porta-objeto se mueven más aprisa. En todas estas observaciones importa mucho que se pulvericen lo más posible las substancias, pues de otro modo los micrococus quedan incluídos en la masa, en el interior de los cuerpos. En el carbonato de cal se ve muy bien este fenómeno. Recomiendo que se hagan las trituraciones en un mortero movido por la electricidad.

Durante muchos días sometí a la acción de la trituración mecánica cierta cantidad de arena lavada y agua. El mortero de fierro estaba fijo y el pilón giraba con una velocidad de 2700 vueltas por minuto, movido por un pequeño motor eléctrico. Me proponía obtener así el ácido silícico coloidal. Los granos de arena se dividieron finamente, pero la cantidad de coloide formado fué muy pequeña, por imperfecciones del aparato, pero en cambio, el torbellino de aire que producía el pilón y otras circunstancias hicieron que la mezcla de agua y arena triturada se llenase de una cantidad enorme de Micrococus, procedentes del polvo, de la arena y quizá del fierro del mortero.

Aunque he tomado las mayores precauciones para evitar una contaminación accidental, me quedan dudas acerca de la presencia de estos curiosos organismos dentro de los poros de los metales fundidos, el vidrio y otras materias, y desearía que se rectificasen mis observaciones. Sin embargo, sería difícil explicar de otra manera la multitud de Micrococus que existen en los coloides metálicos y que han sido vistos por infinidad de sabios y se consideran como los gránulos coloides. No pueden provenir, en tal abundancia, del agua empleada. Creo, más bien, que durante los tratamientos metalúrgicos se han llenado los metales de bacterias debidas al polvo, la tierra y escorias, etc. Que re-

sistan a las temperaturas elevadísimas de los hornos de las fundiciones (1,000 a 2,000 grados C.) es un hecho verdaderamente extraordinario y que yo mismo me resisto a creer, pero no acepto tampoco que los gránulos encontrados dentro de los metales y que se mueven en el agua puedan clasificarse sencillamente como coloides, sin más explicación. Habría que decir: son de sílice, de alúmina, tienen éstas y las otras reacciones, se disuelven en lejía o en el agua regia, etc. Ahora bien, ningún autor fija estos caracteres y es inadmisible que la química moderna no haya podido analizarlos. Yo les encuentro una resistencia enorme a la acción de los agentes físicos y químicos, que sólo explico por su impermeabilidad. En la sílice hay algo de esta resistencia, según la consistencia y permeabilidad. La recién preparada se disuelve más fácilmente que la antigua. Si se precipita con un ácido fuerte, en silicato alcalino, se endurece tanto que no admite a ningún colorante, mientras que en copos ligeros se tiñe con muchos. El cuarzo, el ópalo, el trípoli, la hidrofana, ofrecen gran variedad de permeabilidades y resistencias a los agentes. El silicato de cal endurecido es muy difícilmente soluble en medios que atacan al silicato gelatinoso, por ejemplo, en agua acidulada. Las esporas de ciertas bacterias no se tiñen si no se reblandecen previamente con lejía.—Spallanzani y Buffon, por el año de 1780, con mejor criterio que los modernos, declararon que el movimiento incesante de partículas microscópicas se debía a *animálculos*, pero esta opinión fué desechada, con el pretexto de que no se basaba en observaciones practicadas con buenos microscopios.

CONCLUSIONES

1.—Por medio de la microfotografía instantánea se ven las pestañas vibrátiles de los organismos que producen el movimiento browniano y que por todos sus caracteres pertenecen a las

bacterias, género *Micrococcus*. Provisionalmente les doy el nombre específico de *brownianus*, mientras se estudian sus caracteres en los cultivos, etc.

2.—La conjugación parece ser accidental, debida al entrelazamiento de las grandes pestañas vibrátiles de los Micrococus. Refuta también la explicación cinética del movimiento browniano.

3.—Es inexacto que toda partícula de menos de una micra se mueva eternamente en el agua, por la agitación cinética de ésta: los Micrococus se adhieren con sus pestañas a las impurezas y aun a pequeños cristales y los arrastran, voltean o empujan largo tiempo.

4.—Son los seres más comunes en la naturaleza y los más resistentes a las causas de destrucción, fuego, antisépticos, agua regia, ácido fluorhídrico, etc. Probablemente deben esta resistencia a su gran impermeabilidad. En estado de vida latente pueden permanecer un tiempo indefinido y se les encuentra dentro de los metales, la porcelana y en general todos los cuerpos. La esterilización a 193°3 C. no los mata. Viven en el ácido sulfúrico. Las lejías, el sublimado, el permanganato hirvientes, los paralizan en una hora.

5.—Cuando cambia la densidad o la viscosidad del medio, se inmovilizan, lo mismo que los infusorios.

6.—Son purificadores biológicos, transformadores de la materia orgánica.

7.—Producen estructuras granulosas en plasmogenia y en el protoplasma natural.

8.—Es inaceptable todo cuanto se ha basado en la teoría cinética del movimiento browniano, (teoría de los coloides, realidad de las moléculas, magnitudes moleculares......) y deben revisarse las teorías más sencillas basadas en diferencias de densidad, deslizamientos, presiones hidrostáticas.

9.—Se ignora la influencia de estos Micrococus en los metales

coloides y en los enfermos a quienes se inyectan; no se sabe si excitan o dificultan la fagocitosis. Existen en inmensas cantidades en el interior de plantas y animales.

10.—Accidentalmente se encuentran en los coloides y la teoría de éstos, sus gránulos, su coagulación y demás propiedades están por descubrir. No es la micela en movimiento la base de la vida, pues está formada por seres vivos, por Micrococus.

11.—Se cultivan en el caldo de carne y en todo medio que contenga vestigios de materia orgánica.

12.—No es admisible que sean gránulos coloides, de naturaleza química indeterminada y que ningún autor precisa, y que se encuentren lo mismo en el polen o en nuestra sangre que en el interior del palastro o la porcelana, presentando los mismos caracteres. Sí es creíble y queda demostrado en el presente artículo, que son bacterias muy pequeñas y resistentes y que se alimentan con materias orgánicas extensamente diseminadas en la naturaleza, en los organismos y anorganismos.

México, Enero 31 de 1915.



LAS BIBLIOTECAS DE QUERETARO EN 1914

Apuntes coleccionados por Valentín F. Frías. M. S. A.

(Sesión del 2 de Marzo de 1914).

Todavía en el primer tercio del pasado siglo, existían en esta ciudad algunas bibliotecas; y no pocas de ellas, ricas en número y en la calidad de sus obras.

La supresión de los conventos, la Guerra de tres años y la Intervención en el 67, mutilaron unas y acabaron con las más; y las pocas que sobraron, dióles fin la indiferencia y abandono de los guardianes de ellas.

Las principales eran las de los conventos de San Francisco, San Agustín, la Cruz, la Congregación, el Pueblito y los Colegios de San Ignacio y San Javier.

La nobleza hispana que aquí residía, también tenía regulares bibliotecas; díganlo las casas de Samaniego, Escandón, Jáuregui y Urrutia, etc., etc.; pero el espíritu de destrucción peculiar de nuestro pueblo, hizo que en la vía pública fuesen entregadas a la hoguera algunas de ellas, como lo fué la de San Francisco, que quedó mutilada y con ella otras.

Otras, a fin de escaparlas de las iras populares, fueron escondidas en lugares impropios, en los que después de largos años de

permanencia, destruyó no pocos volúmenes la humedad, la polilla, y el poco cuidado de los peones al cambiarlos de una parte a otra, como pasó con la de la Cruz, que tras de permanecer hacinada en un jacal de la calle de los Cipreses cerca de diez años, perdió no pocos ejemplares.

Demos una ojeada, después de cuarenta años, a las actuales bibliotecas.

Pocas son, en verdad, las que merecen mención especial y detallada; porque si bien es cierto que existen en poder de no pocos eclesiásticos, abogados, médicos y otras personas estudiosas algunas bibliotecas, no contienen obras de todas las ciencias; pues en lo general sólo contienen obras de su ejercicio y profesión, no mereciendo, por tanto, darles el título de enciclopédicas.

Hemos visitado y consultado las siguientes, de las cuales hemos hecho estos ligeros apuntes, por la falta absoluta de tiempo y carencia de dotes al objeto.

La del señor Provisor, Canónigo, Doctor y Licenciado D. Jesús María Barbosa.

La del Palacio Episcopal.

La del Colegio del Estado.

La del Seminario Conciliar.

La del ex-Convento de la Cruz.

Biblioteca del Doctor Barbosa

La rica biblioteca del Doctor Barbosa existe actualmente en su casa habitación, esquina de las calles de Velázquez y Ánimas.

Es un salón de 18 metros de largo por 5.80 de ancho por 6 de alto.

Tiene tres grandes ventanas bien repartidas. Su estantería es sencilla, teniendo por base una serie de cómodas, y por lo alto tocando el techo.

Son veinticuatro estantes con once casilleros cada uno.

Consta la biblioteca de 12,300 volúmenes que han costado un poco más de $20,000, y se ha formado en el espacio de veinte años.

El orden en que están las obras colocadas es como sigue:

Estante 1º—Sagrada Escritura y sus comentadores.
,, 2º y 3º—Patrología Griega y Latina, edición Migne, y consta de más de 300 volúmenes; y Escritores eclesiásticos, como San Buenaventura, Santo Tomás y otros.
Casilleros sobre la ventana lado Sur.—Sagrada Liturgia.
Estante 4º—Obras de Predicación.
,, 5º—Teología Dogmática.—Apologética.
,, 6º—Ascética.—Mística.
,, 7º—Teología Moral.
,, 8º y 9º—Derecho Canónico.
,, 10º—Historia Eclesiástica.
,, 11º—Hagiografía o Colección de obras que tratan de la vida de aquellos hombres notables por su virtud.
Los estantes de sobre la puerta de entrada y el 12º—Miscelánea Eclesiástica.
Estante 13º y 14º—Jurisprudencia no canónica y Ciencias Naturales.
,, 15º—Filosofía, Matemáticas, Física, Astronomía, Mecánica, Medicina, Botánica, Química, etc., etc.
,, 16º—Historia Universal.
,, 17º, 18º y 19º—Historia, Geografía y Estadística de México.
,, 20º—Continuación del anterior e Historia de otras Naciones Americanas.
,, 21º y estantes sobre la ventana lado Norte.—Miscelánea.
,, 22º y 23º—Literatura Española y Latina.
,, 24º—Idiomas.

Estantes sobre las ventanas del centro.—Heráldica.

Las 24 cómodas contienen multitud de Folletos, Calendarios, Novenas, Periódicos, etc., etc.

Posee, además, muchos Manuscritos y algunos Planos.

La rica colección de Calendarios es incontable, teniendo íntegra la del Galván desde el primero publicado a fines del siglo XVIII, hasta nuestros días; y tanto ésta como la de Directorios Eclesiásticos está empastada.

La colección de Diccionarios pasa de 200, Ediciones Princeps tiene varias; entre éstas, la del Periquillo de Lizardi.

Incunables europeos, tiene los Sermones de San Ambrosio editados en Milán, y una obra de Filosofía editada en Inglaterra en 1474.

Incunables mexicanos, tiene el Diccionario Mexicano de Molina de 1555, y Tesoro de los Pobres por Fr. Maturino Gilberti, impreso en 1575.

Entre los M.SS. existe uno, tamaño infolio, pergamino, titulado Ritual Franciscano.

La obra más notable es la rarísima en el mundo y que se titula:

Civitatis Orbis Terrarum

y consta de tres tomos en un volumen pergamino infolio con multitud de planos de las ciudades principales del mundo, editada en 1576.

Un escritor jalisciense hablando de esta obra, dice que a su juicio no existen en el mundo más de cinco ejemplares, lo que aunque creemos hiperbólico, no dudamos sea una obra en extremo rara y que no todas las bibliotecas poseen.

Al escribir estas líneas se ocupa el Doctor Barbosa de seleccionar sus duplicados con objeto de regalarlos a la V. Congregación de Clérigos seculares a que él pertenece; pues dicha Corpo-

ración no posee un solo libro desde que las revueltas concluyeron con su biblioteca.

Biblioteca del Colegio del Estado

Siendo Gobernador del Estado el General José M. Arteaga, y Rector del Colegio el Pbro. Lic. D. Nicolás Campa, se formó e inauguró, por su iniciativa y empeño, el 16 de Septiembre de 1857.

Para el efecto se hizo en la planta alta del Colegio un salón de 16 metros de largo por 12 de ancho y 10 de alto, sostenida su techumbre por en medio, por dos gruesas columnas.

Dan entrada al salón cuatro grandes puertas y en la parte alta de los muros dan paso a torrentes de luz, cinco grandes vidrieras en ambos lados y una más sobre cada puerta.

La elegante estantería se compone de 14 departamentos y 10 cómodas, teniendo repartidas equidistantes tres portadas romanas con sus columnatas en cada lado.

El Pbro. Campa, a quien todo ello se debe, formó la biblioteca, que entonces contaba con 18,000 volúmenes, con libros de las bibliotecas de los conventos suprimidos, de San Francisco, San Agustín, San Antonio y otros.

Recién pasado el memorable sitio del 67, y vueltas a reanudar las labores del Colegio, se recontó la biblioteca, y resultaron sólo 14,000 volúmenes.

Siendo Provincial de franciscanos el R. P. Fr. Antonio Muñoz, obtuvo la biblioteca de la liberalidad del extinto Gobernador D. Francisco González de Cosío, se le devolvieran algunos volúmenes, que no he sabido a qué cantidad ascendieron; contingente que utilizó el citado religioso para los alumnos del Colegio Pío Mariano que entonces fundó.

En la época del General D. Porfirio Díaz vino D. Leopoldo Batres y llevóse una cantidad no despreciable de volúmenes para México, y que ignoramos a qué fueron destinados.

Hoy sólo quedan 8,553 volúmenes, la mayor parte pergaminos en latín; y aunque existen obras de bastante mérito, al Establecimiento muy pocas le son útiles, toda vez que en el nuevo plan de estudios, quedaron suprimidas las clases de las lenguas muertas.

Existe en la planta baja del mismo Plantel, otra pequeña biblioteca que es la que está al alcance de los estudiantes y el público.

Esta biblioteca se fundó el 15 de Septiembre de 1907, siendo Director del Colegio el Ingeniero D. Adolfo Isla.

Consta de 3,532 volúmenes holandesa y 2,208 rústica.

La estantería es elegante y consta de trece estantes con sus cómodas, llaves y vidrieras, independientes enteramente uno de otro.

Existen en el mismo salón otros diez y seis antiguos, gigantes, con ocho cómodas, con parte de la biblioteca que fué del licenciado D. Agapito Pozo, profesor que fué del Establecimiento, y cuyas obras en su generalidad son de Jurisprudencia.

Todas las obras de esta biblioteca son modernas, empastadas y en muy buen estado.

Por disposición del Gobernador actual se están llevando al Supremo Tribunal algunos estantes con obras.

Esta «Biblioteca Chica» como generalmente es designada por los alumnos, está bien atendida; tiene su bibliotecario que es, según costumbre del Colegio, el alumno que por su estudio y conducta se hace acreedor a ello.

Actualmente lo es el joven D. Salvador Loyola, quien con finas maneras nos proporcionó los datos necesarios al visitar la biblioteca, acompañado el que escribe del señor Secretario, don Luis A. Olvera, que tuvo la bondad de honrarnos con su presencia e ilustración en la materia.

Biblioteca del Palacio Episcopal

Esta biblioteca se ha formado poco a poco con los libros que del uso personal de los Ilustrísimos señores Obispos se han ido acumulando al morir.

Consta de poco más de 6,000 volúmenes, habiendo dado el mayor contingente para formarla, el Ilmo. Sr. Dr. D. Rafael Sabás Camacho, tercer Obispo de esta Diócesis; pues tanto por su posibilidad, como por su ilustración, tenía una regular biblioteca; y sin temor de errar, podemos asegurar que restando la quinta parte que dejaron los Ilmos. Sres. Gárate y Camacho, lo demás fué de la propiedad del Ilmo. Sr. D. Rafael.

Como este señor fué muy amante de la Historia, tiene la biblioteca una buena parte de obras históricas y muy especialmente sobre historia guadalupana.

Posee, como es natural, ambas Patrologías, la Colección Lacence, Brancoff y otras no menos meritorias.

Biblioteca de la Cruz

A decir de mis antecesores, esta biblioteca fué una de las más ricas de su tiempo. El último religioso de Propaganda Fide en esta ciudad me refirió, cuarenta años después de la exclaustración, que esta «Librería»—como entonces se decía—tenía más de 20,000 volúmenes.

Yo la visité varias veces. En 1877 la visité hacinada en promontorios polvosos y casi abandonada en una casucha de la calle de los Cipreses, al cuidado de una india, a cuya casa fué trasladada de noche por un taladro hecho a la barda de la huerta del convento, en la época de la persecución religiosa, a fin de atravesar con tan preciosa carga únicamente la vía y no ser descubiertos.

En 1886 volví a visitarla en el ex-convento de la Cruz y al cuidado del religioso de referencia. Entonces estaba parte de ella en estantes y parte tirada en el suelo, polvosa y abandonada en el más completo desorden; y según informes del religioso, constaba de 11,000 volúmenes, contados progresivamente sin catalogar.

En 1908 volví a visitarla ya en otro departamento, y al menos colocados todos sus volúmenes en estantes, aunque en el desorden de siempre.

Nunca pude formarme juicio de ella, dado el desorden en que siempre ha estado; y sólo pude, después de larga permanencia, conocer algo de sus dejos de grandeza. en volúmenes esparcidos de las Gacetas de México, Teatro Crítico de Feijoó, Pergaminos infolio de Sermonarios, Crónicas, Medicina, Santos Padres, etc., etc.

No hace un año que volví a visitarla, y continúa en su mismo abandono de hace cerca de cinco lustros en que la conocí; con la diferencia que según calculé, hay cuando más cuatro mil volúmenes, porque se me ha dicho—aunque no garantizo su veracidad—que está a merced del que llega.

He sabido que los turistas han comprado en tiempos no lejanos buen número de obras, y posteriormente mi antiguo y buen amigo el Dr. Nicolás León, se ha aprovechado de no escaso número de obras curiosas y raras.

Dícese también que han llevado algunas obras para el Colegio Pío Mariano.

Resumiendo: La Señora de otros tiempos, hoy en el abandono que trae consigo largos años ha, apenas contará con tres o cuatro mil volúmenes truncos y raídos llamados a desaparecer en breve tiempo.

Biblioteca del Seminario Conciliar

El señor mi hermano, Canónigo Magistral de la Catedral y Vicerrector muchos años de este Plantel, y quien, según el decir del Ilmo. Sr. Dr. D. Rafael S. Camacho, era el único que conocía al dedillo esta biblioteca, porque todo el tiempo disponible que le dejaban sus atenciones, lo pasaba en ella, echándose sobre sí la tarea de arreglarla y catalogarla personalmente, me ha proporcionado los datos siguientes:

Recién fundado el Seminario en 1864, el Lic. Rodríguez de San Miguel, vecino de México y simpatizador de esta fundación, regaló algunos volúmenes de su biblioteca para dar principio a ésta.

Poco después, por autorización del Ilmo. señor Metropolitano, los extintos conventos cooperaron con algunas obras para enriquecer ésta, lo que consta al que esto escribe, porque ha visto no pocos volúmenes con los ex-libris de los conventos de San Francisco, San Agustín, San Antonio y algún otro.

La Patrología Latina la regaló el ex-Canónigo D. Esteban G. Rebollo siendo Rector del Instituto.

El señor Canónigo D. Francisco Figueroa, regaló también algunas obras, entre ellas la Patrología Griega. Este sacerdote ejemplar, émulo de San Vicente de Paul, fué muchos años profesor del Plantel.

El Ilmo. Sr. D. Rafael S. Camacho, tercer Obispo de esta diócesis, regaló también no pocas obras de mérito.

Los Ilmos. Sres. Obispos Gárate y Camacho Ramón, aunque en menor escala, cooperaron también con su contingente.

Ultimamente el Pbro. D. José M. Belmonte, poco antes de su muerte, acaecida en Tequisquiapan, de donde fué algún tiempo Vicario, regaló parte de su biblioteca a este Establecimiento.

El número de volúmenes de esta biblioteca apenas asciende

a 4,000, y sus obras son, como es natural, en su mayor parte, ascéticas y científicas.

Por lo expuesto venimos en que hoy por hoy la única biblioteca rica, atendida y útil es la particular del Dr. Barbosa, quien merece bien de sus conterráneos, porque ha gastado en ello su patrimonio, sus energías y desvelos en bien de la ciencia.

Ojalá y en cada ciudad tuviese un imitador en bien de las letras patrias.

Santiago de Querétaro, Febrero 14 de 1914.



LAS AGUAS SUBTERRANEAS

EN

LAS MINAS DE PACHUCA Y REAL DEL MONTE

LA INUNDACION DE 1895

POR EL

ING. EZEQUIEL ORDOÑEZ, M. S. A.

(Sesión del 1º de Junio de 1914).

Como es bien sabido, en los importantes distritos mineros de Pachuca y Real del Monte, ubicados en la sierra del mismo nombre, todas las vetas metalíferas arman en andesitas augíticas de variados aspectos, pero todas procedentes de un solo magma. El gran macizo andesítico de la sierra de Pachuca va hasta gran profundidad, es decir, que dentro de las profundidades a nosotros accesibles, probablemente no se encontrarán más que las mismas rocas andesíticas. En las minas de San Rafael, Barrón, Santa Gertrudis y Dificultad hay labrados que llegan ya a los 600 metros de profundidad. Las aguas son abundantes en las minas de Pachuca y Real del Monte, en las que hay instaladas importantes plantas de bombas, especialmente en las minas del Bordo, San Rafael, San Juan, Barrón, Sta. Gertrudis, Dificultad y Ca-

brera. Todas estas instalaciones de bombas consumen en conjunto cerca de 4,500 caballos de fuerza; extraen aproximadamente 10,000 galones de agua por minuto y representan un gasto de cerca de un millón de pesos al año. La fuerza es suministrada por las plantas hidroeléctricas de Juandó, Regla y Necaxa.

Este pequeño artículo tiene por objeto indicar algunas particularidades de la circulación subterránea de las aguas en Pachuca y Real del Monte, tales como nos son reveladas en los extensos laboríos de las minas, abajo del nivel hidrostático original.

Todas las aguas que se encuentran en las minas de los distritos mineros en cuestión, son meteóricas y su infiltración se hace principalmente al través de las grietas y hendeduras que subdividen a estas rocas en grandes y pequeños paralelepípedos oblicuos. La abundancia e importancia de estas grietas, así como la porosidad capilar de las rocas, es variable de un lugar a otro por virtud de la diversa textura de esas rocas, de su grado más o menos avanzado de alteración, de los esfuerzos a que han estado sometidas durante la formación de las grandes fracturas, de los fenómenos de torsión que han originado las fallas, lentísimos movimientos actuales, etc. Entre la parte superior de la zona estática o sea al partir del nivel hidrostático original para abajo y la zona de circulación de las aguas, o de aquel nivel para arriba, no existe una aparente diferencia en general, ni en la magnitud ni en la abundancia de las grietas, tampoco es distinta la porosidad; pero sí ambas cosas son más intensas cerca de la superficie del terreno, por razones que es obvio mencionar.

A una circulación digamos regularizada de las aguas, por las grietas o diaclasas de las rocas de Pachuca y Real del Monte, se oponen las vetas minerales, las que generalmente represan las aguas y las encauzan en determinadas direcciones, lo cual ha pasado en todo tiempo en la zona de circulación y ahora también en la zona estática por virtud del drenaje artificial. Las vetas

obran como diques o represas, no tanto por la mayor capacidad del cuarzo que las forma, el que también está agrietado, sino por las lamas (gouge) o roca muy descompuesta que viene con mucha frecuencia junto a las vetas, al bajo, al alto o en los dos lados y cuyas lamas, por su naturaleza arcillosa, extrema división y blandura, no tienen grietas y su porosidad es casi nula. La existencia de las lamas junto a las vetas, especialmente en las más robustas de Pachuca, reconoce como causa el hecho de que las vetas se han formado en fracturas abiertas a lo largo de fallas, y las lamas son un producto de la zona de fricción. En otros casos el terreno se ha afallado posteriormente, o ha habido movimientos de reajuste recientes a lo largo de las vetas que han remolido la roca encajonante, formando también bandas impermeables de lama.

En el papel de represas que desempeñan las vetas y en la acumulación de las aguas del lado del bajo, o del alto, influye mucho la dirección en que se hace la mayor infiltración, pues como es natural, ésta no se hace igualmente en todos sentidos, siempre descendiendo, sino que más bien se establecen especies de corrientes subterráneas viniendo de cuencas parciales superficiales o de las regiones hacia donde quedan las altas montañas y por ende es más abundante y frecuente la precipitación. Por ejemplo, la veta Vizcaína represa las aguas del lado de su bajo porque hacia ese lado queda la parte alta de la sierra de Pachuca cubierta de vegetación y con más frecuentes precipitaciones; además, hay otra causa de la que después hablaremos.

En la mina de Cabrera en Real del Monte, la mayor infiltración viene por el lado poniente y las aguas afluyen a veces con inusitada fuerza, porque de ese lado vienen las corrientes de infiltración de aguas originadas en la alta montaña del Zumate y de la cresta de la sierra, que absorbe mucha agua. Dicha montaña y la cresta está formada de brechas andesíticas muy porosas. En algunas minas, el agrietamiento de las rocas es tan amplio y

tal la cantidad de agua almacenada, que ésta brota accidentalmente con fuerte presión hidrostática, cuando accidentalmente se abre un conducto no drenado lentamente en el curso de los trabajos mineros, o cuando labrando por crucero se está llegando a una veta que tiene aguas represadas. Sin embargo, estas aguas con presión son raras y brotan por corto tiempo. Además de las aguas que mojan las rocas en los cañones y que escurren gota a gota, hay las aguas que escurren continuamente por conductos más amplios como rendijas en las rocas que tienen uno o dos centímetros de abertura. Las rendijas actualmente productora son naturalmente las que se hallan en los niveles más bajos de las minas o en el fondo de los tiros. Sin excepción, las aguas son más abundantes junto a las vetas que a mayor distancia por las razones ya dichas y es muy notable la humedad y el agua de un cañón sobre veta en contraste con la sequedad de un crucero al mismo nivel ya lejano de veta, especialmente si éste no corta fallas o blanduras.

En algunas minas y en ciertos lugares, además del partimiento paralelepipédico de que hemos hablado, existen grietas más o menos horizontales que dividen a las rocas en gruesos bancos. En este caso las aguas de infiltración corren por estas grietas de preferencia.

En la mina de Cabrera hemos observado el raro fenómeno de rocas algo vítreas, en estado de tensión que se parten espontáneamente en superficies curvas durante corto tiempo, después de estar expuestas al aire en el interior de la mina. Este quebramiento espontáneo es acompañado de un ruido semejante a pequeñas detonaciones.

En algunas de las vetas metalíferas, la porosidad e infiltración son tan fáciles que dichas vetas sirven de canales de circulación. La porosidad es debida en tal caso a que el cuarzo está muy quebrado y frecuentemente triturado, con el aspecto de una arenisca poco compacta, o bien hay en dichas vetas *abras* o aber-

turas algunas veces de consideración. En estas reaberturas de las vetas, como en las de Escobar, de Cabrera y Sta. Brígida en Real del Monte, la abrasión por las aguas ha sido intensa; las paredes cuarzosas de las abras se ven lisas o con salientes arredondeados y en ciertas partes hay acumuladas lamas, a veces ricas, por efecto de una concentración natural.

En las minas profundas la desigual abundancia de aguas en las vetas y sus cercanías y en las rocas a mayor distancia, se aprovecha para el trabajo rápido en los contratiros, que son los auxiliares indispensables en la profundización de los tiros interiores y apertura de nuevos niveles. En los contratiros en la roca, la lentitud de la infiltración permite el ahonde rápido, a veces aun sin necesidad de pequeñas bombas provisionales. Lo mismo sucede con cruceros que parten de los tiros para nuevos niveles que se labran casi en seco hasta pocos metros antes de llegar a las vetas. Muchos casos curiosos ofrece este tema, que no podemos por el momento considerar.

En las minas profundas de Pachuca y Real del Monte se puede verificar el hecho, ya bien demostrado, de que pasada cierta profundidad en la zona estática, la porosidad y la infiltración de las rocas va disminuyendo de un modo tan sensible, que el gasto de aguas disminuye poco a poco en lugar de aumentar constantemente, como es el caso hasta cierta profundidad. En nuestras minas de Pachuca y Real del Monte el máximum de aguas parece encontrarse alrededor de los 500 metros de profundidad, pues pasada esta región en minas que llegan hasta los 600 metros, no solamente se ha visto que las aguas se mantienen con gasto estacionario sino que en algunas la disminución es bastante sensible. A dicha profundidad de 600 metros, no solamente la roca se ve más apretada, es decir menos porosa y menos agrietada, sino también las vetas, que son más compactas (al mismo tiempo que más pobres) y más fuertemente empotradas a la roca. A estas profundidades las fallas en lugar de presentarse com-

puestas de varios relices imbricados en una zona más o menos ancha de roca descompuesta, se reducen al solo relis de falla y a una banda de lamas sin importancia. Por este motivo a estas profundidades las vetas por regla general ya no represan tanto las aguas como en niveles superiores.

Hay lugar en esta pequeña nota, de hacer mención de la inundación extraordinaria que afectó a gran parte del distrito de Pachuca, acaecida a fines del año de 1895 y de exponer la causa más probable de este inusitado fenómeno, sobre el cual hubo, en los días en que se verificó, diversas opiniones y conjeturas.

En Noviembre del citado año se avanzaba al oriente el cañón 290 metros de la mina Camelia, en Pachuca, cuyo cañón se suponía que iba sobre la veta Vizcaína. La frente del cañón se hallaba el día 10 del mismo mes a 285 metros al oriente del crucero que conduce al tiro de Camelia. El cañón se colaba en terreno enteramente seco, pues el desagüe se mantenía a más bajo nivel por las minas vecinas de Zotol y San Rafael, con bombas que extraían en total, regularmente, alrededor de 2,000 litros de agua por minuto. El 10 de Noviembre, como a diez metros de la frente de aquel cañón de Camelia, comenzó a brotar agua en pequeña cantidad y sin cesar, pero en la noche del 15 de Diciembre siguiente, de aquel mismo punto del cañón, comenzó a brotar el agua en tal cantidad y fuerza que al cabo de dos días quedó bajo las aguas todo el cañón y subía rápidamente el agua en el resto de la mina. Un mes después también gran parte de las minas de Maravillas y San Rafael se habían inundado, después las del Cristo y las situadas sobre las vetas de los Analcos, la Zorra y Cal y Canto, calculándose que para aquella fecha el agua extraordinaria que motivó la inundación, representaba un volumen de algo más de 100,000 metros cúbicos o sea un gasto extraordinario de 2,460 litros por minuto durante 30 días y brotando de un solo punto.

Esta inundación causó la paralización total de los trabajos de

las principales minas del Distrito de Pachuca, que lo eran entonces las afectadas por la inundación, produciendo el consiguiente trastorno en la vida comercial de Pachuca y creando una situación angustiosa a numerosos trabajadores.

A mediados de Enero de 1896 la salida del agua por Camelia comenzó a decrecer de una manera notable, bajando el gasto a la cifra de 282 litros por minuto o sea más o menos a solamente el 11 por ciento de la que fué el mes anterior. En aquella época había en Pachuca otras dos plantas de bombas en la región inundada, instaladas en los tiros de San Pedro y de San Juan, las cuales estaban paralizadas; y sin embargo de la intervención de las autoridades del Estado y Federales, estas bombas no prestaron su ayuda eficaz, sino hasta después de varios meses de negociaciones molestas y tardías. Fué necesario el trabajo continuo de las bombas Corlish de los tiros del Zotol, San Juan y San Pedro y posteriormente la del Carmen (Marzo de 1897), el de las bombas de San Rafael (pequeñas bombas primero y bombas eléctricas desde Junio de 1897), además de extraer agua con malacates por algunos tiros, para hacer el desagüe de todas las minas afectadas, habiéndose conjurado los estragos de la inundación hasta Noviembre de 1898, cuando la situación de las minas volvió a su primitivo estado.

Al partir de esta fecha una nueva era de prosperidad se inicia en Pachuca, renovándose con vigor los trabajos de las minas e introduciéndose mejoras, entre otras la apertura del llamado «Socavón Girault» que no solamente había de facilitar el servicio económico del desagüe de las minas, sino posteriormente utilizarse como importante vía de tránsito y para la conducción de materiales y metales del grupo considerable de minas, el más afectado por la famosa inundación de que venimos hablando.

Durante el tiempo en que fueron ostensibles los efectos de la inundación y entre minas inmediatas que no estaban comunicadas directamente por obras subterráneas, se pudo probar clara-

mente que las vetas represaban las aguas hasta impedir su paso al través de algunas de ellas o retardar mucho la llegada de las aguas de la inundación aun habiendo un fuerte desnivel, como sucedió en la mina de Rosario a un kilómetro horizontal de donde se inició la inundación. El agua comenzó a llegar lentamente en esta mina un mes después de iniciada la inundación, llenando los cañones más profundos que estaban a cerca de 150 metros abajo del punto donde comenzó la inundación en la mina de Camelia. Además, la infiltración al través de las rocas se hacía con notable lentitud.

De aquí resultaba que el agua no conservó el mismo nivel en las minas de la región inundada sino que éste dependía entre otras causas de la mayor o menor actividad del desagüe local hecho por sus bombas. El retardo con que se verificó la inundación en la mina de San Juan prueba no solamente la lentitud de la infiltración al través de las rocas sino también la dificultad que opusieron a su circulación algunas vetas interpuestas entre la veta de los Analcos (San Juan) y la veta Vizcaína (Camelia).

Los hechos culminantes de la inundación de 1895 fueron: la súbita salida de un volumen considerable de agua durante varios días y por un solo sitio, después un gasto moderado de agua saliendo por el mismo punto durante varios meses; y por último, no más agua de este lugar. Hay por lo tanto que suponer que estas aguas estaban almacenadas en alguna región, ocupando un nivel más alto que el lugar por donde brotaron y sujetas a fuerte presión hidrostática. Nunca pudimos admitir, ni aun en hipótesis, que esas aguas llenaban una cavidad subterránea en las rocas, porque esas cavidades no existen en las rocas de Pachuca. Hace como tres años, buscando la continuación de un cuerpo norte de la veta Vizcaína, en la mina de Paraíso, que es la prolongación oriental de la mina de Camelia, sugerimos la ejecución de ciertas obras para encontrar dicho cuerpo de veta, el cual descubrimos, casi adherido a una amplia zona sumamente que-

brada, compuesta casi de piedras sueltas. Esta zona corre aproximadamente en la misma dirección que la veta, pero no se conoce todavía su total extensión longitudinal ni vertical, pues solamente se conoce en unos cuantos niveles de la mina. Esta zona quebrada es una fractura reciente, en parte rellenada con el material caído de sus paredes, con arcilla y con pedazos de la misma veta.

Esta zona quebrada cuyo ancho varía de cinco a diez metros, impregnada de aguas como estuvo y sin tocarse, causó la inundación de que venimos hablando, pues puede probarse actualmente que la quebrazón quedaba muy cerca de las paredes del cañón y del punto por donde brotó súbitamente el agua. La presión de ésta y de la quebrazón cauzó el aflojamiento de las paredes del cañón, y por lo tanto la repentina descarga del agua, la que no cesó sino hasta que se hubo drenado la zona saturada, por lo menos, hasta el nivel por donde brotaron las aguas.

México, Mayo de 1914.



NOTAS HISTORICAS

EL HOSPITAL REAL DE INDIOS DE LA CIUDAD DE MEXICO

POR EL

DR. JOSE M. DE LA FUENTE, M. S. A

(Sesión del 6 de abril de 1914)

LÁMINA II

No existen datos ni documento alguno que nos ilustren para poder determinar la fecha en que se fundó el Hospital Real de Indios de la ciudad de México, pues todo cuanto, hasta hoy, se ha escrito sobre este particular, sólo se basa en simples inferencias y no en ningún documento serio que lo acredite.

D. Cayetano Cabrera, en su *"Escudo de Armas de la ciudad de México,"* dice que lo fundó el Illmo. Sr. Obispo don Sebastián Ramírez de Fuenleal, Presidente de la segunda Audiencia, por los años de 1531 a 1533, y el Lic. D. Mariano de Torres, en su prólogo a las Ordenanzas del mismo hospital, dice que se ignora la fecha de su fundación; pero que debe haber sido por el año de 1542, en obedecimiento al mandato de Carlos V, quien en octubre de 1541 ordenó que se fundaran hospitales de indios en todas las principales ciudades del virreinato. [1]

Por mi parte, tengo que seguir el mismo camino de las deducciones, solamente que las mías no son del todo arbitrarias, desde el momento en que las deduzco de diversos

---

1 Ley 7ª, Tít. 4, lib. 7º

datos aislados que me he encontrado dispersos por los archivos, los que hilvanándolos con cuidado y estudiándolos luego con todo detenimiento, me han proporcionado alguna luz sobre este asunto; pero una luz tan débil y vacilante que apenas ha sido suficiente para alumbrar a medias el camino de las deducciones, y en ninguna manera para permitirme traslucir siquiera la verdad de este misterioso asunto que se oculta con tan inquebrantable tenacidad a la investigadora mirada de la historia.

Hay razones para creer que el Hospital Real fué fundado por el mismo Cortés para que en él se curaran los indios que, en gran número, fueron atacados de la terrible epidemia que se desarrolló en México pocos días después de consumada la conquista, y después de ella no quedó permanente sino que se utilizaba solamente en tiempo de las epidemias que con tanta frecuencia se desarrollaban entre los indios en los primeros años que siguieron a la conquista, y de haber sido esto así, es evidente e incuestionable que el primer médico y el primer cirujano que atendieron este hospital fueron el Lic. D. Pedro López y el Cirujano D. Diego de Pedraza, que eran los únicos facultativos en estas materias que había en aquella época, según dice Dorantes. [1]

Es un hecho de todos conocido que el venerable benefactor de los indios y Oidor de la segunda Audiencia, D. Vasco de Quiroga, fundó, en Santa Fé un hospital y un colegio para indios; pero se ignora qué hizo de esos enfermos cuando fué nombrado obispo de Michoacán y tuvo que irse a gobernar su obispado.

Por los datos que me he encontrado, aunque confusos, se puede deducir que D. Vasco aprovechó el Hospital de Indios de México, que, como hemos dicho, sólo se utilizaba en tiempos de epidemias, y trasladó a él sus enfermos con

---

1 Suma relación de las cosas de la Nueva España, págs. 278 y 309.

sus camas, muebles y demás útiles, y hasta los enfermeros y servidumbre, y esto último lo corrobora el hecho de que durante muchos años los enfermeros y la servidumbre de este hospital fueron indios tarascos que D. Vasco mandaba de Michoacán después de haberlos instruído en esos servicios en los hospitales que había establecido en su obispado, y esto sí es ya un hecho comprobado, que consta en los libros de la cofradía de San Nicolás Tolentino fundada desde época remota en el mismo hospital.

Por aquellos mismos días expidió Carlos V la Ley 7.ª por la que ordena se funden hospitales de indios en todas las principales ciudades del virreinato, y entonces fué cuando el gobierno tomó ingerencia oficial en el hospital, el que desde aquel día se llamó: "HOSPITAL REAL DE INDIOS, DE LA CIUDAD DE MEXICO," pues antes de que gozara del patronato real, solo se titulaba "Hospital de Indios."

Y estos dos acontecimientos, que realmente tuvieron lugar por los años a que se refieren Cabrera y Torres, son los que estos señores confundieron con la fundación del hospital, siendo así que sólo fueron su reorganización. Por la época a que me vengo refiriendo, se construyeron tres salas para enfermos, y otras dependencias, todo ello de adobes, pues las anteriores eran de madera; pero las salas eran tan reducidas que apenas podían contener treinta enfermos las tres juntas, y no fué sino hasta el año de 1762 cuando se construyeron de cantera y más amplias, sus salas y demás dependencias, quedando la fachada principal hacia la calle de la Victoria sobre cuya portada se colocaron, esculpidas en relieve sobre cantera, las figuras de las tres virtudes y el escudo Real.

El Hospital Real de Indios estuvo situado a extramuros de la ciudad hacia el Sudeste, a espaldas del convento grande de San Francisco y contiguo al Colegio de San Juan de Letrán; el área del terreno de su pertenencia, sobre el cual

se asentaba, medía 246 varas de longitud, y de latitud, por la parte que daba al Oriente, 891 varas, y por la que daba al Poniete, 61 varas, viniendo a formar una cuchilla cuya parte más angosta quedaba entre la calle de la Victoria y el callejón de los Rebeldes, el que por aquel tiempo era un callejón torcido, estrecho e inmundo, que el vecindario había convertido en depósito de basuras y toda clase de inmundicias, por lo que los administradores del hospital se estaban quejando continuamente al Ayuntamiento y pidiéndole mandara limpiar aquel callejón, cuyos inmundos miasmas perjudicaban a los enfermos, y aunque estas quejas eran siempre atendidas, a los pocos días estaba el callejón en el mismo estado, y no fué sino hasta el año de 1800 cuando el Ayuntamiento, para cortar de raíz ese mal, mandó ensanchar y enderezar el callejón, el que desde aquella fecha quedó convertido en ancha y recta calle.

Carlos V, en su Real Cédula de 14 de marzo de 1553, concedió al Hospital Real una subvención de $ 1,400 anuales, los que se cobraban de sus Reales Cajas, la cual ratificó Felipe II en su cédula de 16 de noviembre de 1556 y la confirmó la Reina Gobernadora doña Mariana de Austria en 23 de junio de 1668, mandando, a la vez, que de esta pensión no se hiciese descuento alguno. Esta real subvención y el privilegio de la impresión de cartillas, que también le había concedido el Rey, eran los únicos fondos con que contaba el hospital por aquel tiempo, y sólo debido a las limosnas que recibía de algunas personas caritativas y a los legados que algunas otras le hacían, podía sostenerse.

El año de 1687, el Virrey Marqués de Villamanrique, con el loable fin de aumentar las rentas del hospital, decretó que todos los indios del Virreinato contribuyeran anualmente con cierta cantidad de maíz para el sostenimiento de su hospital, lo que, efectivamente, lo favoreció bastante, pues ya pudo hacer algunas economías con las que se compraron algunas casas, pero esta contribución, que se llamó *"Del*

Maíz," comenzó al poco tiempo a presentar dificultades para su recaudación y unido a esto los innumerables abusos a que se prestaba, llegó a verse casi abandonada, por lo que el Virrey Marqués de Casafuerte, el año de 1726, la substituyó con la cotribución "Del Medio Real," cantidad que tenían que pagar anualmente todos los indios del virreinato, en vez del maíz, y fué esta contribución la que vino a constituir la principal renta del hospital, pues ella sola producía $ 26,000 anuales.

Antes de esto, se había construído un teatro de madera dentro del mismo hospital, en el centro del patio, el que en su principio se le llamó Corral de Comedias y más tarde Coliseo, y ya con todos estos elementos se compraron más casas y se impusieron capitales sobre fincas, al cinco por ciento anual.

No carece de curiosidad el hecho de que entre los solicitantes de capitales aparece, en 1800, el conocido insurgente don Ramón López Rayón, vecino de Irimbo, quien solicitó diez mil pesos con hipoteca de su hacienda de Santa María Paz, ubicada en Michoacán, los que le fueron negados por que, según el Fiscal, no garantizaba el valor de la hacienda el capital solicitado.

Las casas que llegó a tener en México, el hospital, fueron las siguientes: Callejón del Espíritu Santo, vista al Oriente, los números 6, 7 y 8. Portal del Coliseo, vista al Sur, los números 2, 3, 6 y 7. Fuera del portal, el 7 y el 8. Calle del Coliseo Nuevo, vista al Poniente, los números 1 y 2. Calle de Zuleta, vista al Norte, números 3 y 4. Bajos del hospital cinco accesorias. Calle de la Victoria, en los bajos del hospital, catorce accesorias. Calle de San Juan, vista al Poniente, números 1 y 2. Calle de la Polilla, vista al Norte, los números 1 y 2, y en la calle del Hospital Real, en los bajos, cinco accesorias, y en los altos las viviendas de los capellanes, el médico y el cirujano. Esta noticia se refiere a los últimos tiempos del hospital, pues allá por el

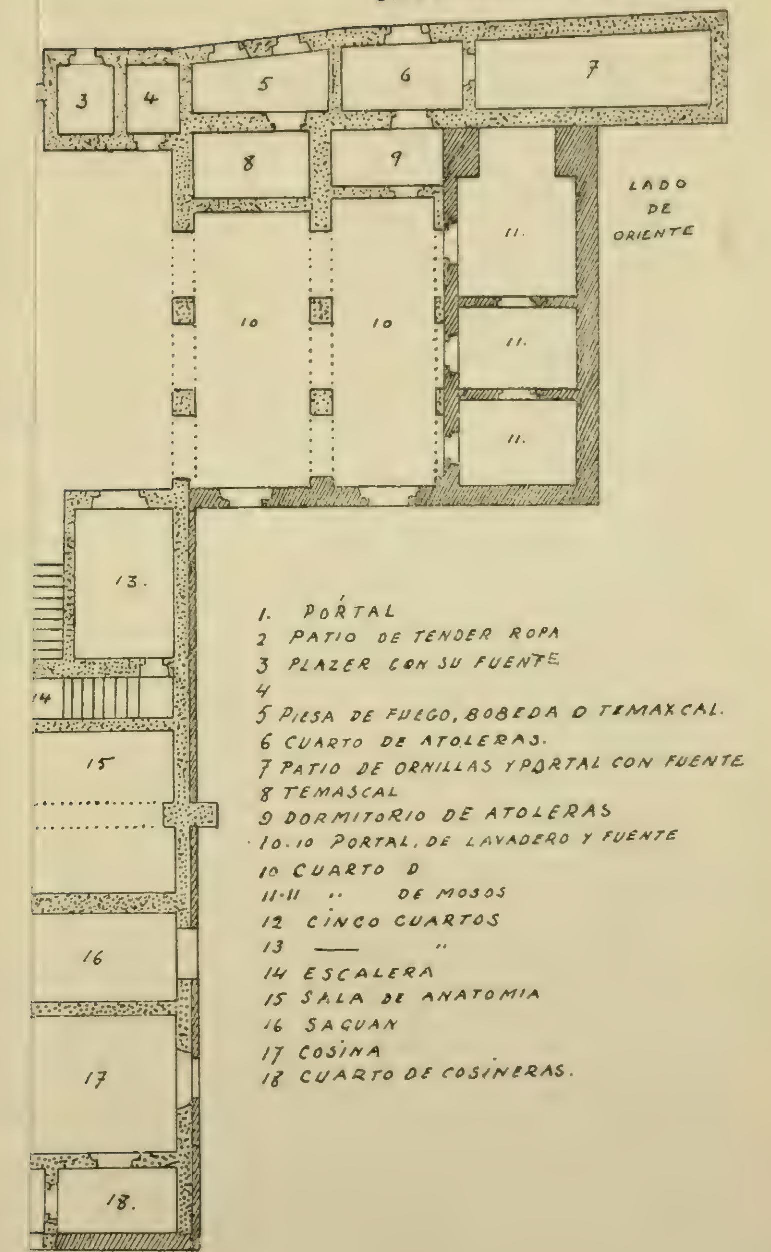
año de 741, tenía también unos jacales en un corral que estaba a espaldas del hospital de San Andrés, los que arrendaban por seis reales al mes cada uno de ellos.

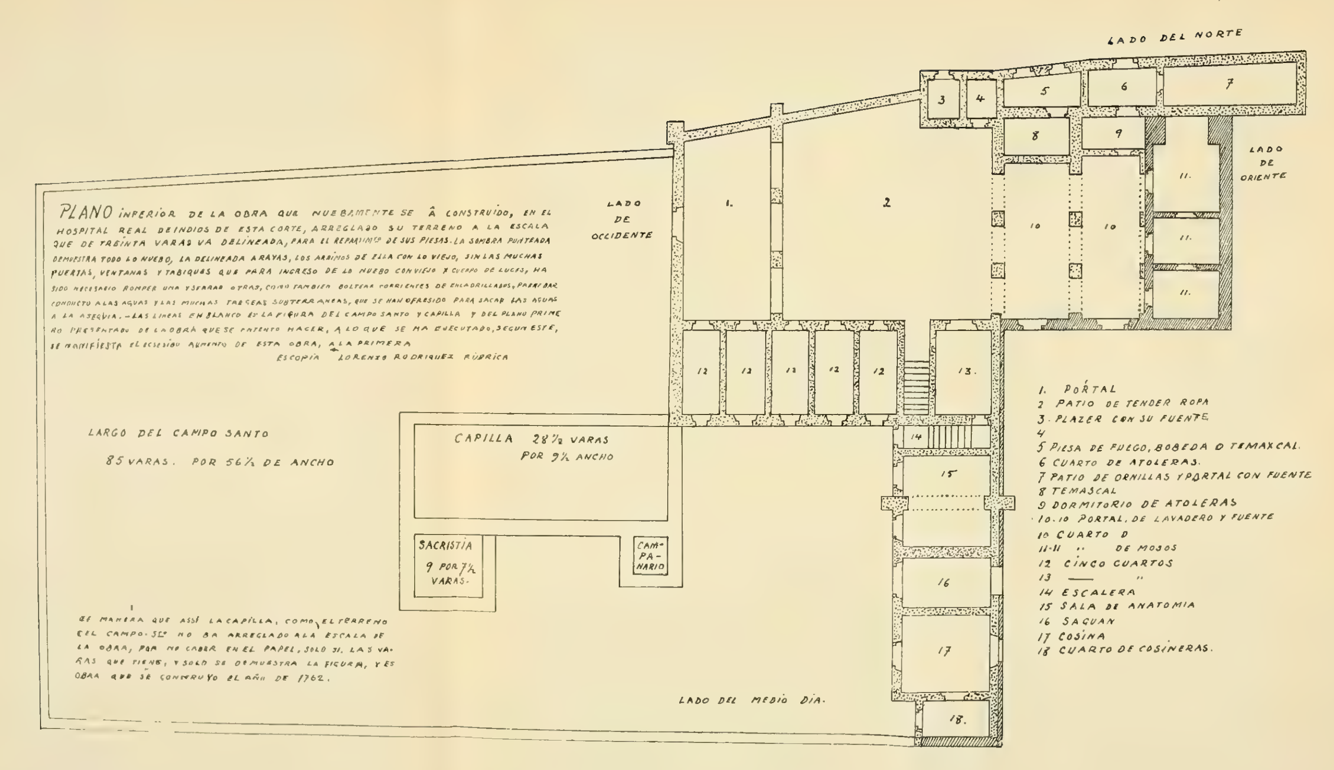
Con todos estos bienes, que se fueron aglomerando poco a poco, las rentas del hospital llegaron a cuarenta mil pesos, en esta forma: $ 26,000, que producía la contribución del Medio Real; $ 1,400, de la Real subvención; $ 4,000, que producía el Coliseo; $ 1,500, producto del privilegio de la impresión de cartillas, y el resto lo producían las rentas de las casas y los réditos de capitales al cinco por ciento.

Aunque estas noticias debía haberlas colocado por su orden cronológico, en el lugar que a cada una de ellas les corresponde, me ha parecido mejor reunirlas en un solo artículo para poner más a la vista de mis lectores las finanzas del Hospital Real.

El año de 1700, por gestiones de los Religiosos de San Hipólito, dispuso Carlos II que se encargaran ellos de la asistencia de los enfermos del Hospital Real, sin perjuicio del Administrador que tenía nombrado, y en vista de esa Real disposición, que el Virrey mandó observar y cumplir, se presentó el General de la Orden de San Hipólito a recibir el hospital, pero el administrador D. Lorenzo Alonso de Saravia se negó a entregárselos, fundando su derecho en la cédula del mismo Carlos II fechada en Madrid el 28 de febrero de 1799, por la cual lo nombró Administrador del Hospital Real de Indios de la Ciudad de México, y con fecha 18 de enero de 1702, presentó un ocurso al Virrey alegando ese mismo derecho y pidiéndole revocara la orden de entrega del hospital a los Hipólitos; pero se le contestó que según la disposición de S. M., éstos iban solamente a encargarse de la asistencia de los enfermos *sin perjuicio del administrador,* y que por lo mismo en nada se lesionaban sus derechos.

El dos de febrero de ese mismo año, tomaron posesión del hospital los frailes de San Hipólito, y desde luego, sin


LADO DEL NORTE
LADO DE ORIENTE
3
4
5
6
7
8
9
10
10
11.
11.
11.
13.
14
15
16
17
18.
1. PORTAL
2 PATIO DE TENDER ROPA
3 PLAZER CON SU FUENTE
4
5 PIESA DE FUEGO, BOBEDA O TEMAXCAL.
6 CUARTO DE ATOLERAS.
7 PATIO DE ORNILLAS Y PORTAL CON FUENTE
8 TEMASCAL
9 DORMITORIO DE ATOLERAS
10.10 PORTAL, DE LAVADERO Y FUENTE
10 CUARTO D
11.11 " DE MOSOS
12 CINCO CUARTOS
13 —— "
14 ESCALERA
15 SALA DE ANATOMIA
16 SAGUAN
17 COSINA
18 CUARTO DE COSINERAS.



HOSPITAL REAL DE INDIOS

hacer caso del Administrador, quitaron los capellanes, que eran clérigos, los empleados y toda la servidumbre, con excepción del sepulterero, el lavandero y algún otro empleado de los de menor categoría, y seguramente que habrían quitado hasta los médicos, los cirujanos y los cómicos, si ellos se hubiesen considerado capaces de desempeñar esos oficios y representar las comedias. Y todos los empleos los ocuparon ellos mismos; y no fué solamente esto sino que se apoderaron también de la administración, pues si bien es cierto que al Administrador no pudieron destituirlo por respeto a la disposición del Rey, lo nulificaron por completo, para nada contaban con él, ni mucho menos le permitían manejo alguno de fondos. Fray Juan de Cabrera, General de la Orden de San Hipólito, era quien gobernaba y disponía todo a su antojo, y desde el día en que él tomó posesión del hospital se disminuyeron las raciones a los enfermos, no se pagaban los sueldos de los pocos empleados que dejaron, ni se les pagaba a los cómicos, y lo más gracioso de todo esto es que los cómicos, el sepulturero y los demás empleados se quejaban ante el Juez de Hospitales contra el Administrador porque no les pagaba sus sueldos, a la vez que éste se quejaba también ante el mismo funcionario de que no se le pagaba el suyo y pedía que se obligara a los frailes a que, a más no poder, le pagaran siquiera los setenta y cinco pesos mensuales que tenía asignados de ración, pues estaban destinados a su sustento y el de su familia; pero todas las órdenes del Juez de Hospitales para que se les pagara a los quejosos, se estrellaban contra la muletilla de: "no alcanzan los fondos," y con este mismo pretexto no se hacían reparaciones ningunas en las pocas casas que entonces tenía el hospital, lo que dió por resultado que se deterioraran de tal manera, que fué imposible ya poderlas arrendar, y con esto disminuyeron, como era natural, les rentas del hospital.

Al terminar los Hipólitos, su primer año de administra-

ción del Hospital, les ordenó el Juez de Hospitales que presentaran su cuenta, la que tras de innumerables subterfugios, presentaron en estos términos: Importa el cargo $ 36,417.7 tomines. Importa la data $ 38,354.1 tomín 9 granos. Diferencia a favor de los administradores, haciendo punto omiso de tomines y granos, $ 2,837; pero no se dice ni de dónde procede el cargo ni en qué se invirtió lo que constituye la data: más explícito estuvo el Gran Capitán cuando en sus famosas cuentas, decía: *"Picos, palas y azadones, diez millones,"* y hay que tener en cuenta que los frailes quitaron los empleados del hospital dizque para hacer economías, y es el caso que antes de esas decantadas economías se cubrían todos los gastos y los sueldos y quedaba un sobrante, y después de ellas a todo el mundo se le debe y resulta un déficit.

En 1711 el Virrey, Duque de Linares, fastidiado con las frecuentes quejas contra los Hipólitos, no sólo del Hospital Real de México sino de los hospitales de Veracruz, Jalapa, Acapulco y Querétaro que también tenían a su cargo, pidió al Oidor decano de la Audiencia y Juez en turno de Hospitales, D. Francisco de Valenzuela, que le informara sobre el estado que guardaba el Hospital Real de México, y el referido Oidor, con fecha 23 de marzo de 1711, rindió un extenso informe en el que en substancia dice: que el estado que guarda el hospital es deplorable, que si no se toman providencias enérgicas y se cambia su gobierno, tendrá que clausurarse, pues el estado que guardan sus rentas no alcanzan para pagar médico, barbero y otros servicios, pues hasta a los cómicos se les debe, siendo así que cuando había enfermeros y empleados asalariados, todos los sueldos y gastos estaban cubiertos y quedaba un sobrante, después de dejar redificadas sus fincas; que la tal decadencia se debe únicamente al haberse encargado el hospital a la Religión de San Hipólito y a la ingerencia que en ello tiene un señor

Prebendado[1] quien se intitula Superintendente, cuyo empleo ignora qué origen tenga, y que para corregir esos males era preciso obrar con toda energía sin pararse en consideraciones ni miramientos de ninguna especie, y al efecto el mismo Valenzuela, hizo unas ordenanzas para el gobierno del hospital a las que tituló: "Nueva Planta ,"y no obstante de que fueron aprobadas por el Rey en su cédula fechada en el Buen Retiro el 5 de octubre de 1715, jamás llegaron a ponerse en ejecución debido a las intrigas de los frailes hipólitos, y todo siguió en tal estado hasta el año de 1737 en que ordenó el Rey que se nombrara administrador, empleados laicos y capellanes clérigos, y que sólo quedaran seis frailes hipólitos para el servicio de los enfermos, y no obstante de que todavía lograron éstos dejar seis de los suyos en el hospital, desde luego alcanzaron las rentas para cubrir todos los gastos y pagar los sueldos de los empleados y los cómicos.

Por fin, en cédula fechada en el Buen Retiro en 31 de diciembre de 1741, ordenó el Rey que se exonerase por completo a la Religión de San Hipólito de la asistencia de los enfermos y de toda ingerencia en los asuntos del hospital, dejándole al administrador la libre administración y gobierno de él.

Tan luego como los frailes hipólitos abandonaron el hospital mejoraron todos sus servicios: se aumentó el número de capellanes, médicos, cirujanos, practicantes, enfermeros y servidumbre, todos ellos remunerados con sueldo, ración y vigilias, y no obstante ese aumento de gastos, hubo ya un sobrante de dinero con el que se fabricó una capilla en el interior del hospital, se hicieron algunas mejoras en el coliseo y se dió principio a la reposición de las fincas para ponerlas en estado de poderlas arrendar.

---

1 Este individuo fue el Lic. D. Joseph Ibañez de la Madrid, maestre-escuela de Catedral.

Gobernando la Nueva España el Marqués de Valero, al amanecer del día 20 de enero de 1721, se incendió el coliseo, que, como dejamos dicho, era de madera y estaba en el centro del patio del hospital, y el fuego se propagó rápidamente a todo el edificio, el que quedó convertido en cenizas, y las pocas paredes que quedaron en pie fué preciso derribarlas después, porque quedaron inservibles, pero afortunadamente no hubo ninguna desgracia personal, pues los treinta enfermos que entonces había allí fueron trasladados oportunamente al Hospital de San Hipólito en donde permanecieron cinco años, hasta el de 1726 en que terminó la reedificación del hospital.

Por falta de fondos no se procedió luego a la reedificación del hospital y el teatro, pues no obstante de que Felipe V mandó que se dieran $ 10,000 de sus reales cajas y el Virrey Marqués de Casafuerte mandó que se diera igual cantidad del fondo de las vacantes de obispados, ambas cantidades no eran suficientes para emprender una obra, que según el presupuesto de los peritos importaba más de cuarenta mil pesos, por lo que todo quedó en abandono hasta el año de 1525 en que le tocó su turno de Juez de Hospitales al Oidor D. Juan Picado Pacheco [1] quien puso desde luego manos a la obra a la que dió principio el 5 de marzo de 1725, bajo la dirección del maestro arquitecto D. Jerónimo de Balvas.

El Oidor Picado Pacheco, tomó con tal empeño la reconstrucción del hospital, que personalmente vigilaba y activaba los trabajos, y así fué como logró que en sólo un año estuvieran terminadas las enfermerías y principales oficinas para cuyo efecto, y a fin de que no se entorpeciera la obra por falta de fondos, colectaba él mismo donativos entre sus

1 D. Juan Picado Pacheco era dueño de las haciendas de Corralejo donde nació Hidalgo, pero cuando su padre D. Cristóbal las administró ya Pacheco había muerto y las fincas eran de su viuda Da. Josefa Carracholi y Carranza.

amistades y ministraba de su peculio el dinero que se necesitaba, y aunque esas ministraciones que hizo sumaron más de $ 8,000, sólo cobró $ 4,000, los que le mandó pagar el Arzobispo Virrey D. Juan Antonio de Vizarrón el 18 de junio de 1733.

El material que se empleó en el edificio fué el tezontle, y no la cantera como en el anterior; de ésta solamente se hicieron los marcos y cornisas del zaguán, las puertas y ventanas así como el escudo Real y las figuras de las tres virtudes que se colocaron nuevamente sobre la portada principal, en la misma forma que estaban antes, solamente que ésta ya no se puso hacia la calle de la Victoria sino a la del Hospital Real.

El 21 de marzo de 1726, entregó el arquitecto Balvas la obra terminada, la que sacó un costo de $ 39,787, y los enfermos, que hasta entonces habían permanecido en San Hipólito, fueron trasladados a su nuevo hospital a fines de ese mismo año de 1726.

El teatro se construyó en donde estuvo el primero, es decir, en el centro del patio principal del hospital, y de madera, como el anterior; pero luego se pensó en la inconveniencia de tener el teatro en aquel lugar, tanto por riesgo de que se produjera un nuevo incendio, como por las molestias que con el ruido se ocasionaba a los enfermos en las noches de función, y por tales razones lo transladaron luego a unas casas del callejón del Espíritu Santo que eran propiedad del hospital, el que las compró a los herederos del Mayorazgo de Riva de Neyra, y en ellas fué donde se fabricó el teatro de madera y con la entrada principal por la calle de la Acequia, la que desde entonces se llamó del Coliseo.

En ese lugar estuvo el Coliseo hasta el año de 1753 en que se fabricó de cantera y con balcones de fierro, en un todo semejante al de Madrid, en la calle de Vergara o del

Colegio de Niñas, como se le llamaba entonces, en el mismo lugar en que hoy se encuentra y lo conocemos por Teatro Principal.

Por unos curiosos documentos que se encuentran originales en el archivo del Hospital Real existente hoy en la biblioteca del Museo Nacional, podemos formarnos una idea de lo que eran nuestros teatros todavía a principios del siglo que acaba de pasar.

Los documentos a que me refiero dicen así:

ENTRADA

Lunes 22 de Septiembre de 1806.

Bancas	43	ps.	1 real
Palcos primeros	4	,,	2 ,,
Id. segundos	4	,,	2 ,,
Id. terceros	4	,,	3 ,,
Id. alquilados con entrada	7	,,	7 ,,
Casuela	22	,,	1 ,,
Mosquete	15	,,	4 ,,
Luneta	0	,,	4 ,,
Total:	123	,,	7 ,,
Papeleta	23	,,	2½ ,,
Libre:	100	,,	41½ ,,

Lunes 27 de Agosto de 1807.

"EL CHISMOSO"

Hacer y andar la etiqueta	0	ps.	5 rs.
7 tiradores	1	,,	6 ,,
7 Mites	2	,,	2 ,,
A Leandro, por pegar carteles en las esquinas	0	,,	2 ,,
Para el sainete, bizcochos y sestitas	0	,,	2 ,,
Gasto de velas	3	,,	0 ,,
Cobradores	7	,,	3 ,,
Por los tres bandolones del sainete y del ensaye	2	,,	1 ,,
Por el papel que iso en esta comedia Agustín Calzi, por ser de obligación se le gratifica	2	,,	0 ,,
Juan García por cantar en el sainete "La Recluta", y por ser de los no contratados por la casa, se le pagan...	6	,,	0 ,,
A Juan Saldaña por hacer el gracioso	2	,,	0 ,,
Suma:	27	,,	0 ,,

Noriega, Rúbrica. *Carbelo*, Rúbrica [1]

1 Noriega era el Administrador del hospital y Carbelo el del Coliseo, pero estaba subalternado a Noriega.

El año de 1761 fué nombrado Mayordomo y Administrador del Hospital D. Antonio de Arroyo, Contador de Providencia del Real Tribunal de Cuentas, en substitución de D. José de Cárdenas a quien el Juez de Hospitales en turno D. Domingo Valcárcel, por orden del Marqués de Cruillas, había destituído en primero de diciembre de ese año, por el hecho de que en su cuenta del año anterior de 1760 le resultó un desfalco de $ 10,546.

D. Antonio de Arroyo, fué el mejor de todos los administradores que tuvo el Hospital Real, tanto por su acrisolada honradez cuanto por su competencia, su progresista actividad, su caridad para con los enfermos, de quienes fué un verdadero padre, y su trato humilde, franco y afable con los empleados y con cuantas personas lo trataron, le granjearon el aprecio y respeto de sus subalternos y de los enfermos, y las consideraciones y confianza de sus superiores, quienes lo conservaron en su empleo hasta su muerte, la que acaeció el 5 de diciembre de 1788, cuando contaba 27 años de Administrador del Hospital.

Arroyo tomó posesión de su empleo el 31 de diciembre de 1761 y desde luego se dedicó con todo empeño y actividad a mejorar el hospital en todos sentidos; en cuanto a mejoras materiales, circundó de una alta barda todo el terreno que pertenecía al hospital; construyó la iglesia que sirvió para el público, pues sólo había una pequeña capilla interior para el servicio del hospital; construyó dos baños, uno de temascal para los indios y otro llamado de placer; fabricó nuevas piezas para despensa y otras oficinas; una sala para convalecientes y otra aislada para enfermos de rabia en el departamento de hombres y otras dos iguales en el de mujeres, una sala cuadrada para anfiteatro (fué el primero que se construyó en México) y nuevas salas amplias y ventiladas para los enfermos; para todas estas construcciones ocupó el terreno del campo santo, el cual estaba pegado a las enfermerías y construyó otro nuevo en

lugar más a propósito, pero dentro del mismo terreno del hospital. En ese nuevo campo santo, en uno de sus ángulos, fué sepultado el cadáver del famoso Oidor D. Guillermo de Aguirre, que murió a principios de abril de 1811, y por la noche lo exhumó el practicante D. José Martínez para hacer de él un esqueleto a cuyo efecto lo puso a macerar en agua de cal, y habría logrado su intento a no haber sido por el oportuno denuncio que recibió la Audiencia, la que mandó practicar las averiguaciones del caso y que se procesara a quienes resultasen responsables, y con ese motivo se le formaron tres procesos a Martínez; uno por la Real Sala del Crimen, otro por la jurisdicción eclesiástica y el otro por el Juez de Hospitales.

No por atender Arroyo a las mejoras materiales desatendía los enfermos, para el mejor servicio de éstos, aumentó el número de médicos, cirujanos, capellanes, practicantes y enfermeros, y, según consta en sus cuentas, se fabricaban mensualmente en el mismo hospital, una gran cantidad de chocolate, cajetas y otros dulces, todo ello para los enfermos, y aparte de la carne de ternera y carnero, se consumían anualmente, por término medio 9,728 gallinas que importaban $ 2,831.6 reales.

Se pagaba una iguala en los baños del Peñón, por los enfermos que iban a tomar aquellos baños por prescripción médica.

Con la ampliación del hospital y el aumento de sus servicios aumentó hasta doscientos el número de enfermos que en él se asistían. Se recibían allí heridos y enfermos de toda clase de enfermedades, hasta de rabia, menos los dementes que se mandaban por cuenta del hospital al de San Hipólito en 1636 y los leprosos que los mandaban a San Lázaro, hospital fundado por Cortés en la Tlaxpana, para leprosos, y clausurado por Nuño de Guszmán, quien se cogió para sí el edificio y el terreno bajo el pretexto de que los

desechos de los enfermos contagiaban la cañería del agua de que se surtía la ciudad, y ofreciendo construir otro a sus expensas en lugar más adecuado, lo que nunca cumplió; pero el doctor D. Pedro López fundó en 1572, el hospital para leprosos con el nombre de San Lázaro, al que, a su muerte, le dejó fincado un capital más que suficiente para su sostenimiento, pero sus herederos no pudieron atenderlo y lo cedieron a los religiosos de San Juan de Dios, quienes lo atendieron perfectamente hasta su secularización y luego quedó ac argo del Ayuntamiento hasta su clausura.

En San Hipólito y San Lázaro había generalmente, por cuenta del Hospital Real, de diez a diez y seis enfermos de uno y otro sexo en cada uno de ellos y en ambos se pagaba real y medio diario de hospitalidades por cada enfermo. Los sueldos que disfrutaban los empleados del Hospital Real, con excepción del del Administrador que era de $ 250.00 cs. mensuales, los demás eran por demás insignicantes; el Capellán Mayor, ganaba $ 75 mensuales; $ 45, el Médico Mayor; $ 35, el segundo; el Cirujano Mayor, $ 45; el segundo, $ 35; el Boticario Mayor, $ 50; $ 18 los practicantes, 4 y 6 los enfermeros, y por el estilo los demás empleados y la servidumbre, bien es que todos ellos disfrutaban de ración y vigilias y los principales también de casa.

Y aquí creo conveniente el que nos detengamos un momento con el fin de hacer una aclaración en la que no me guía otro interés que el de poner en su lugar la verdad histórica.

Hace pocos días que leí en "El Imparcial" que don Manuel Fernández de Lizardi, padre de "El Pensador," fué médico y que hizo su práctica en el Hospital Real bajo la dirección del Dr. Giral.

Efectivamente, el Dr. D. José Giral y Matienzo fué médico mayor de este hospital: por muerte del Dr. D. José del Valle, que desempeñaba ese puesto, lo nombró el Virrey D. Antonio de Bucareli y Ursúa, el 26 de junio de 1776

para aquel alto puesto, y como el Dr. Giral era a la vez Protomédico del Protomedicato, Rector y profesor de la Escuela de Medicina, no es nada remoto ni tiene nada de extraño el que el padre del Pensador haya estudiado bajo su dirección; pero sí es un hecho que no fué practicante del Hospital Real, pues su nombre no figura en los libros de ese establecimiento; en lo que sí no cabe duda alguna es en que concurría allí a las clases de anatomía y fisiología que se daban diariamente, pues era obligación de todos los estudiantes de medicina y cirugía concurrir a ellas durante un año sin cuyo requisito no se les admitía a examen profesional ni se les daba el título correspondiente; pero esto no era practicar sino únicamente concurrir a las clases, que, por otra parte, no las daba el Dr. Giral que era médico, sino que las daban cirujanos y a ellas estaban obligados a concurrir todos los practicantes de todos los hospitales de México.

Según consta de los libros del hospital, en tiempo del Dr. Giral, fué su segundo el Dr. D. Miguel Fernández; cirujano mayor, el Dr. D. Manuel Moreno y segundo el Br. D. Alejo Ramón Sánchez. Entre los practicantes figura el nombre de D. José Fernández, desde junio de 1784 hasta octubre de 1786 y ya en noviembre deja de figurar; pero de ese mes en adelante figura en su lugar D. Rafael Fernández, tal vez su hermano.

Estos son los únicos Fernández que aparecen en los libros del hospital, y como se ve, ninguno de ellos fué Manuel ni mucho menos llevó el segundo apellido de Lizardi que usaba el padre del Pensador.

Desde la fundación del Hospital Real, se había regido y gobernado éste sin más ley que el antojo de los administradores, quienes todo lo disponían según les parecía sin más obligación que rendir una cuenta anual de los fondos que manejaban, y en vista de esto, el año de 1760, el Marqués de las Amarillas hizo unas ordenanzas para el gobierno del

hospital, las que mandó al Rey para su aprobación, pero éste no las devolvió sino hasta el año de 1763 acompañadas de una extensa cédula fechada el 13 de junio de ese año, en la que da varias disposiciones relativas al hospital y ordena que se hagan unas ordenanzas para su gobierno: el párrafo de esta Real Cédula que a esto se refiere, dice textualmente:

"Y así mismo he resuelto remitiros el adjunto exemplar "de las Ordenanzas últimamente formadas, y impuestas pa- "ra el Gobierno del Hospital General de esta Corte a fin "de que teniéndolas presentes formeis una junta de las "personas de vuestra satisfacción que os parecieren más "inteligentes y de vuestra confianza, y oyendo a los médi- "cos y cirujanos del referido hospital, y teniendo igual- "mente a la vista las Ordenanzas que mandó formar el "citado Marqués de las Amarillas, dispongais se hagan "otras nuevas, estableciéndolas como contempleis más "conducentes, y arregladas a la naturaleza de los indios, "las enfermedades que padecen, y los fondos del Hospital, "y finalmente a que los enfermos por seguir una rigurosa "economía no experimenten el menor defecto en su asisten- "cia, en la aplicación de sus medicinas, su mejor calidad, "y el alimento, y regalo tan necesarios para un enfermo y "luego que las hayais formado (con precedente vista del "fiscal de lo civil y voto consultivo de la enunciada Au- "diencia) las remitais con vuestro informe, para que, si "se tuviere por conveniente, y hallasen conformes a tan pia- "doso fin, se aprueben, sin cuya circunstancia no las pon- "dreis en execución."

Obedeciendo esta Real Cédula, se formaron las Ordenanzas del Hospital Real de las que, una vez que fueron aprobadas por el Rey, se imprimieron doscientos ejemplares, en noviembre de 1772, en la imprenta de D. Manuel Antonio Valdez, las que importaron $ 352, inclusive la encuadernación. Estas ordenanzas, fueron precedidas de un prólogo

escrito por el licenciado D. José Mariano de Torres, Relator de la Real Audiencia, por cuyo trabajo, por cierto muy interesante, se le dió una gratificación de cien pesos.

En el archivo del Hospital Real, que se encuentra hoy en la Biblioteca del Museo Nacional, existe una copia de estas ordenanzas, y del prólogo del licenciado de Torres he tomado muchos datos de los que he utilizado en estos apuntes.

El Rey, aprobó las referidas ordenanzas en su Real Cédula de 27 de octubre de 1766 y en 11 de marzo de 1777 las mandó observar y obedecer el Virrey Bucareli, quien dispuso que desde luego se formase la *Real Junta,* que según ellas, debía gobernar el hospital, la cual quedó instalada y dió principio a sus funciones el día 10 de mayo del mismo año de 1777, quedando formada por el Oidor Juez de Hospitales en turno, D. Francisco Xavier de Gamboa, como presidente, y como vocales, el Administrador del hospital, D. Antonio de Arroyo, el Capellán Mayor del mismo hospital, Br. D. Antonio de la Peña y el Contador de Rentas del Gran Tribunal de Cuentas, D. Antonio de Mier y Terán.

Don Antonio Arroyo, con la actividad que le era característica, formó luego unas ordenanzas para los practicantes y otras para los capellanes; estos últimos no quedaron muy conformes con que se les coartase la libertad de que siempre habían disfrutado y protestaron contra las ordenanzas que se trataba de imponerles, pero no obstante el escandalito que armaron, éstas fueron sancionadas por el Arzobispo y el Virrey y aprobadas por el Rey, lo mismo que las de los practicantes, y unas y otras fueron puestas en vigor en el hospital.

El incansable y progresista administrador D. Antonio Arroyo, ya desde el 9 de septiembre de 1763 había presentado un largo memorial al Virrey en el que apoyaba las proposiciones que textualmente copio y dicen a la letra:

"Por todo lo cual suplico a V. E. dos cosas: la primera, "se sirva la Soberanía de V. Exa. mandar se executen en "dicho hospital Real aquel número de anathomías que se "practican al año en el Hospital Real y General de Madrid "asistiendo los Médicos y Cirujanos de la casa y así mismo "del Proto Medicato, según el número de sugetos y circuns- "tanzias establecidas por sus reglas, para que con esta for- "malidad den cuenta a V. Excelencia de todo lo que obser- "ven mediante ser un asumpto de tan gravísima importancia "al Público: la segunda súplica que haga a Vueselencia es "que se sirva mandar al Real Proto Medicato establezca la "costumbre de que todos aquellos estudiantes que aficiona- "dos a la carrera de medicina o cirugía anhelan conseguir "un poco de práctica, que les ayude a lograr su destino les "intime la Horden de que hayan de asistir a la referida "práctica un año (más de los de su Estatuto) en el refe- "rido Hospital Real de Indios a las horas de su curación "para que esta experiencia les abitue más a su intento y "les sirva de especial mérito a su examen este servizio el "cual ha de constar por certificación del Capellan Mayor "de diha. casa y del Médico o Cirujano respectivo de la re- "ferida, sin cuyo requisito no se les dé la aprobacion de "dicho examen."

El Virrey mandó que pasara este ocurso al Juez de Hospitales, quien fué de opinión que pasara al Protomedicato para que informara y este alto cuerpo aprobó gustoso la idea de Arroyo de quien hizo un justo y merecido elogio por su celo, y termina diciendo que es muy conveniente el que se conceda a Arroyo lo que solicita, solamente con la modificación de que no se les recargue un año más de práctica a los estudiantes sino que ese año que tienen que concurrir a las cátedras de anatomía sea al mismo tiempo que hacen su práctica, según sus estatutos, y que esta concesión que se haga al Hospital Real sea sin perjuicio de la concesión que tiene la Universidad para practicar las tres disecciones

anuales que efectúa, según sus estatutos, ni tampoco aquellas anatomías que practican los médicos de los hospitales cuando lo creen conveniente para el estudio de alguna enfermedad y el Virrey les concede la correspondiente licencia, y que en cuanto al número de anatomías que deban practicarse, es asunto que deben resolver los médicos y cirujanos del hospital que son quienes tienen que practicarlas. En vista de esto, pasó el expediente a los médicos del hospital, quienes opinaron que podrían hacerse dos anatomías al mes, en los que no fueran calurosos, una para el estudio de las enfermedades y la otra para estudiar los músculos, las membranas y demás partes del cuerpo, en lo que estuvo conforme el Protomedicato y el Virrey , quien mandó el expediente al Rey para que S. M. determinara lo que fuese de su real agrado, y S. M., en su cédula de 20 de mayo de 1768, ordenó que desde luego se practicaran en el Hospital Real de Indios de la ciudad de México, las disecciones y las correspondientes cátedras de anatomía y fisiología, las que deberían efectuarse diariamente, siendo obligatorio para los estudiantes de medicina y cirugía concurrir a ellas durante el tiempo que los estatutos les señalaban para hacer su práctica, sin cuyo requisito no podrían ser admitidos a examen profesional.

Cuando esta Real cédula se recibió en México el Virrey mandó que desde luego se pusiera en vigor y al efecto dispuso que por avisos impresos que se fijaron en los lugares públicos, se anunciara el día en que debían inaugurarse las anatomías y las cátedras que S. M. ordenaba, con el fin de que ese importante acto tuviese toda la solemnidad que por su trascendencia merecía.

Y el tres de febrero de 1770, fecha que deberíamos grabar con letras de oro en los anales de la medicina mexicana, se inauguraron en el Hospital Real las clases de disección, anatomía y fisiología, con gran solemnidad y en presencia de una numerosa concurrencia que fué allí llevada de la

curiosidad de presenciar aquella novedad nunca vista en México; pues si bien es cierto que las disecciones se practicaban en la Universidad y en los hospitales desde tiempo atrás, como ya hemos dicho, éstas se verificaban en escaso número y no eran públicas ni para la enseñanza práctica de los estudiantes, sino que las hacían privadamente los médicos y cirujanos para estudiar ellos y luego dar sus cátedras, puramente teóricas, a sus discípulos, mientras que a partir de aquella memorable fecha esa enseñanza formó ya parte integrante del programa de estudios de la medicina, tal como existe hasta el día de hoy, haciéndola entrar resueltamente por la puerta del progreso hasta entonces vedada por las intransigentes preocupaciones de la época, y este adelanto, que dió al traste con la legendaria rutina, es de toda justicia el no olvidarnos que se lo debemos a la progresista iniciativa del inolvidable D. Antonio de Arroyo.

Los primeros profesores que inauguraron estas nuevas clases fueron el Dr. D. Andrés Montane y Virgilis Ayudante Mayor del Cirujano de la Real Armada, a cuyo cargo quedaron las disecciones y cátedra de anatomía, y al del Dr. José Vicente Maldonado quedó la de fisiología.

Desde la inauguración de estas nuevas clases se daban diariamente en el anfiteatro del hospital que Arroyo había construído expresamente para ese fin; la de disección y anatomía, se daba de diez a once de la mañana, y la de fisiología, de once a doce.

Después de la muerte de Arroyo no hubo ya ningún otro administrador que se preocupara por el progreso ni adelanto del hospital ni se interesara por los pobres indios enfermos. El último administrador del Hospital Real, fué D. Félix Buenrostro; él estaba en funciones el 21 de febrero de 1822 en que por disposición de la Junta Gubernativa fué clausurado el Hospital Real y sus bienes y capitales se entregaron al Ayuntamiento, quien convirtió en

cuartel el edificio del hospital hasta el año de 1824 en que, por decreto del Congreso, de fecha 11 de octubre de ese año, se entregaron al colegio de San Gregorio; pero por rémoras que opuso el Ayuntamiento no tomó posesión de ellos sino hasta el año de 1826, y desde luego se ocupó de reparar el edifiicio del hospital que los soldados habían dejado en completa ruina.

En ese edificio estuvo después la escuela de medicina, luego la ocupó una fábrica de tejidos y por último, quedó convertido en casas de vecindad tal como hoy se encuentra.

Abril 6 de 1914.

RESULTADOS DE LA INSPECCION MEDICA

DE LAS

ESCUELAS EN EL DISTRITO FEDERAL,

DURANTE LOS CINCO ULTIMOS AÑOS

Por el Dr. M. Uribe y Troncoso, M. S. A.,

Jefe del Servicio de Higiene de las escuelas, miembro de la Academia N. de Medicina, etc.

MEXICO, D. F.

(Sesión del 1º de Junio de 1914).

Es útil de tiempo en tiempo volver la vista hacia atrás y considerar el camino recorrido, con objeto de determinar si los resultados alcanzados compensan las dificultades vencidas y el tiempo y trabajo que se han invertido. Esto es tanto más necesario tratándose de la inspección médica de las escuelas, cuanto que siendo la institución relativamente reciente y habiendo encontrado enemigos acérrimos que la consideran inútil o por lo menos complicada y de escasos resultados prácticos, es necesario demostrar con hechos y con estadísticas, las ventajas obtenidas, los escollos que ha sido necesario salvar y los que aún quedan por vencer para perfeccionar el sistema.

En la Ciudad de México y en las Municipalidades del Distrito Federal, la inspección médica de las escuelas comenzó a practicarse desde 1896, pero como sólo se limitaba a la profilaxis de las enfermedades transmisibles, es necesario considerar sus resultados desde el año de 1908 en que

se reorganizó por completo el servicio, instituyendo la inspección higiénica metódica de los edificios escolares, la formación de cédulas sanitarias individuales, el cuidado de la educación física y el tratamiento gratuito de algunas enfermedades de los alumnos en instituciones oficiales.

El aumento del personal médico y la creación de una Inspección General, Oficina Central, de la cual dependen todos los inspectores médicos no sólo de las Escuelas primarias, sino de las Normales, Industriales, Especiales, Secundarias y Profesionales, ha permitido ejercer un control efectivo sobre todos los establecimientos educativos y estudiar el alcance práctico de las medidas de higiene ordenadas por los reglamentos.

Voy a ocuparme en este trabajo de las escuelas primarias, por no haber entrado el personal médico de las demás a formar parte del Servicio de Higiene, sino hasta hace tres años.

Me referiré exclusivamente a los resultados *ya obtenidos* sin insistir en los numerosos perfeccionamientos proyectados, pero que desgraciadamente no ha sido posible realizar a causa de la crítica situación por que ha atravesado el país en estos últimos años.

Edificios escolares

La construcción de las casas para escuelas estuvo encargada desde 1905, a una Junta de Edificios Escolares en la cual tuvieron cabida, arquitectos, pedagogos y propietarios, pero ni un solo higienista. De allí depende que la mayor parte de las escuelas construídas entonces tengan defectos higiénicos de mayor o menor importancia.

Al crearse el Servicio Higiénico escolar, el Jefe del Servicio entró a formar parte de la Junta. Desde entonces se tomaron en cuenta las reglas higiénicas para la construcción de nuevos edificios y lo que es más, se formó un Re-

glamento, indicando las reglas a que debe someterse la construcción de las escuelas en cuanto a su emplazamiento, extensión por alumno, anexos, etc., etc.

Los resultados de la intervención de los higienistas se ha hecho patente en los edificios recientemente construídos. El alumbrado bilateral de las clases se cambió por el unilateral izquierdo. Se asignaron a las salas las dimensiones adecuadas; se amplió lo más posible la superficie de los patios; se perfeccionaron los anexos de las escuelas; se establecieron baños.

No se limitó la intervención del Servicio Higiénico a la construcción de nuevos edificios, sino que también formuló reglas para la adaptación de casas particulares. En un país nuevo como México, el número de edificios escolares propiedad del Gobierno es muy reducido, comparado con las necesidades siempre crecientes de la población escolar. Desde hace muchos años se utilizaban, casi sin ninguna modificación, casas particulares, en donde se amontonaban los alumnos en piezas reducidas, mal ventiladas e iluminadas y con escasa superficie de patios.

Aunque la disposición general de las casas particulares en México, con habitaciones alrededor de un patio central se presta mejor que en otros países a transformarlas en escuelas, esto no obstante son necesarias numerosas adaptaciones para hacer salones bien iluminados y ventilados, proveer a los diversos anexos de la escuela y dar la mayor amplitud posible a los patios.

Para facilitar el Servicio se creó un Médico Inspector encargado especialmente de todo lo relativo a casas para escuela, el cual se asocia en sus trabajos con los Arquitectos de la Inspección General de Arquitectura, redactando de común acuerdo, en cada caso, un informe acompañado de un croquis explicativo.

Varias veces el Servicio Higiénico ha consultado al Ministerio la clausura de escuelas instaladas en casas particu-

lares, cuyas malas condiciones de salubridad constituían un peligro para la salud de los niños. Bajo la presión de las autoridades escolares los propietarios se vieron entonces obligados a hacer las reformas indispensables.

Una creación cuya iniciativa corresponde por completo al Servicio Higiénico, es la instalación de baños de ducha tibia en las escuelas. Hasta hoy se han instalado en ocho edificios y los resultados son muy satisfactorios desde el punto de vista de la limpieza de los alumnos.

Con objeto de demostrar al gobierno con cifras elocuentes la urgencia de aumentar el número de escuelas primarias oficiales en la Capital, para alojar a los 36,000 alumnos que asisten a ellas cada año, por término medio, los inspectores médicos calcularon *la capacidad higiénica* de las 173 escuelas primarias existentes, a razón de 1.25 metros cuadrados de superficie por alumno, encontrando que se necesita aumentar el número de edificios escolares para dar cabida a 5,360 alumnos que actualmente constituyen el exceso de población infantil que se acumula en los planteles que existen en uso.

Esta estadística se hizo por cuarteles de la ciudad, de manera que fuese fácil determinar en dónde es necesario, dada la densidad de la población escolar, aumentar el número de escuelas y dónde es necesario disminuir las existentes.

Profilaxis de las enfermedades contagiosas

Por dar lugar a consideraciones de distinto orden, trataré primero de las escuelas primarias de la Capital y en seguida de las escuelas rurales del Distrito Federal.

Las enfermedades transmisibles más frecuentes en las escuelas de la Ciudad de México: son las enfermedades de la piel: la pediculosis, las tiñas y las verrugas vulgares. La *pediculosis*, según las estadísticas reunidas de los cinco úl-

timos años se encontró en 27,907 alumnos o sea el 16.9% de la población escolar. La acción de la inspección médica se ha hecho sentir de una manera notable en el mejoramiento del aseo de los alumnos. En los dos últimos años especialmente, la cifra de pediculosos en las escuelas ha disminuído casi una tercera parte.

Los médicos y las enfermeras insisten con los maestros y con los padres en la necesidad de la limpieza, y sus constantes excitativas acaban casi siempre por vencer la apatía de las familias.

La *tiña* era sumamente frecuente en las escuelas de la Ciudad al iniciarse las labores de inspección médica. En 1909 la cifra registrada fué de 2,623 alumnos (9.12%), mientras que en 1912 bajó a 687 o sea (1.77%). Las causas de este rapidísimo descenso son múltiples. Por una parte la curación de muchos de los enfermos en la Escuela "Balmis," institución oficial especial para enfermos de tiña; por otra el tratamiento privado y por último la emiemigración de los enfermos a las escuelas parroquiales y particulares adonde no habiendo inspección médica obligatoria, son fácilmente recibidos los niños excluídos de los establecimientos oficiales.

La Escuela "Dr. Balmis" es una creación del Servicio Higiénico Escolar. Consta de una escuela para niños y otra para niñas, con un departamento médico central. Actualmente están inscritos en ella 500 alumnos de ambos sexos. El personal médico se compone de un Médico dermatologista, de dos enfermeras y una bañera. Se aplica el tratamiento moderno de los rayos X y la depilación tarda por término medio 18 días después de cada exposición.

Se ha obrado siempre con mucha prudencia evitando las exposiciones prolongadas y si en varios casos ha habido que repetir la exposición de algunas placas a los rayos X, en cambio sólo se ha registrado un caso de radiodermitis.

La escuela para niños se abrió en enero de 1911 y la de niñas en agosto del mismo año.

Las verrugas (mezquinos) son muy comunes en los alumnos, habiendo alcanzado en los cinco años un total de 4,749 casos o sea de 2.82%. Para facilitar la curación de esta pequeña dolencia y no excluir de las escuelas a los atacados, se ha instalado en la Escuela "Dr. Balmis" un dispensario anexo, en donde se tratan por el asa galvánica u otros medios apropiados a los enfermos, restituyéndolos inmediatamente a sus escuelas.

Para el tratamiento de la *sarna* se estableció en el mismo Dispensario un departamento de baños tibios y una máquina de lavar.

Los alumnos y en casos especiales, las personas de su familia son curados rápidamente. Los resultados han sido excelentes y la sarna casi ha desaparecido de las escuelas.

La profilaxis de las fiebres eruptivas y de las otras enfermedades transmisibles se hace en la forma ordinaria por visitas quincenales de los médicos inspectores a cada escuela. Como a cada inspector médico corresponden de 4,000 a 5,000 alumnos, no es posible que las visitas sean más frecuentes; pero en el intervalo de una a otra la enfermera de la zona visita la escuela y separa a los alumnos sospechosos. Además, los maestros están facultados también para separar a los alumnos en quienes sospechen la presencia de alguna enfermedad contagiosa, y no los admiten de nuevo hasta la curación, debidamente justificada por el médico de la familia o el médico escolar.

Al principio, los maestros no se daban cuenta exacta de las ventajas que reporta la escuela no admitiendo a los niños que han estado enfermos, sin el comprobante respectivo de curación. Poco a poco, sin embargo, los médicos inspectores han logrado convencer a la mayor parte de ellos y en caso de duda los alumnos son enviados a la casa del médico escolar para obtener la boleta de sanidad.

La Inspección General de Higiene ha publicado una *Cartilla de los primeros síntomas de las enfermedades contagiosas que pueden presentarse en las escuelas y manera de prevenirlas,* que en forma clara y concisa al alcance de los maestros, les dá idea de las enfermedades que ameritan la exclusión. Dicha Cartilla así como un Cuadro mural que la resume, han sido de utilidad manifiesta para los maestros.

Asímismo, ha dado excelentes resultados la *Noticia diaria de las enfermedades contagiosas* que se presentan en la Ciudad la víspera, según la comunica al Servicio de Higiene el Consejo S. de Salubridad. Dicha Noticia se reparte diariamente a todas las escuelas, a los médicos y enfermeras escolares y a los inspectores pedagógicos. Con su ayuda se conocen fácilmente las casas infectadas y puede procederse a separar a los hermanos o parientes de los niños enfermos.

Además se reparte semanariamente a cada médico escolar un *resumen* en el que están consignados los casos de escarlatina, viruela y tifo que se han registrado en cada Cuartel de la Ciudad, con objeto de que puedan seguir la marcha de las epidemias.

Enfermedades no contagiosas y cédulas sanitarias individuales

Desde hace cinco años se practica el examen individual anual de cada alumno de las escuelas de la Ciudad de México, registrándose los resultados en las Cédulas *sanitarias principal y complementaria.* La cédula principal la llena el médico escolar y comprende los puntos siguientes: Edad, vacunación, enfermedades anteriores; enfermedades generales; cabeza y piel; boca, nariz y garganta; columna vertebral y extremidades; órganos internos; vientre; sistema nervioso; observaciones e indicaciones a los maestros y como resumen del examen, la *Clasificación de salud,* que com-

prende: 1.ª Clase: Sanos. 2.ª Clase: con pequeñas anormalidades; 3.ª Clase: con grandes anormalidades, y 4.ª Clase: incurables.

La cédula complementaria era llenada hasta hace pocos meses por los Directores y Ayudantes de las escuelas; actualmente lo es por las Enfermeras. Comprende: 1.°, agudeza visual para cada ojo separadamente; 2.°, agudeza auditiva para cada oído separadamente; 3.°, estatura, y 4.°, peso.

Se ha reconocido anualmente a todos los alumnos de las escuelas de la Ciudad de México y además a gran parte de los de las escuelas foráneas. El número de exámenes individuales practicados hasta la fecha ascienden a 129,027 en la Ciudad de México y 35,081 en las Municipalidades foráneas.

Debo desde luego manifestar que la cooperación de los maestros para formar la cédula complementaria, aunque excelente en principio, pues con menor personal médico se puede hacer mayor trabajo, es difícil en la práctica por la resistencia de un gran número de ellos a encargarse de este trabajo extraordinario, que viene a recargar sus labores escolares. Hay gran número de maestros altruístas y bien intencionados que ayudan con gusto a los médicos escolares, persuadidos de la utilidad que reportan los alumnos con los exámenes médicos; pero hay también otros muchos que sólo ven en las medidas y exámenes que se les confían, un aumento de trabajo que no están obligados a prestar.

Como por otra parte los resultados prácticos de la inspección médica dependen en gran manera del cuidado que pongan los padres en remediar las enfermedades de sus hijos y como en general es difícil y dispendioso para ellos ocuparse en curarlos, los maestros no ven un resultado inmediato de la inspección médica y se vuelven enemigos de la Institución.

Creo, pues, que siempre que sea posible, deben ser los médicos escolares los que hagan el exámen de los alumnos. También puede confiarse sin inconveniente, parte del reconocimiento médico a las enfermeras escolares. Estas se encargarán, además de sus labores propias, de llenar las cédulas complementarias, evitando este trabajo a los maestros y ganándonos aliados en vez de detractores.

A moción del subscrito, en septiembre 10 de 1913 el Ministerio de Instrucción Pública nombró 7 enfermeras escolares, cuyo número se aumentó posteriormente a 11. Como no estaban preparadas para este género de trabajo, fué necesario darles un breve curso de higiene escolar y enfermería con demostraciones prácticas.

En enero 31 de 1914, se promulgó el reglamento de enfermeras, en el que se detallan sus diversas obligaciones y la manera de efectuar los tratamientos médicos que tienen a su cargo en las Escuelas.

***

La comparación entre los resultados de la clasificación de salud de los alumnos es muy interesante, porque da idea aproximada de la influencia de la inspección médica sobre el tratamiento de las enfermedades más frecuentes, ya que las cifras mayores influyen necesariamente de una manera notable en los tantos por ciento.

Comparando entre sí los años de 1910 a 1911 y de 1911 a 1912, se observó que el número de los sanos aumentó en 5%[1] al mismo tiempo que disminuyó también en 5% el número de alumnos de 2.ª clase o sea con pequeñas anormali-

---

Este aumento de los niños sanos no se marcó ya en el año siguiente. La causa parece ser el mayor número de caries dentaria registrada en los exámenes individuales, sin que el tratamiento hubiera aumentado en proporción.

dades. Este resultado, tratándose de enfermedades no contagiosas, es debido en gran parte al tratamiento. En los Dispensarios gratuitos de la Ciudad de México, se ha notado un gran aumento en el número de los alumnos de las escuelas que concurren a buscar la curación de sus dolencias. Las enfermedades generales más frecuentes fueron la anemia (19%) y la escrófula (7.2%).

Entre las de la boca, la caries dentaria alcanzó un promedio de 27% en los cinco años, pero en el año último, aislado, llegó a 35.6%. Esta cifra es todavía muy inferior a la realidad, pues muchas caries incipientes o intersticiales no son registradas por los médicos escolares.

A causa de la gran frecuencia de la caries, la Inspección General del Servicio obtuvo de la Secretaría de Instrucción Pública la creación de un *Dispensario Dental gratuito* para los alumnos de las escuelas, el cual está instalado en una dependencia de la Escuela "Dr. Balmis," 1.ª de San Lorenzo 24, y funciona todos los días útiles de 8 a 11 y de 3 a 6 p. m. Su personal se compone de tres dentistas y dos enfermeras.

Desde hace tres años, antes de la creación de este Dispensario, se había hecho ya un servicio dental especial para los alumnos de las escuelas primarias, en la Escuela Odontológica Nacional, bajo la dirección del Sr. Dr. Manuel Carmona, Director de la mencionada Escuela.

Las vegetaciones adenoides aisladas son poco comunes en las Escuelas de México. En cambio la hipertrofia de las amígdalas es muy frecuente, alcanzando la proporción de 8%.

La diminución de la agudeza visual se registró en 29.6% de los alumnos en el promedio general; pero en el año de 1911-12 aislado llegó a la cifra de 35%.

Como decía antes, numerosos alumnos acuden a los Dispensarios gratuitos para ser examinados. Después de la caries dentaria, los vicios de refracción son los que han

sido tratados en mayor número de individuos en estas instituciones. Tanto los hospitales especiales para enfermedades de los ojos, como las policlínicas gratuitas, han visto llenarse sus consultas de niños enfermos. Desgraciadamente no ha sido posible hasta hoy obtener la fundación de *Dispensarios escolares,* con policlínicas consagradas exclusivamente a los alumnos, necesidad que se hace sentir ya, pues en los Consultorios para Adultos el exceso de trabajo hace, por lo general, que los niños no tengan la atención preferente que necesitan para no abandonar el tratamiento.

Escuelas rurales del Distrito Federal

Existen 211 escuelas rurales diseminadas en el Distrito Federal. La inspeción médica está confiada a sólo cinco médicos, y como tienen que recorrer grandes distancias, se les exige solamente visiten las escuelas dos o tres veces en el año y que hagan el examen individual de todos los alumnos. Para hacer posible este último requisito, la cédula sanitaria principal es mucho más condensada que la de la Capital y contiene los siguientes datos: Edad, vacunación; enfermedades anteriores; enfermedades generales; cabeza y piel, órganos internos, columna vertebral; indicaciones a los maestros; clasificación de salud. La cédula complementaria es la misma que para la capital.

Como era de esperarse el número de niños enfermos fué menor en las escuela rurales (71.9% de sanos, 27.5% con pequeñas anormalidades, 0.4% con grandes anormalidades y0.06% incurables). Sin embargo, la frecuencia de la mala nutrición, de la anemia y de la escrofulosis, indican cuán necesarios son también los comedores escolares para estas escuelas.

Las enfermedades de los ojos y la caries dentaria dieron un contingente menor en más de un 10%, que en la Capital.

En cuanto al tratamiento, las dificultades son mayores por no haber Dispensarios gratuitos y tener casi siempre que trasladarse los enfermos a la Capital.

A los alumnos afectados de tiña (2.6%) hubo que dejarlos en sus escuelas, pero a condición de que los padres permitan que se les corte el cabello a rape, se les ponga dos veces por semana tintura de yodo diluída y tengan constantemente la cabeza cubierta con una gorra de lienzo. La Inspección General de Higiene proyecta la creación de un cuerpo de médicos y enfermeras que viajen de un municipio a otro valiéndose de aparatos de rayos X portátiles para tratar a los niños enfermos.

Educación física

Entre los médicos del Servicio Higiénico, existía antes uno especialmente dedicado a la vigilancia de la práctica de la Educación física en las Escuelas. Posteriormente y en vista de la importancia de este ramo, se ha creado la Inspección General de Educación Física, independiente del Servicio Higiénico y bajo la dirección de un Médico Inspector General que tiene bajo su dependencia a los inspectores y profesores especiales de gimnasia.

Departamento de antropometría

Desde 1911 quedó anexo al Servicio Higiénico un Departamento Antropométrico destinado a formar los promedios de crecimiento de los niños mexicanos. Se comenzaron los trabajos en los alumnos del Hospicio de pobres a causa de la mayor facilidad para medirlos con regularidad anualmente. Por diversos motivos los resultados obtenidos en este Departamento no correspondieron a su objeto y a los

gastos que en él se erogaban, y fué suprimido en julio de 1913.

Deseando, sin embargo, tener datos acerca del crecimiento medio de los niños mexicanos, la Inspección General de Higiene procuró utilizar las medidas de peso y estatura que toman anualmente los maestros, las cuales aunque sujetas a errores, por el gran número de observadores y la poca pericia de algunos de ellos, dan promedios exactos a causa de la gran cantidad de medidas acumuladas.

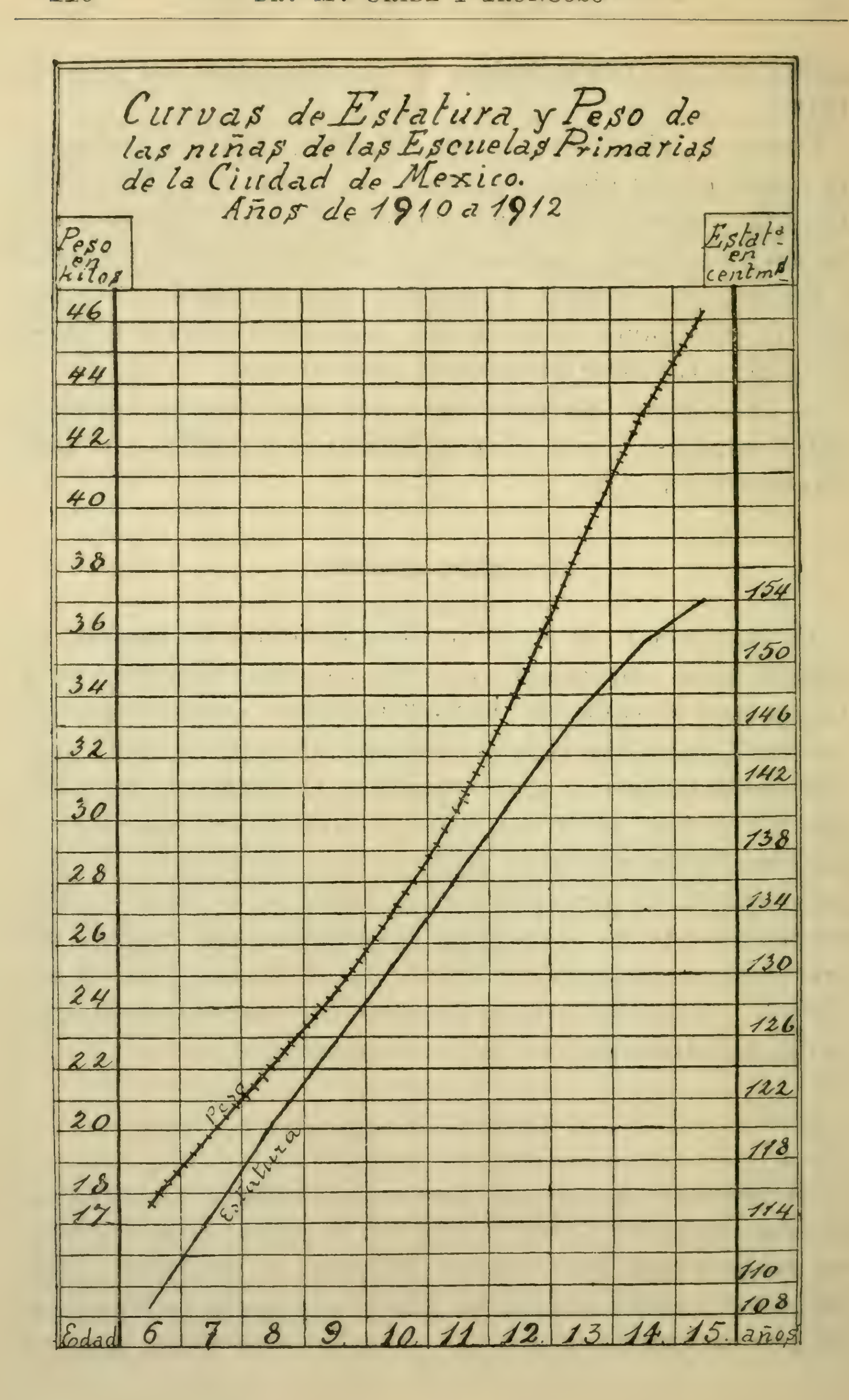
Se calcularon detenidamente las medidas de cerca de 60,000 alumnos y con ellos se formaron las curvas de peso y estatura adjuntas.

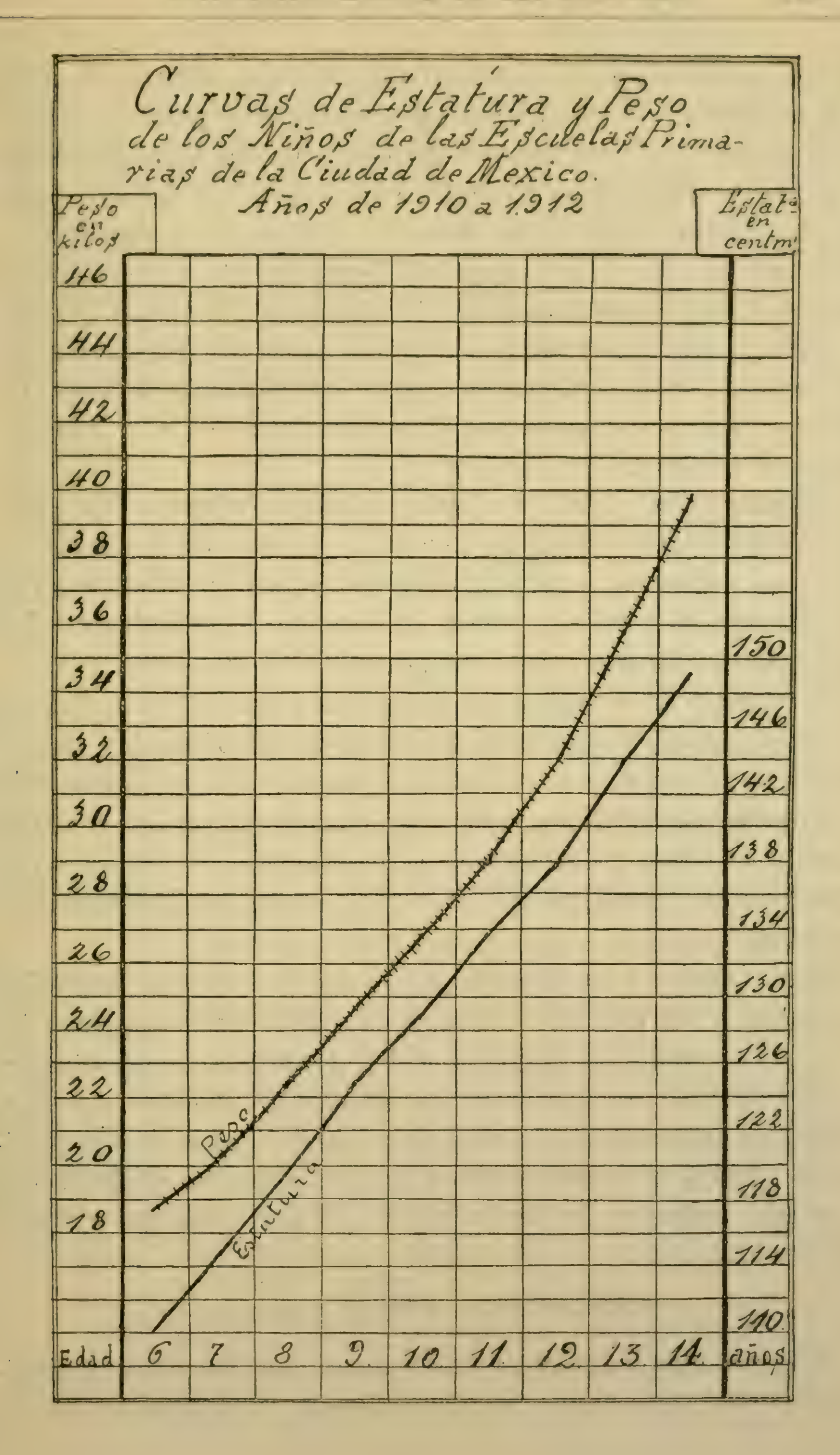
Comedores escolares

La institución de los comedores escolares es reciente en México, pues data del año de 1911, en que el Congreso de la Unión votó la cantidad de $ 300,000 para proporcionar alimentos a los niños pobres, mediante el pago de una cantidad insignificante o gratuitamente. Los médicos escolares prestaron muy útiles servicios visitando los comedores e informando acerca de los edificios y respecto a la cantidad y calidad de los alimentos que se daban a los alumnos. Desgraciadamente su defectuosa administración impidió que prestaran verdaderos servicios a las Escuelas, y en el año último a causa del estado precario del erario federal, quedaron suprimidos.

Personal del servicio

El personal actual del Servicio Higiénico se compone de: un Inspector General, Jefe del Servicio; siete inspectores médicos para las escuelas primarias de la capital; cinco inspectores médicos para las Municipalidades foráneas; un médico encargado de visitar las casas propuestas para es-


Curvas de Estatura y Peso de las niñas de las Escuelas Primarias de la Ciudad de Mexico.
Años de 1910 a 1912
Peso en kilos
Estatª en centms
46
44
42
40
38
36
34
32
30
28
26
24
22
20
18
17
154
150
146
142
138
134
130
126
122
118
114
110
108
Peso
Estatura
Edad
6
7
8
9
10
11
12
13
14
15
años


Curvas de Estatura y Peso
de los Niños de las Escuelas Primarias de la Ciudad de Mexico.
Años de 1910 a 1912
Peso en kilos
Estat. en centm.
46
44
42
40
38
36
34
32
30
28
26
24
22
20
18
150
146
142
138
134
130
126
122
118
114
110
Peso
Estatura
Edad
6
7
8
9
10
11
12
13
14
años

cuelas y examinar al personal docente que solicite licencia por enfermedad; un médico dermatologista para la Escuela "Dr. Balmis;" un médico inspector de los Kindergartens y Escuelas Profesionales; un médico para las Escuelas primarias Industriales y de Artes y Oficios de ambos sexos; dos médicos para las Escuelas Normales de ambos sexos; dos médicos inspectores de la Escuela Nacional Preparatoria; siete enfermeras para las escuelas primarias de la capital; cinco enfermeras para las Municipalidades foráneas; una enfermera para los Kindergartens y una enfermera en Jefe.

Además, con objeto de obtener mejor preparación para los médicos que entran al Servicio, se crearon 8 plazas de Médicos Adjuntos, que son nombrados, sin retribución, por un período de 2 años y tienen el derecho de substituir a los propietarios en sus faltas temporales o definitivas.

Por medio de conferencias prácticas y por la fundación de la *Sociedad de Inspectores Médicos de las Escuelas,* corporación semioficial que recibe una subvención del Ministerio de Instrucción Pública, se ha procurado favorecer el intercambio de ideas y estimulado la producción de trabajos originales y de investigación científica entre los Médicos Inspectores.

Para ayudar a la difusión de la higiene escolar entre los maestros y el público y dar a los Médicos Inspectors información moderna respecto a los progresos realizados en la especialidad, se fundaron los *Anales de Higiene Escolar,* periódico bimensual que está ya en el 3.er tomo de su publicación y que contiene, además de los informes oficiales del servicio, trabajos de investigación y artículos de vulgarización higiénica.

Ampliación del servicio higiénico

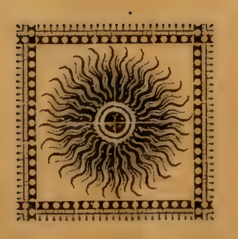
Al principio la Inspección General del Servicio Higiénico Escolar tenía bajo su dependencia únicamente a los

médicos de las Escuelas Primarias. En julio de 1910 se le agregaron, como ya dije al principio, los médicos de las Escuelas Normales, Especiales, Secundarias y Profesionales.

Además, en 29 de agosto de 1912, se pusieron bajo su dependencia a los Médicos Inspectores de las escuelas de los Territorios Federales: dos para los Distritos Norte y Sur de la Baja California; uno para el Territorio de Tepic y otro para Quintana Roo.

Toda la institución depende directamente del Ministerio de Instrucción Pública y Bellas Artes y está en relaciones oficiales, para lo que respecta a las enfermedades contagiosas, con el Consejo S. de Salubridad.

México, julio de 1913.



Tomo 34. Números 4 a 9.

MEMORIAS Y REVISTA

DE LA

SOCIEDAD CIENTIFICA

"Antonio Alzate"

publicadas bajo la dirección de

RAFAEL AGUILAR Y SANTILLAN

SECRETARIO GENERAL PERPETUO

SUMARIO.—SOMMAIRE

(Memorias, pliegos 8 a 21. Láminas III-XXXIX.— Mémoires, feuilles 8 à 21. Pl. III-XX XXI).

MEXICO
SOCIEDAD CIENTIFICA "ANTONIO ALZATE"
Ex-Volador, 3er. Piso, núms. 15 y 16

DEPARTAMENTO DE IMPRENTA DE LA SECRETARIA DE FOMENTO
Primera calle de Filomeno Mata número 8

Junio de 1916

Publicación registrada como artículo de segunda clase en 12 de Febrero de 1907

MONOGRAFIAS DE ARQUEOLOGIA NACIONAL

DOS VASOS PRETEOTIHUACANOS

POR EL

LIC. RAMON MENA, M. S. A.

(Sesión del 3 de Agosto de 1914)

Presento hoy a la consideración de esta Sociedad, el estudio de dos vasos, encontrados en San Miguel Amantla, comprensión de Atzcapotzalco, por el Sr. Guillermo Niven y por mí, en una pequeña exploración arqueológica, durante el mes de abril anterior, en terrenos de propiedad particular.

A dos metros de profundidad, y en un sedimento de arcilla plomiza y de cenizas, aparecieron empotrados estos notabilísimos vasos, en estado fragmentario uno de ellos, el rojo, por la presión que resistió durante siglos.

La región pertenece a la zona cultural teotihuacana, ya bien definida; mas los vasos, por su ornamentación y la factura de la misma, hablan de cultura anterior, y como en la misma comprensión regional, bajando estratigráficamente, desde 4 hasta 6 metros, se encuentra la cultura *primitiva,* según mi sentir; *de montaña,* según Boas, y *arcaica,* según Tozzer, dados los caracteres mencionados, re-

sulta que las piezas en estudio son de transición e inmediatamente anteriores a la cultura teotihuacana.

Analicemos: Las formas de tales vasos, engendradas por el cilindro y por la hiperboloide, subsistieron hasta las invasiones azteca e hispánica. La manera de hacer, modelando, bruñendo y pintando en crudo, han subsistido igualmente, pero la decoración evolucionó, y en estos vasos está el principio de tal evolución, como veremos adelante.

El vaso marcado con el número 1, mide 128 mm. de altura, incluyendo la porción de pie que conserva; su diámetro es de 115 mm. El espesor de las paredes es de 4 mm. La pasta es homogénea, bien batida y de cocción completa; los pies, en número de tres, huecos, con agujerillos, lo que obliga a pensar que fueron de sonaja y están puestos por pastillaje.

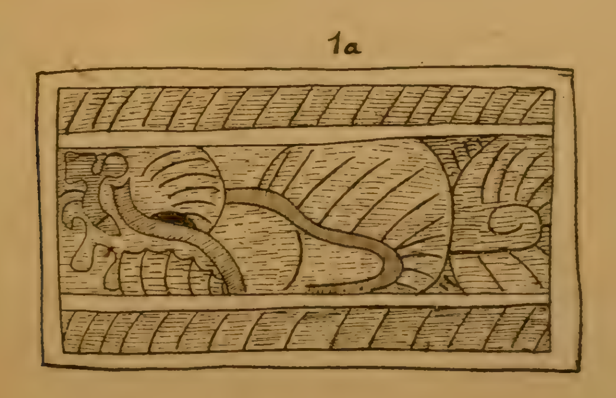


La pasta fué bruñida y pintada de negro en fresco y en ese mismo estado grabada la decoración, y acaso con instrumento tosco y desigual y a pulso, según lo indican el trazo de las rectas y las desigualdades de los paralelismos, todo lo que resulta perfeccionado en lo puramente teotihuacano; además, el ornato es zoomórfico, representativo y se trata de un animal marino tendido entre dos zonas que semejan el agua, en la forma absolutamente arcaica, y por su porción central del cuerpo (un caracol) y por la extremi-

dad caudal (una cola de alacrán), se entienden el simbolismo de Colotl y el Quetzacoatl, en fin el complejo y aun en estudio del animal marino CIPACTLI, íntimamente unido a la Cosmogonía nahoa, y la gráfica teotihuacana del cipactli ya evolucionada, se aleja del tipo que la precedió y que veo aparecer en la ornamentación de este vaso. La manera de hacer el trabajo en hueco y ciertas figuras como las que va figurando el belfo inferior, son comunes en decorados de la cultura primitiva, al principio mencionada. Todo ello me lleva como por la mano a acordar importancia extrema a este vaso y afiliarlo en una cultura de transición entre la primitiva y la teotihuacana. Los vasos que conservo de la primitiva y otros que he visto en colecciones diversas, no alcanzan la perfección de factura que éste ni el tipo de forma que ya es teotihuacano, y porque cuanto a la factura y a la forma, disfruta de la cultura teotihuacana, y cuanto a ornamentación y simbolismo de la primitiva, he entendido deber filiarlo como un tipo de transición.

Solamente una parte del vaso, casi una mitad, lleva el ornato del cipactli, el resto está liso; caso también fuera de la moda, por decir así, teotihuacana.

1a



En la figura 1a. se detalla todo el cuadrete ornamental; el vaso conserva en buen estado sus paredes y sólo apa-

reció *in situ*, con los pies rotos y con el fondo, que es plano, grandemente estrellado, pero todos los fragmentos eran completos y fueron unidos con mastic negro, dejando, como es de rigor, bien visibles las junturas.

Vaso esgrafiado

La figura número 2 representa otro vaso encontrado el mismo día, en el mismo sitio y a la misma profundidad que el anterior. Este es rojo brillante, de otra forma, más artísticamente sentida y con ornamentación repetida dos a dos y en todo el contorno del vaso. Tiene de altura 13 centímetros y de diámetro 10. La pasta muy fina, bien batida



y de cocción completa; de los pies, en número de tres, no quedan sino las huellas en el exterior del fondo plano, y por éstas se advierte fueron puestos por pastillaje. La decoración, esgrafiada, es decir, rayada finamente en fresco con instrumento punzante sumamente tenue o aguzado y con admirable firmeza y seguridad de pulso: tres son las zonas en las que fué repartido el vientre del vaso: superior, central e inferior. La superior y la inferior son idénticas y

contienen estilizaciones florales con el simbolismo solar de las 4 rayas, lo que es netamente teotihuacano, mas entre una y otra flor, hay líneas verticales en espira, que son ornatos primitivos. Cuanto a la zona central, es más amplia que las anteriores y presenta una ornamentación *sui generis* de figuras dos a dos con simbolismos o estilizaciones absolutamente extraños, conservando únicamente la espira de las anteriores zonas. Pudiera creerse en un pájaro de perfil y mostrando los dos ojos, cosa bien explicable en rasgos primitivos, y saliendo esta cabeza de la espira floral, valdría esbozar la génesis de Xochiquetzal constituyendo el jeroglifo silábico más antiguo con que nos hemos encontrado. Este vaso es de paredes más delgadas que las del anterior, y fué encontrado en estación horizontal y enteramente roturado. Todos los fragmentos fueron pegados cuidadosamente, los pies no pudieron ser hallados.

Creo firmemente que este vaso, como el anterior, es de transición de la cultura primitiva a la teotihuacana.

En presencia de los ejemplares precitados, surge el problema de la edad, problema que puede ser resuelto con absoluta sujeción a la ciencia o presuncionalmente. Para lo primero, es indispensable el análisis químico y espectral de la arcilla y del yacimiento, así como la declinación magnética, según lo tengo explicado en mi obra "Nueva Orientación en el estudio de la Cerámica Nacional," obra que permanece inédita en la Dirección del Museo de Arqueología.

Presuncionalmente, debemos atenernos a la fecha del desarrollo de la civilización teotihuacana, que puede fijarse en los principios de la Era Cristiana, puesto que en 1237 ya había sido consumada la invasión chichimeca y hasta había establecido su dinastía; pero como la cultura de transición precitada tocó el fin de su era y los principios de la teotihuacana, claro está que fué anterior al cristianismo, y, por lo menos, hay que fijar a los dos vasos preteotihuaca-

nos, en los que nos hemos ocupado, una antigüedad de VEINTE SIGLOS, y queda así un jalón para emprender un viaje estratigráfico y calcular la época del florecimiento de nuestros primitivos.

Cuanto a la antigüedad de los dos vasos, claro es que el negro, el marcado con el número 1 en la figura, es más antiguo que el vaso rojo, pero dentro de un mismo siglo.

México, mayo de 1914.

A SHORT NOTE ON THE OIL FIELDS OF MEXICO

BY EZEQUIEL ORDOÑEZ, M. S. A.

(Meeting of August 3, 1914)

I have read in the Transactions of the American Institute of Mining Engineers (Vol. 48, 1914), an article written by H. von Höfer relating to the "Origin of petroleum" in which article the author supports his and Engler's views expressed before about the organic origin of petroleum. Von Höfer pronounces strongly against the hypothesis of the volcanic origin of hydrocarbons, as particularly advocated by Eugene Coste.

In Mr. Coste's articles, so well known by the public, he refers incidentally to our Mexican oil occurrences, especially of the Gulf coast, among the proofs of the volcanic origin of the oils. The idea comes from the fact that in our Mexican oil fields of the East coast the majority of the producing wells are located near volcanic necks, remnants of small volcanoes mainly of the explosive type or near certain gibbosities in shales, resembling mounds, some of which are really uplifts due to volcanic forces or to abortive eruptions.

The first attempt to make an explanation of the oil coming up around volcanic necks in Mexico, was expressed by me in a small article published in 1905. Mem. Soc. Alzate (1), soon after the investigation ordered by the Mexican

(1) «Sobre algunos ejemplos probables de tubos de erupción.» Mem. Soc. Alzate. Vol. 22. 1905.

Government as regards the outlook of the Mexican Gulf Coast as a future oil producer.

When Mr. E. L. Doheny, of Los Angeles, Cal. and I located the first producing well of Mexico, I was also the first to predict, the great future of the oil industry in Mexico, just at the time when the Government and some Mexican geologists felt rather pesimistic. The Mexican investors and the general public by the effect of these discouragements did not pay attention to this important source of common wealth until recent days, and so suddenly, that we are menaced by the consequences brought about by a great boom.

It was quite impossible about five years ago, to find serious Mexican capitalists to invest money in oil lands. So the large few foreign companies operating since the beggining, easily secured large holdings in spite of the trouble frequently resultant from faulty titles or ownership.

The main object of this short paper is the expounding of the fact that the connection between oil and small volcanic apparatus is exclusively mechanical, having nothing to do of course with the origin of the oil, which is hypothetically considered by us of pure organic derivation. Our oil is not indigenous of the rocks in which are the porous seams where it is accumulated.

As it is well known, the Mexican oil lands are made up of a thick shale uniform strata intercalated in places—especially near the oil seams—with a kind of sandy shale and hard flinty thin beds of the same material. These four or five thousand feet of shale overlies probably a thick cretaceous formation of limestone and other sedimentary rocks intercalated, in which probably the oil originates.

While it is suppossed in Mr. Von Höfer's article referred to (in quoting the views of a Mexican geologist), that the oil country is a highly disturbe one, I think it is the contrary. That section of the East coast of Mexico does not

show signs of great movements. The shale formation, as seen in cuts made by rivers or in places where the gravel and stuary material of an eroded peniplain which mantled it is washed away, the shale, I says, shows only slight gradient ondulations, monoclinal low ridges and ample vaults, never big or repeated foldings, neither great displacements by faults. The latter as far as our general observation, are generally of very small importance.

Dykes are practically unknown in the central oil lands between the Tamesí and Tuxpan Rivers and besides the necks and small lava streams there are some rare hills of plutonic rocks like diorites and nepheline syenites. Further north in the State of Tamaulipas and south to the middle part of the State Veracruz, some sierras breaking up the coastal plains are more complex geological structures.

Local interior areas very disturbed, certainly exist, but have not been proved productive as yet. Highly disturbed shales are found also as a belt in the western margin of the formation against the underlying limestone of which the foothills and the eastern Sierra Madre mountains are built up.

The volcanic necks are seen scattered in the coastal plain commonly as isolated cones or as small groups of hills; the first type is wonderfully represented in the section between Chicontepec and Tuxpan, of the State of Veracruz (1).

We should not make the volcanic action responsible for all the ondulating and gently bossy structure of the large shale oil bearing formation, for everything tends to prove that the main tectonic, weak as it is, is prior to the volcanic activity in the coast. The volcanic plug or pipe of ashy and compact basaltic lava, of which the neck is the upper end, has not produced any considerable disturbance of the shale

(1) «Oil in the State of Veracruz.» Min. and Sc. Press. Aug. 24th. 1907.

around it, and I figure its passage through the sedimentary rock like a screw acts through a piece of wood as what concerns the mechanical phenomena. I imagine that during the making of the pipes and coming of the masses of hidden intrusive igneous material there was a certain absortion of the sedimentaries by the igneous molten material in the depths, also the breaking of the sedimentaries near the intrusion and finally a narrow aureole around the plug of brecciated or broken material caused by friction, which zone is utilized in many cases for the rising of minute quantities of oil to the surface and the formation of seepages of very slow accumulation.

A number of large seepages near which important discoveries have been made, are found at the foot of the necks between the shale and the basaltic rock; other seepages lie in the flanks of dome shaped bosses. In no rare cases dry hard cakes of "chapopote" with a soft freshly risen heavy oil in the center, are encountered in the bottom of small amphitheaters, or horse-shoe like encircling spaces, or in general in the concavities made by curved rows of volcanic hills and small ranges. These different cases of location of seepages are very favorable for locating wells near them as proved by experience (Cerro de la Pez, Chijol, Juan Casiano, Cerro Azul, etc.). Numbers of small seepages or "chapopoteras" are found in the middle of the coastal plain far from any salient topographical accident. It is frequently observed then that the oil exude is not coming directly from underneath the place as seen from the surface but that it has run, some time for considerable distance on the shale between it and the thick argillaceous material covering that rock.

In the present state of our knowledge on the geology of the oil lands it is difficult to explain some important productive areas near river banks without any apparent connection with volcanic outbreaks neither with bosses. Unfor-

tunately, data collected during drilling and observations of the experts in this and other particular cases never come to the public domain.

I have seen many cases of very small exudes dropping slowly from narrow cracks and little faults in the cliffy banks of rivers where the shales are cut by erosion. This is the case inseveral places on the rivers Tecolutla, Tuxpan, Calabozo, Pánuco, Tamesí, Valles, etc., etc.

The unimportant veins of albertite and grahamite, so well known in the coast, proceed probably from old exudes filling cracks and fissures where the "chapopote" dry slowly, becomes a little oxydized and then subjected to pressure.

Lighter oil than that commonly found on the coast (Central oil lands) appears to be found at shallower depths in the disturbed shales near the limestones at the foot hills of the Eastern Sierra Madre mountains. This seems to coincide, as in Aquismón, with local impregnation of the limestones by light oil products. In this case the oil probably comes up through the contact between the shale and the limestone which lie in unconformity.

While in this upper belt of the oil country conditions are still entirely unknown, it seems to the writer that a possible source of petroleum exists in this long belt, under conditions probably different from the areas already known or in the way of development nearer the Mexican Gulf seashore or in the estuaries bordering it.

I have carefully studied under the microscope the sandy sediment accompanying the oils coming from several wells; especially from those near Tampico. This sediment is composed of minute shale splinters and *rounded* grains of basaltic material, similar to the rock of the necks. The volcanic origin of certain mounds and the influence of volcanic action as facilitating the accumulation of oil is demonstrated by what we have seen of volcanic rock particles brought with

the oil from wells where no necks or any other volcanic rock exposure is found in the vicinity.

The four or five thousand feet thick of uniform shale oil bearing strata is naturally very impervious. We often have to drill hundreds of feet in entirely dry shale even in close proximity to the sea and many feet below the ocean level.

If, as we suppose, the shale formation is not very disturbed and there is no real porous continuous strata in the formation, we have to believe, as far our incómplete knowledge goes to-day, that the porous seams afterwards impregnated with oil at the common depths of 2,500 to 2,700 feet at which we have generally found the oil, are made by volcanic action. There are to the depths masses of strata corroded by molten lava. It is evident that the strata which becomes porous ought to show a particular physical structure and a somewhat particular chemical composition different from the rest of the bedding which facilitates both corrotion and partial absortion by the heated molten lava. We imagine the oil seams elongated horizontally like sills of large dimensions. In order to show the capacities, let us consider aseam or a group of seams capable to produce 3.000,000 barrels without interruption, as in the case of the first producing well of Mexico at Cerro de la Pez near El Ebano, or of the famous burned well of Dos Bocas.

The peculiarities of the strata as supposed to exist, while of a nature absolutely unknown to us, must exist, since there is in our oil bearing strata something like an oil horizon at an average of 2,600 feet.

The exhaustion of a good producing well is marked by the presence of abundant salt water, mud and hydrosulphuric acid. The porous spaces after giving the oil are probably refilled partially with salt water coming up to the seams by the oil deeper conduits. The ascension of the oil through the drilling holes is made by high pressure abundant gas; the yielding of the wells is generally in-

termitent. There are gushers of very long life. I cited several times the first producing well of La Pez which produced about 1,500 barrels a day for nearly seventy months.

Particular difficulties for rapid successful drilling are to be encountered in northern Tamaulipas and south Veracruz as well as in the east coast of Oaxaca and Tabasco, for the geological conditions of the shales are dissimulated by thick capings of river and marine gravels in the north and very powerful stuary muds in the south covering the vast pleniplain extended in the isthmian country. The particular location of the Isthmus with regard to the rest of the eastern coast of Mexico and the Yucatán peninsula has created peculiar climatic conditions facilitating new sedimentation favored by abundant rains, winds, heat, rivers, etc.

Mexico, July 1914.

UNA REPRESENTACION AUTENTICA

DEL

USO DEL OMICHICAHUAZTLI

POR HERMANN BEYER, M. S. A.

(Sesión del 3 de noviembre de 1914)

Durante mi estancia en Viena, el año pasado, he hojeado el famoso códice mexicano de la Biblioteca Real e Imperial, manuscrito pictórico de una belleza de ejecución y exactitud en detalles de que la mediocre reproducción hecha por Aglio (1) no da un concepto adecuado. La concienzuda edición del Códice Nuttall (2), que se asemeja mucho en estilo y valor artístico al de Viena, más bien puede dar una idea de la hermosura de éste.

En la hoja 24 del Codex Vindobonensis he encontrado la escena reproducida en la figura 1, que atrajo mi interés desde luego, porque allí está representado con bastante claridad el modo de usar el omichicahuaztli, la sonaja o el raspador de hueso, entre los antiguos mexicanos.

La figura 1 nos muestra, sin duda alguna, una función fúnebre, porque vemos abajo el bulto de un muerto. Tiene

(1) Lord Kingsborough, Antiquities of Mexico, London, 1830, tomo II.

(2) Codex Nuttall, facsimile of an ancient Mexican codex belonging to Lord Zouche of Harrynworth, England. Cambridge, Mass. 1902.

los ojos cerrados en la manera típica con que significaban los antiguos a cadáveres. Sobre la espalda se ven volutas que representan llamas de fuego, indicando la incineración del difunto. El curioso símbolo en forma de una A enlaza-



Fig. 1.—Representación de una fiesta funeral

Códice de Viena, pág. 24

da con una O, que está al lado del muerto, lo designa como personificación del año. "Un año muerto" representa el cadáver quemándose.

La persona mítica de la derecha arriba, a la cual se refie-

re el jeroglífico chicome xochitl, "7 flor," tiene dos manchas azules terminando en discos blancos en la mejilla, que quiere decir que le sale agua del ojo, o, en otras palabras, que está llorando. "Siete Flor" corresponde al dios azteca *Xochipilli* (1), Tlazopilli, Macuilxochitl o Piltzintecutli, formas del numen solar. Como dios del sol o del verano, está caracterizado por el tocado simbólico y el pañete adornado. Está sentado en un asiento cubierto de piel de tigre siendo notable la cola del animal.

Enfrente de éste se encuentra el dios Quetzalcoatl, con sus bien conocidos emblemas y la cabeza monstruosa del cipactli. Además, le denuncia como éste su jeroglífico *9* echecatl, "*9* aire." Está cantando, sin duda, el miccacuicatl, el "cantar muy triste" de que nos habla Tezozomoc (2), siendo el canto simbolizado por una voluta adornada que le sale de la boca abierta.

Pero lo que ahora más nos interesa, es el instrumento que tiene en las manos y del que he sacado una fiel copia agrandada, que presenta la figura 2. De esa se comprende que la parte mediana quiere reproducir la forma de un fémur con estrías, eso es un omichicahuaztli, siendo pintado este hueso de la manera usual, de color blanco y bermejo.

Si para la aclaración de los otros objetos que acompañan el hueso labrado, consultamos las autoridades antiguas, encontramos en la Crónica Mexicana de Tezozomoc, los siguientes pasajes:

"....y los mozos en todos los actos del canto y baile

(1) El manuscrito azteca de Sahagún en la Biblioteca del Palacio de Madrid menciona el choquizxaual de este dios, su «pintura facial de lágrimas.» Si este caraterístico tiene relación con el dios de la fig. 1, no quiero decidir, pero siempre me parece digno de mención este caso.

(2) Hernando Alvarado Tezozomoc, Crónica Mexicana. Publ. por Manuel Orozco y Berra. México, 1878, pág. 301.

tocaban el Omichicahuaztli de venado, pero hueco y aserrado, con (emendación para: como) un caracol que le hacían resonar muy triste" (1).

"....omichicahuaztli, que era un cuerno de venado aserrado que iba resonando, y le daban con un caracol que nosotros llamamos sonajas" (2).

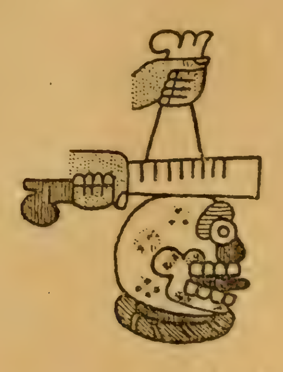


Fig. 2.—El omichicahuaztli con sus accesorios. Detalle de la figura 1

Estas explicaciones, bien cortas e incompletas, no nos ayudan en nada para el entendimiento del aparato complicado que vemos en la figura 2. Pero felizmente se ha conservado el uso del omichicahuaztli mismo o de su substituto, la vara estriada, en varias regiones remotas de México y de los Estados Unidos, hasta hoy día. Y de las descripciones del modo de usarlo, que varios viajeros nos hacen, podemos sacar con facilidad la significación de los detalles de nuestro dibujo.

Dice Lumholtz en su relato sobre la fiesta del jículi entre los tarahumares:

"Luego que el sacerdote se sienta, toma una jícara redonda, la apoya de boca contra el suelo..... En vez de jícara,

(1) L. c., pág. 301.
(2) L. c., pág. 561.

puede emplearse cualquier otro utensilio de madera análogo; pero en todos casos, se fija bien en el suelo para que sirva de resonador para el instrumento musical. Es éste un palo con muescas, que el sacerdote apoya en la jícara, y contra el cual raspa con otro palo para acompañamiento de sus canciones.

"El sacerdote coge su instrumento con la mano izquierda y lo apoya en la jícara por uno de sus puntos intermedios, de manera que la parte que queda entre su mano y el punto de contacto, sea un poco mayor que lo que falta hasta la extremidad de la vara.

"Cuando el sacerdote comienza a frotar, hácelo, no precisamente desde la punta, pero sí desde muy cerca del extremo, corriendo su raspador de un modo rápido e igual,



Fig. 3.—Raspador, omoplato de venado. Según Capitan, L'Omichicahuaztli mexicain............... en Verh. des XVI. Int. Am. Kongresses, Wien 1908, pág. 109.

como veintiséis veces, hacia él y en sentido contrario; da luego tres largos toques, extendiendo todo el brazo cada vez, con movimiento de arriba abajo, y levantando por un segundo el palo hacia el Oriente. Esto, repetido tres veces, constituye el preludio de la ceremonia. Comienza luego a cantar acompañándose de toques regulares sobre la vara

labrada, siendo cada arqueada de igual extensión, y efectuándola primero hacia él y después hacia abajo" (1).

El mismo explorador noruego escribe acercà de un instrumento semejante de los huicholes:

"Se considera procedimiento muy eficaz para hacer caer al venado en la trampa, el frotar dos huesos estriados de venado, a fin de producir un sonido que sirva de acompañamiento al canto de los cazadores. Cógese para ello,



Fig. 4.—Raspador, omoplato de venado. Según Lumholtz, Symbolysm of the Huichol Indians en Memoirs of the Am. Museum of Nat. History, New York, tomo III, pág. 206.

asiéndola de la punta con la mano derecha, una escapula que se restrega contra las muescas del otro hueso asido con la izquierda" (2).

Por fin, reproduzco unas líneas que declaran el empleo de nuestro raspador musical entre los indios pimas:

---

(1) Carl Lumholtz, «El México Desconocido.» Trad. por Balbino Dávalos. Nueva York, 1904, tomo I, pág. 358-359.

(2) L. c., tomo II, pág. 153.

"The notched or scraping stick is in very general use to carry the rhythm during the singing of ceremonial songs. When one end of the stick is laid on an overturned basket and another stick or a deer's scapula is drawn quickly over the notches the resulting sound from this compound instrument of percussion may be compared with that of the snare drum" (1).

Con esas explicaciones detalladas no es difícil comprender el significado y objeto de las restantes partes de la figura 2. La calavera que se ve debajo del hueso estriado, substituye la jícara, la sartén (2) o el cesto volteado, y sirve al mismo tiempo para sostén y resonador. Que se usaba este objeto horrible en vez de los utensilios domésticos, se explica por el carácter lúgubre de la ceremonia. Además, existía para los antiguos mexicanos una asociación de ideas entre vasija y calavera, porque llamaban a ésta tzontecomatl, tecomate de cabello. Para mantener firme la calavera en el suelo, está puesta sobre una base circular, hecha de zacate, como se puede inferir de su color verde. El dibujo indígena (fig. 1), nos muestra al músico sacerdotal con dos manos izquierdas, teniendo en la una el fémur labrado (3), en la otra el raspador. Sin duda alguna, tenemos que interpretar este error en el sentido de que Quetzalcoatl, como los indios de hoy día, ase con la izquierda el hueso largo y con la derecha el objeto que le sirve de raspador. Este, con seguridad, es un omoplato de venado, como nos enseña la comparación con las figuras 3 y 4, que representan

(1) Frank Russell, The Pima Indians. En 26th Annual Report of the Bureau of American Ethnology, 1904–1905, Washington, 1908, pág. 167.

(2) Frederick Starr, Notched Bones from Mexico. Proceedings of the Davenport Academy of Natural Sciences, tomo VII, pág. 105.

(3) La mayor parte de los omichicahuaztli encontrados son fémures. Véase p. e. Starr, l. c., pág. 102, y E. T. Hamy, Galerie américaine du Musée d'Ethnographie du Trocadero, Paris. 1897, pág. 34.

aquellos huesos usados por los indios hopis y huicholes como raspadores musicales. El fémur parece cortado en su parte inferior (en la fig. 2 la parte de la derecha), como de hecho lo vemos en varios fragmentos y como también parece indicado en las representaciones de barro encontradas en las excavaciones de la antigua calle de Escalerillas.

Nuestro dibujo precortesiano confirma, por lo general, la hipótesis emitida por el profesor doctor Eduardo Seler, de que el omichicahuaztli había servido principalmente para la música fúnebre durante la celebración de sepelios de guerreros y principales mexicanos (1). Pero la presentación tiene pormenores hasta ahora desconocidos, y así me pareció justificado el estudio algo minucioso que he hecho.

(1) Eduard Seler, Gesammelte Abhandlungen, Berlín. 1904, tomo II, páginas 678-679, 686-689 y 694.

LA MORTALIDAD EN LA CIUDAD DE MEXICO EN 1913

POR EL DR. ALFONSO PRUNEDA, M. S. A.

(Sesión del 1º de febrero de 1915)

Aprovechando los datos publicados en su oportunidad por el *Boletín del Consejo Superior de Salubridad,* voy a comentar, aunque sea someramente, la cifra de mortalidad registrada en esta Capital durante el año de 1913, creyendo que el asunto es sobrado interesante para ocupar la atención de esta H. Sociedad.

19,115 individuos murieron en la ciudad de México durante 1913, de los cuales 10,103 fueron hombres y 9,012 mujeres. Y como el censo de 1910, que es el último practicado, marca la cifra de 471,066 habitantes como población de la metrópoli, resulta que la mortalidad por mil fué de 40.6. Esta proporción es un poco menor que la correspondiente a 1912, que fué de 43.8, pero, sin embargo, es todavía muy alta y nos sigue colocando desgraciadamente entre las capitales de mayor mortalidad en el mundo, cosa que de seguro tiene que fijar la atención de nuestras autoridades sanitarias, sobre todo si se considera que buena parte de las defunciones se debe a enfermedades transmisibles, que pueden, en consecuencia, evitarse (1). Los higienistas y los

(1) Según datos recogidos en *The New International Encyclopædia*, la mortalidad es de 18 por 1,000 en Roma; de 18.16 en Berlín; de 19.4 en Londres, y de 24 en Petrograd. No me fué posible obtener cifras de otras capitales.

educadores tienen ancho campo para trabajar enérgicamente en bien de la medicina preventiva si se quiere que nuestra cifra de mortalidad se acerque a la que presentan las ciudades más adelantadas.

Clasificando el total de defunciones, según las diversas edades, encontramos las cifras siguientes:

Edades	Número de defunciones
De 0 a 1 años	4,541
,, 1 a 2 ,,	1,480
,, 2 a 5 ,,	1,512
,, 5 a 10 ,,	709
,, 10 a 20 ,,	713
,, 20 a 30 ,,	2,050
,, 30 a 50 ,,	4,750
,, 50 a 70 ,,	2,383
,, 70 a 90 ,,	977

Como se ve, murieron en 1913, 6,021 niños menores de dos años, lo que representa un poco menos de la tercera parte de la cifra total de mortalidad, y demuestra una vez más qué proporción tan desconsoladora alcanza entre nosotros la mortalidad infantil. Además, resulta de las cifras anteriores, que en el año de que se trata, se registraron más defunciones de 0 a 5 años que de 20 a 50, puesto que la primera cifra es de 7,533, y la segunda de 6,800, con lo cual se pone de relieve nuevamente el grado de la mortalidad infantil en la metrópoli. Puede advertirse, por otra parte, que las cifras menores de mortalidad se cuentan entre los 5 y los 20 años (709 defunciones de 5 a 10 años y 713 de 10 a 20). Por último, aun cuando ya se asentó que la mortalidad es mayor en el sexo masculino que en el femenino, encontramos, como puede verse en la figura número 1, algunas variantes según las diversas edades, supuesto que la mortalidad femenina fué mayor que la masculina de 1 a 2

años, de 2 a 5, de 10 a 20, de 50 a 70 y de 70 a 90, siendo mucho mayor la diferencia en este último grupo ya que se contaron 633 defunciones en el sexo femenino contra 344 del masculino. En todo caso, la cifra mayor de mortalidad

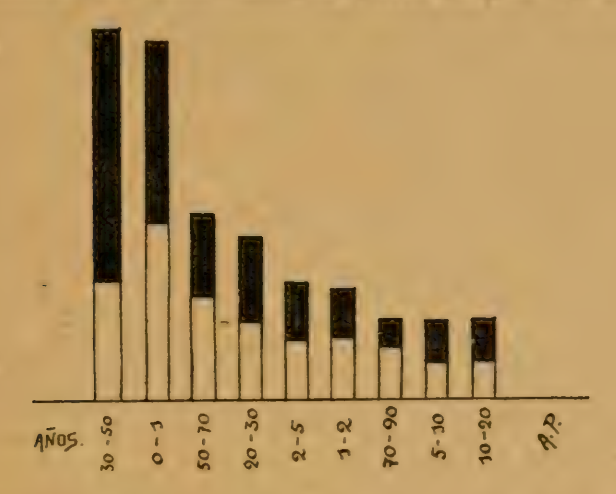


Fig. 1. Proporción de la mortalidad según la edad y el sexo. La porción negra de los rectángulos corresponde al sexo masculino; la blanca al femenino.

se observó entre los 30 y los 50 años, como pasa en todas partes, a consecuencia, seguramente, de que entre esos límites los individuos están más expuestos a las causas de mortalidad.

*

* *

Agrupando la mortalidad según sus causas, conforme a la nomenclatura internacional, que es la más aceptada, se encuentran los siguientes datos:

I.	Enfermedades generales	3,676
II.	,, del sistema nervioso y de los órganos de los sentidos	1,447
III.	,, del aparato circulatorio	1,045

IV.	Enfermedades del aparato respiratorio	4,233
V.	,, del aparato digestivo	6,213
VI.	,, del aparato génito-urinario y de sus anexos	371
VII.	Estado puerperal	131
VIII.	Enfermedades de la piel y del tejido celular	122
IX.	,, de los órganos de la locomoción	14
X.	Vicios de conformación	16
XI.	Primera infancia	768
XII.	Vejez	124
XIII.	Afecciones producidas por causas exteriores	764
XIV.	Enfermedades mal definidas	191

Desde luego, se nota que las enfermedades que produjeron una mortalidad mayor en 1913, fueron las del aparato digestivo; en segundo lugar, las del aparato respiratorio, y en tercero, las clasificadas como "generales," la mayor parte de las cuales son infecciosas. El cuarto y el quinto lugar lo ocupan, respectivamente, las enfermedades del sistema nervioso y las del aparato circulatorio; siendo por demás desconsolador, que solamente hayan sido producidas por la vejez 124 defunciones.

La proporción en que esas diversas enfermedades fueron causas de mortalidad, en relación con la cifra total, se ve claramente en el cuadro siguiente, en el que los números romanos corresponden a los del cuadro anterior:

I	19.23 %
II	7.57 ,,
III	5.31 ,,
IV	22.14 ,,
V	32.50 ,,
VI	1.94 ,,
VII	0.68 ,,
VIII	0.63 ,,
IX	0.07 ,,
X	0.08 ,,

XI	4.02 %
XII	0.63 ,,
XIII	3.99 ,,
XIV	0.99 ,,

Así resalta mejor el lugar tan importante que ocupan como causas de mortalidad las enfermedades del aparato digestivo, las del respiratorio y las "generales;" supuesto que del total de defunciones habidas en 1913 cerca de la tercera parte se debió a las primeras, en tanto que las segundas y las terceras produjeron cada una de ellas sensiblemente un quinto de dicho total. La importancia relativa de esos grupos de enfermedades como causas de mortalidad, puede verse todavía mejor en la figura número 2, en la

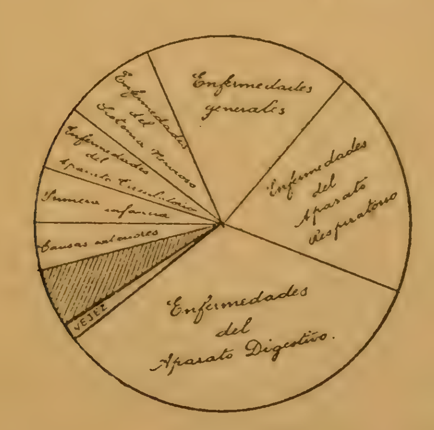


Fig. 2.—Importancia relativa de los diversos grupos de enfermedades como causas de mortalidad. El sector de líneas representa el conjunto de enfermedades no comprendidas en los demás.

que he procurado representar gráficamente las proporciones de los grupos de enfermedades que produjeron mayor número de defunciones en el año de que se trata.

Analizando algunos de los grupos a que me he referido, se encuentran datos muy interesantes. Así, por ejemplo,

entre las enfermedades "generales," las más importantes fueron las siguientes:

Tuberculosis..	1,282 muertes (de las que 1,051 son por tubérculo-pulmonar).
Viruela..	326 ,,
Escarlatina..	261 ,,
Cáncer..	242 ,,
Erisipela...	161 ,,
Tos ferina...	151 ,,
Tifo...	146 ,,
Difteria...	67 ,,

De las enfermedades del sistema nervioso deben señalarse, especialmente, las siguientes:

Meningitis simple..................................	485 muertes.
Idem cerebro-espinal.............................	138 ,,
Hemorragia cerebral...............................	555 ,,

Entre las del aparato circulatorio, las que dieron lugar a una mortalidad mayor, fueron las enfermedades orgánicas del corazón, que produjeron 737 defunciones.

Entre las enfermedades del aparato respiratorio, resaltan, por su importancia, las siguientes:

Neumonía..	1,624 muertes.
Bronquitis aguda..................................	1,101 ,,
Bronco-neumonía..................................	958 ,,

Por último, si las enfermedades del aparato digestivo ocuparon lugar tan preferente entre las causas de mortalidad, ello se debió muy especialmente a las que a continuación se expresan:

Diarreas y enteritis	4,387	muertes.
Cirrosis del hígado	710	,,

Agrupando, en fin, algunas de las principales enfermedades, según su importancia como causas de mortalidad, en relación con la cifra total habida en 1913, se encuentra lo siguiente:

Diarreas y enteritis	22.95	%
Neumonía	8.49	,,
Tuberculosis	6.70	,,
Bronquitis aguda	5.76	,,
Bronco-neumonía	5.01	,,
Debilidad congénita	3.87	,,
Enfermedades orgánicas del corazón	3.85	,,
Cirrosis del hígado	3.71	,,
Hemorragia cerebral	2.90	,,
Meningitis simple	2.53	,,
Viruela	1.70	,,
Escarlatina	1.36	,,
Cáncer	1.26	,,
Tifo	0.76	,,

Las proporciones relativas se ven con más claridad en la figura número 3, que hace alusión a las principales causas de mortalidad en 1913.

*

* *

Muchas son las consideraciones que pueden hacerse a propósito de los diversos datos numéricos recogidos; pero en gracia de la brevedad inherente a un trabajo de la índole de éste, voy a fijarme solamente en las que á mi juicio son más interesantes.

Desde luego resalta considerablemente la enorme importancia de las afecciones intestinales como causa de mortalidad en 1913, lo que se ve claramente en la figura nú-

mero 4. Esta preponderancia, que se viene observando desde hace muchos años, se debe en muy buena parte a dos factores: la mala alimentación y el abuso del alcohol. Ambos



Fig. 3.—Importancia relativa de algunas enfermedades como causa de mortalidad

1 Diarreas y enteritis.—2 Pulmonía.—3 Tuberculosis.—4 Bronquitis aguda.—5 Cirrosis del hígado.—6 Viruela.—7 Escarlatina.—8 Cáncer.—9 Tifo.

pueden corregirse, seguramente, con eficacia, y sería muy de desearse que tanto las autoridades sanitarias como las educativas coadyuvaran enérgicamente en la campaña que debe emprenderse a todo trance contra la mala alimentación y el abuso de la bebida alcohólica. Nuestro pueblo, demasiado se ha dicho, necesita comer mejor, y mientras su situación económica le permite alimentarse suficientemente, es necesario que las autoridades sanitarias cuiden escrupulosamente de que los alimentos se vendan en las mejores condiciones: muy útil sería también que tanto ellas como

las autoridades educativas, diseminaran por todas partes por medio de conferencias populares, los conocimientos indispensables para que todos sepan cómo deben alimentarse,

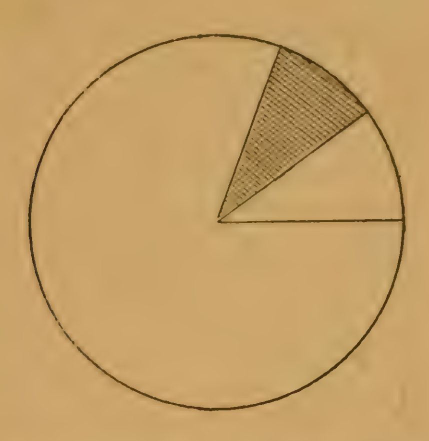


Fig. 4. — Proporción de las diarreas y enteritis como causa de mortalidad. El sector de líneas corresponde a casos en niños menores de dos años; el sector en blanco representa los casos de dos años y más.

cuáles son las bebidas que convienen y cuáles los perjuicios que ocasionan la mala alimentación y la intemperancia. En las escuelas mucho puede hacerse en este sentido y ya es tiempo de que los conocimientos higiénicos tengan la importancia que les corresponde en los programas escolares. En asuntos como éste, las autoridades sanitarias y las educativas deben caminar siempre de acuerdo y sumar sus esfuerzos en bien del pueblo; lo cual no exime, por supuesto, a las corporaciones privadas y a los particulares de la obligación social que les corresponde en estas campañas contra la mala alimentación y contra el alcoholismo.

Después de las diarreas y enteritis, ocupa el lugar más importante, como causa de mortalidad, la pulmonía, lo que se ignora comúnmente. Hay enfermedades, como el tifo, que causan verdadero pánico, y sin embargo, la mortalidad que producen es mucho menor que la que se debe a la pul-

monía. Se necesita dar, pues, a esta enfermedad la importancia que se merece y como se trata de una enfermedad indudablemente transmisible, convendría que se siguiera con ella la misma conducta que con todas las de esa índole: la declaración obligatoria de todos los casos de neumonía, la desinfección rigurosa, y en general las medidas de profilaxis que aconseja la ciencia habrán de servir mucho, seguramente, para disminuir los estragos que causa esa enfermedad, mayores también que los debidos a tuberculosis.

La proporción de mortalidad por las enfermedades tuberculosas fué en 1913 menor que la que la observación de muchos años ha establecido como promedio para esta capital, y es de 8%. ¿Se deberá esto a que nos vamos preocupando más por esa clase de enfermedades? Tal vez; pero en todo caso no debe olvidarse que la situación climatérica de nuestra metrópoli la pone en situación favorable res-

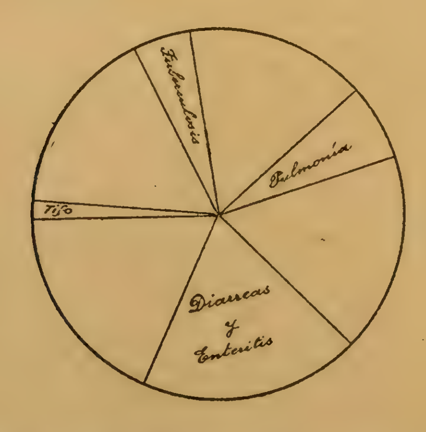


Fig. 5.—Importancia relativa de las diarreas, la pulmonía, la tuberculosis y el tifo como causas de mortalidad

pecto de la tuberculosis. No hay comparación entre los estragos que causa esta enfermedad en los lugares bajos de la República y los que produce en la altiplanicie.

El año de que nos ocupamos fué excepcionalmente pobre

en muertes por tifo, ya que se registraron solamente 146 contra 375 observadas en el año anterior. Esta enfermedad causó solamente un 0.76% de la mortalidad total. No tengo a la vista las cifras correspondientes a años más atrasados para saber si la disminución ha sido progresiva, lo que significaría seguramente un triunfo para nuestras autoridades sanitarias. Sin embargo, hay que tener muy en cuenta las oscilaciones que se observan a este propósito en los diversos años y que uno de nuestros más distinguidos facultativos, el Dr. Terrés, ha relacionado con las que ofrece la precipitación pluvial. De todas maneras, es curioso observar que no es tan grave el tifo en sus consecuencias como generalmente se cree.

Lo que sí debemos anotar seguramente como un éxito en las labores sanitarias, es la disminución observada en los casos de mortalidad por la viruela, puesto que en 1913 hubo 326 contra 429 en 1912. Si estas cifras corresponden, como es muy posible, a las de morbilidad, podríamos sentirnos satisfechos de que la viruela comienza a batirse en retirada, hasta que por fin desaparezca por completo como pasa en las ciudades más civilizadas del mundo. Creo de justicia mencionar a este propósito, la campaña emprendida por el Servicio Higiénico Escolar en pro de la vacunación y de la revacunación y la lucha sostenida que algunas corporaciones científicas, como la Sociedad de Profilaxis, y diversos médicos han venido llevando a cabo para implantar la vacuna animal.

Continúa figurando entre las causas de mortalidad la meningitis cerebro-espinal, que desgraciadamente parece haber tomado ya carta de naturalización entre nosotros. Los casos fatales observados en 1913 son dos veces más numerosos que en 1912, lo cual seguramente se explica por la aglomeración que se ha observado en los cuarteles de la capital en los últimos tiempos. En todo caso, contamos ya

con otra enfermedad que contribuye a aumentar la mortalidad en la metrópoli y que requiere medidas rigurosas para detener su avance.

*
* *

Tal vez de más importancia son las consideraciones que deben hacerse a propósito de la mortalidad infantil que, como se ha dicho, ofrece proporciones aterradoras y que nunca como ahora es de lamentarse más, cuando nuestra población está disminuyendo rápidamente a causa de la crisis gravísima por que atravesamos.

Ya al comenzar este breve estudio dimos a conocer las cifras elevadas que alcanzó la mortalidad infantil en la ciudad de México durante 1913; 7,533 defunciones de niños de 0 a 5 años, de los cuales 4,541 fueron menores de un año, 1,480 de 1 a 2 y 1,512 de 2 a 5 años. Es decir, que el 39.40% de individuos muertos en el año de que nos ocupamos fué de menores de 5 años. ¿No bastan estos datos para comprender lo espantoso de la mortalidad infantil entre nosotros?

Entre las causas de esta mortalidad la más importante es la diarrea y la enteritis, supuesto que, ateniéndonos a la clasificación hecha por las estadísticas oficiales, murieron en 1913 de esas enfermedades 2,467 niños menores de 5 años, y 1,974 menores de 2. Considerando esta última edad, encontramos que de 6,021 niños menores de 2 años muertos en 1913, el 32.78% sucumbió a afecciones intestinales; el 30.22% a afecciones respiratorias y el 12.30% por debilidad congénita (figura 6).

En esas cifras radica uno de los más graves problemas que tienen que resolver nuestros sociólogos, nuestros higienistas y nuestras autoridades. La mortalidad infantil por las afecciones respiratorias se observa en todas partes, dada

la poca resistencia al frío que presentan los niños de tierna edad, y por lo mismo, tal vez no tengamos nada especial que reprocharnos a este respecto; pero por lo que se refiere a la mortalidad por afecciones digestivas, sí hay mucho qué hacer entre nosotros para disminuirla. Demasiado conocidas son las pésimas condiciones en que se hace la alimentación infantil entre nosotros. No solamente las mujeres de nuestro pueblo ignoran completamente cómo deben criar a sus hijos, sino, lo que es peor, igual ignorancia existe entre las de clases más elevadas cuya cultura debería hacer esperar de ellas una mejor atención para los niños. Las



Fig. 6. — Proporción de las principales enfermedades que son causa de la mortalidad infantil (0 a 5 años)

atrocidades que se cometen con éstos en materia de alimentación son increíbles, lo mismo entre los pobres que entre los ricos, en los incultos como en los que se dicen cultos. Y es que, dejando a un lado las condiciones económicas de aquéllos, que en buena parte son responsables de la situación, en este asunto de la higiene infantil hay una gran necesidad de cultura.

Todavía no nos convencemos de que es indispensable que las mamás sepan cuidar convenientemente de la salud de

sus niños y que no bastan de ninguna manera los conocimientos que la rutina o la tradición van transmitiendo de padres a hijos. Aquí, como en todas las cosas, es indispensable saber y esto no se consigue sino aprendiendo. ¿Dónde debe hacerse este aprendizaje? Para las que ya son mamás o están a punto de serlo, debería haber cursos especiales de puericultura en las escuelas nocturnas y conferencias populares en diversos centros públicos: en las mismas escuelas, en las inspecciones de policía como se hizo en otra ocasión, en las sociedades mutualistas, etc., etc. Pero esa enseñanza deben recibirla también las niñas y las jóvenes en nuestras escuelas. Ya es tiempo de que acaben los prejuicios que han existido entre nosotros para esa clase de enseñanzas: la mujer debe prepararse desde su infancia para ejercer la augusta función de la maternidad y cualquiera omisión a este sentido es de gran trascendencia para el porvenir de la raza. Que se incluya, pues, en los programas de educación primaria la enseñanza de la puericultura y que se dé a ésta la debida importancia; pero también que se imparta en las escuelas normales femeninas para que las futuras maestras diseminen tan útiles conocimientos entre sus alumnas y entre las madres de ellas, organizando para el efecto clubs análogos a los que con tanto éxito funcionan en las escuelas norteamericanas. Sólo así podrán llegar a todas partes los conocimientos necesarios para conservar racionalmente la salud de los niños y sólo de esta manera podrá combatirse con éxito nuestra terrible mortalidad infantil.

Nuestro proletariado necesita, sin embargo, que se le ayude en otra forma, y aquí, como en otros muchos asuntos, las instituciones de beneficencia privada tienen amplio terreno para laborar. Las consultas para niños de pecho, las instituciones denominadas "gotas de leche," los dispensarios infantiles, etc., etc., son recursos poderosísimos para aliviar

las condiciones de la infancia. Ojalá que nuestras circunstancias nos permitan cuanto antes desarrollar esas instituciones con la amplitud debida.

Muchos niños, sin embargo, mueren en los primeros días de nacidos por debilidad congénita. Entonces no es la falta de cultura especial de los padres la que origina la muerte de sus hijos, sino las malas condiciones de salud en que aquéllos se encuentran. El alcoholismo, por ejemplo, la sífilis, la tuberculosis de los progenitores, son causa de que muchos niños vivan poco: es, pues, urgente que los padres sepan todo esto si quieren que sus hijos resulten sanos y vigorosos y es indispensable que esas plagas se combatan con la mayor energía si se quiere asegurar una raza mejor y más fuerte. Pero hay también circunstancias, como la mala alimentación y el trabajo excesivo de las mujeres, que influyen poderosamente en la salud de sus hijos; y a este respecto, nuestra legislación del trabajo debe ser eminentemente protectora para asegurar la subsistencia y la tranquilidad de las obreras que van a ser madres. Mucho puede hacerse a este respecto ahora que existe un movimiento tan enérgico para mejorar las condiciones del proletario.

*

* *

Todavía pudieran hacerse muchas consideraciones sobre los datos de la mortalidad habida en la ciudad de México en 1913; pero solamente quiero, para terminar, llamar la atención sobre el hecho consolador de que, a pesar de las terribles circunstancias por que venimos atravesando, se registraron solamente once suicidios en el año a que me refiero. Estamos, afortunadamente, muy lejos de las cifras que esa plaga social alcanza en otros países, y, sobre todo, nuestra infancia se encuentra absolutamente exenta de los daños que aquélla causa y que en algunos puntos, como en Rusia, son espantables.

Ojalá que personas más autorizadas que yo, y con más datos a su disposición, se dediquen al estudio de las muy interesantes cuestiones que presenta la demografía. El porvenir de nuestra nacionalidad está vinculado estrechamente con ellas y cualquier esfuerzo que se haga para resolverlas en consonancia con los altos intereses del país, será de resultados incalculables para el bienestar del mismo.

México, 1.° de febrero de 1915.

RESEÑA MINERA

DE LA

REGION CENTRAL Y SURESTE DEL ESTADO DE JALISCO

POR EL INGENIERO DE MINAS

ANDRES VILLAFAÑA, M.º S. A.

La Secretaría de Estado y del Despacho de Fomento, Colonización e Industria tuvo a bien ordenar la inspección minera sistemática de las diversas regiones del país, de acuerdo con el Reglamento de Inspectores de Minas, del 30 de septiembre de 1912, a fin de que, aparte de la inspección legal de las minas en trabajo y de las Agencias de Minería, los datos recogidos durante las visitas de inspección sirvan de base a las noticias, reseñas e informes que se den a la publicidad; procurándose así un conocimiento más general y completo de la industria minera en México y de los recursos de esta misma industria.

Como resultado de la disposición referida, he formado, como Inspector de Minas de la 4.ª Zona, la Reseña Minera de la Región Central y Sureste del Estado de Jalisco, que debe ser considerada como la primera parte del estudio minero de este Estado.

Para la inspección minera sistemática de las diversas regiones del país, se le ha considerado dividido en seis zonas que están a cargo de los seis Inspectores de Minas en funciones; la zona que corresponde al subscrito compren-

de los Estados de Guanajuato, Jalisco, Michoacán y Colima y la parte Sur del Territorio de Tepic, denominándose 4.ª Zona de la Inspección Minera.

La Superioridad tuvo a bien ordenar que se diera principio a las visitas de inspección del Estado de Jalisco y del Territorio de Tepic, en vista de que de los demás Estados que forman la 4.ª Zona se tienen más datos oficiales y privados, y para satisfacer la necesidad de ir conociendo más ampliamente los grandes recursos mineros con que cuenta el país.

Para dar principio al estudio del Estado de Jalisco, se dividió éste en tres regiones mineras, a fin de facilitar las excursiones al mismo tiempo que se aprovechara la agrupación natural de sus zonas mineralizadas; así se formaron la Región del Norte, la Región del Centro y Sureste y la Región del Oeste. Esta división, que al principio se estimó meramente convencional, llegó a precisarse más con las excursiones a los campamentos mineros, y quedó sometida en gran parte a los caracteres fisiográficos del Estado, al fijarse como separación entre las Regiones del Norte y del Centro el valle del Río Grande de Santiago o de Tololotlán, y como colindancia entre las Regiones de Centro y del Oeste el valle del Río de Tuxcacuesco o de Armería: así es que, toda la parte del Estado de Jalisco situada al N. del Río de Santiago constituye la Región Minera del Norte de Jalisco; la porción del mismo Estado comprendida desde el Río de Armería hasta las costas del Pacífico, forma la Región Minera del Oeste, y el resto del territorio del propio Estado se considera incluído en la Región Central y Sureste.

En vista de las facilidades de comunicación y de la importancia de las minas en trabajo en la época en que se dió principio a las excursiones, se procedió a visitar las zonas mineralizadas de Jalisco comprendidas entre la Región

Central y Sureste. Los datos recogidos durante estas excursiones han servido para formar la presente Reseña, que debe ser completada con el estudio de las otras Regiones del Estado de Jalisco.

Estimándose conveniente independer, hasta donde es posible, los estudios que se hicieron de los datos referentes al mismo Estado ya existentes, se formaron cinco capítulos con la ordenación de los nuevos datos e informaciones, y algunos anexos o apéndices de dichos capítulos con datos más amplios referentes a coordenadas geográficas, climatología, clasificación de rocas, historia de las minas más antiguas de la región y una lista de los fundos mineros con títulos de propiedad vigentes, que no son parte original de la presente Reseña.

En el primer capítulo se expone la división política de Jalisco, para referir a ella la jurisdicción de las diversas Agencias de Minería; en este mismo capítulo se hace el estudio de las vías de comunicación con que cuenta el Estado de Jalisco y que son un gran elemento para el desarrollo de la industria minera. En el segundo capítulo se trata de la fisiografía del territorio del Estado, comprendiéndose en este capítulo la orografía, la hidrografía, el aspecto físico basado en la constitución geológica y la climatología. En el capítulo tercero se trata de la geología minera, según los estudios hechos durante las excursiones y tendiendo a fijar la base de una clasificación racional de los criaderos metalíferos estudiados. En el capítulo cuarto se establece la clasificación de los criaderos metalíferos y se exponen los datos referentes al desarrollo de las minas en trabajo y al aprovechamiento industrial de los minerales explotados. Y en el último o quinto capítulo se hacen algunas consideraciones referentes al estado actual de la minería, y se sugiere un programa de desarrollo minero de tan importante región de nuestro país.

Entre los planos que acompañan a esta Reseña, son de especial atención los croquis de los fundos mineros formados con los datos que aparecen en los expedientes de tramitación de los títulos de propiedad minera; y estimo que en muchos casos no corresponden a los datos del terreno, por la falta de precisión con que algunos peritos forman los planos de los fundos mineros; por esto, no debe darse a esos croquis el valor legal que pudieran tener, si hubieran sido construídos con datos periciales que tuvieran la sanción legal unida a la precisión técnica requerida.

Creo que debe juzgarse esta Reseña como un informe preliminar del estudio amplio y de detalle que debe hacerse, para fijar los elementos, concesiones y restricciones que el Gobierno debe establecer para impulsar el desarrollo intenso de la minería en Jalisco.

Manifestaré que los señores Gerentes e Ingenieros encargados de las minas en trabajo, dentro de la zona recorrida, me prestaron su valiosa ayuda, para colectar los datos necesarios para la parte informativa de esta Reseña, y debo hacer especial mención de las atenciones que se sirvieron dispensarme los señores Ingenieros Amado Aguirre, Agustín Ochoa Parra, Miguel Romero y Walter Neal.

México, 12 de mayo de 1915.

I

DIVISION POLITICA

Agencias de Minería, algunos datos generales del Estado y vías de comunicación

El Estado de Jalisco es uno de los más extensos y poblados de la República Mexicana, tiene 1.210,795 habitantes, según el censo del año de 1910, en una extensión superficial de 87,000 kilómetros cuadrados aproximadamente, o

sea a razón de 14 habitantes por kilómetro cuadrado. [1]

El Estado de Jalisco se encuentra dividido políticamente en 12 Cantones, que comprenden 104 Municipalidades como sigue:

1.^{er} *Cantón o de Guadalajara,* con las Municipalidades de Guadalajara, Cuquio, Ixtlahuacán del Río, Juanacatlán, San Pedro, San Cristóbal, Tala, Tomatlán, Yahualica, Zapopan y Zapotlanejo.

2.° *Cantón o de Lagos,* con las Municipalidades de Lagos, Ojuelos de Jalisco, San Diego Alejandría, San Juan de los Lagos y Unión de San Antonio.

3.^{er} *Cantón o de la Barca,* con las Municipalidades de La Barca, Acatic, Arandas, Atotonilco el Alto, Ayo el Chico, Degollado, Jesús María, Ocotlán, Poncitlán, Tepatitlán de Morelos y Tototlán.

4.° *Cantón o de Sayula,* con las Municipalidades de Sayula, Amacueca, Atemajac de Brisuela, Atoyac, Concepción Buenos Aires, Chiquilistlán, Acatlán de Juárez, Techaluta, Teocuitatlán, y Zacoalco de Torres.

5.° *Cantón o de Ameca,* con las Municipalidades de Ameca, Cocula, Juchitlán, San Martín Hidalgo y Tecolotlán.

6.° *Cantón o de Autlán,* con las Municipalidades de Autlán, Ayutla, Zihuatlán, Cuautla, Ejutla, Purificación, Tenamaxtlán y Unión de Tula.

7.° *Cantón o de Chapala,* con las Municipalidades de Chapala, Ixtlahuacán de los Membrillos, Jocotepec, Tizapán el Alto, Tlajomulco y Tuxcueca.

---

1 Los Estados de mayor densidad en población son: Tlaxcala y México con 41 y 40 habitantes por kilómetro cuadrado. Y los Estados más extensos son: Chihuahua y Sonora con 233,094 y 198,469 kilómetros cuadrados respectivamente.

8.° *Cantón o de Colotlán,* con las Municipalidades de Colotlán, Bolaños, Chimaltitán, Huejúcar, Huejuquilla el Alto, Mezquitic, San Martín, Santa María de los Angeles y Totatiche.

9.° *Cantón o de Ciudad Guzmán,* con las Municipalidades de Ciudad Guzmán (antes Zapotlán el Grande), Jilotlán de los Dolores, Mazamitla, Pihuamo, Quitupan, San Gabriel, San Sebastián, Tamazula de Gordiano, Tecalitlán, Tolimán, Tonaya, Tonila, Tuxcacuesco, Tuxpan, El Valle de Juárez, Zapotiltic y Zapotitlán.

10.° *Cantón o de Mascota,* con las Municipalidades de Mascota, Atenguillo, Guachinango, San Sebastián, Talpa y Tomatlán.

11.° *Cantón o de Teocaltiche,* con las Municipalidades de Teocaltiche, Cañadas, Encarnación de Díaz, Jalostotitlán, Mexticacán, Paso de Sotos y San Miguel el Alto.

12.° *Cantón o de Ahualulco,* con las Municipalidades de Ahualulco, Amatitán, Etzatlán, Hostotipaquillo, Magdalena, Tequila, Teuchitlán y San Marcos.

Lo que antes formó el 7.° Cantón de Jalisco, pasó a ser Territorio Federal, con el nombre de Territorio de Tepic, de acuerdo con el Decreto del Congreso de los Estados Unidos Mexicanos de fecha 12 de diciembre de 1884.

Podrá formarse una idea de la importancia del Estado de Jalisco y de la que dentro de él tienen sus doce Cantones, por los datos siguientes relativos a población, extensión superficial y valores inmuebles comprendidos dentro de ellos:

Cantones	Núm. de habitantes	Superficies
1º	237,842	6,669 k²
2º	98,437	6,016 ,,
3º	171,226	8,192 ,,
4º	78,720	4,051 ,,
5º	68,016	3,374 ,,
6º	79,750	8,422 ,,
7º	53,336	2,641 ,,
8º	71,988	9,888 ,,
9º	142,331	12,482 ,,
10º	53,365	13,312 ,,
11º	89,568	4,755 ,,
12º	66,216	6,950 ,,
	1.210,795 hab.	86,752 k²

VALOR DE LA PROPIEDAD

	Rústica	Urbana	Pública
1º	$ 16.149,798	$ 35.108,638	$ 13.837,579
2º	,, 11.433,179	,, 1.843,672	,, 954,306
3º	,, 15.380,262	,, 3.244,663	,, 304,203
4º	,, 9.747,143	,, 2.397,429	,, 226,263
5º	,, 16.149,798	,, 1.575,733	,, 147,088
6º	,, 5.292,027	,, 1.444,997	,, 84,357
7º	,, 5.864,162	,, 1.323,949	,, 234,922
8º	,, 4.190,784	,, 753.997	,, 258,914
9º	,, 13.636,526	,, 4.320,803	,, 235,070
10º	,, 3.822,312	,, 983,499	,, 179.138
11º	,, 7.299,711	,, 1.286,276	,, 323,378
12º	,, 8.536,874	,, 2.373,309	,, 251,030
	$ 108.947,450	$ 56.656,965	$ 17.036,248

El Estado de Jalisco colinda por el Norte con los de Durango, Zacatecas y Aguascalientes; por el Este con los de Guanajuato y Michoacán; por el Sur con los de Michoacán y Colima, y por el Poniente con el Océano Pacífico y el Territorio de Tepic.

La población situada más al Norte del territorio del Estado es la de Huejuquilla el Alto, la de más al Sur es Ahuijullo, la más oriental la de Ojuelos de Jalisco, y la más occi-

dental la de las Peñas. (Puerto situado en la Bahía de Banderas, cerca del Cabo Corrientes.)

Las coordenadas geográficas de la Capital del Estado, Guadalajara, de dos de las poblaciones antes citadas y del Cabo Corrientes, punto más avanzado al W. del mismo Estado, son:

	Lat. N.	Long. W. de Méx.
Guadalajara	20°40′45″.5	4°12′43″
Huejuquilla el Alto	22 43 00 .0	5 12 20
Ojuelos de Jalisco	21 52 09 .0	2 27 02
Cabo Corrientes	20 21 05 .0	6 30 02

El señor Director del Observatorio Astronómico Nacional se ha servido proporcionar las posiciones geográficas de algunos puntos del Estado de Jalisco, según datos que existen en dicho Observatorio, y son como sigue:

	Latitud	Long. referida a la Torre E. de la Catedral de México
Campos (Hda.)	22°02′41″.0	2°42′28″ A. Anguiano.
Ciénega de Mata (Hda.)	21 44 31 .0	2°41′38″
Chinampas (Hda.)	21 49 58 .3	2°40′52″ A. Anguiano.
Encarnación de Díaz (Hda.)	21 31 23 .1	3°05′55″ A. Anguiano.
	21 31 37 .3	3°06′09″ C. G. Explora.
Encinillas (Hda.)	21 38 15 .8	2°36′05″ A. Anguiano.
Guadalajara	20 40 45 .5	4°12′43″ A. Anguiano.
Juachi (Hda.)	21 41 44 .9	2°29′27″ A. Anguiano.
Lagos (Hda.)	21 21 24 .8	2°47′49″ A. Anguiano.
	21 21 20 .2	2°47′27″ C. G. Explora.
Ledesma (Hda.)	21 44 31 .0	2°50′31″ A. Anguiano.

	Latitud	Long. referida a la Torre E. de la Catedral de México
Matancillas (Hda.)	21°53′39″.5	2°30′45″ A. Anguiano.
Ojuelos (Villa)	21 52 09 .2	2°27′18″ A. Angúiano.
	21 52 05 .0	2°27′22″ C. G. Explora.
Puestos (Hda.)	21 37 32 .7	2°50′01″ A. Anguiano.
	21 37 44 .0	2°49′51″.7 C. G. Explora.
Punta (Hda.)	21 48 37 .7	2°48′30″ A. Anguiano.
San Cristóbal	21 40 55 .1	2°48′33″ A. Anguiano.
San Juan Sinagua	21 46 42 .9	2°55′46″ A. Anguiano.
Tecuán (Hda.)	21 40 56 .0	2°53′26″ A. Anguiano.
Gachupinas (Rancho)	21 45 54 .8	2°25′42″ A. Anguiano.
La Troje (Hda.)	21 43 54 .4	2°42′28″ A. Anguiano.
La Barca (Ciudad)	20 16 37 .1	2°24′54″ L. Fernández.

"Las discordancias entre los resultados de la Comisión Geográfico-Exploradora y las del señor Ingeniero Angel Anguiano están dentro de los límites de los errores inevitables con los métodos empleados, así es que puede tomarse el promedio de los dos valores.

"Las longitudes orientales del señor Anguiano están referidas al Antiguo Observatorio de Chapultepec; para referirlas a la torre Este de la Catedral de México, adoptamos la diferencia de longitud entre esos puntos obtenidos por la Comisión Geodésica.

"Las longitudes de la Comisión Geográfico-Exploradora están referidas a la torre Este de Catedral, tomando como

diferencia de longitud entre Tacubaya y México 3′39″ en lugar de 3′42″ que es la encontrada por la Comisión Geodésica; no hemos hecho la corrección por la diferencia, porque atendida la manera como procedía la Comisión Geográfico-Exploradora para combinar los resultados de los cambios de señales con Tacubaya y México, sería necesario tener a la vista esos resultados parciales. Por lo demás, la diferencia no es de importancia en comparación de la precisión de los resultados."

Las coordenadas geográficas de algunas otras poblaciones del mismo Estado, aparecen en lista al final de esta Reseña como apéndice I, con la observación que acerca de ellas se ha servido hacer el señor Director de la Comisión Geodésica.

Agencias de Minería

Para el servicio público en asuntos de Minería, la Secretaría de Fomento, Colonización e Industria, tiene establecidas diez Agencias en el Ramo de Minería, cuyas jurisdicciones se han arreglado de conformidad con la división política antes expresada en la forma siguiente:

Agencias de Minería	Jurisdicciones
En Ameca	Todo el 5º Cantón y la Municipalidad de Guachinango del 10º Cantón.
En Autlán	Las Municipalidades de Autlán y Purificación del 6º Cantón.
En Ayutla	Las Municipalidades de Ayutla, Cuautla y Tenamaxtlán del 6º Cantón.
En Ciudad Guzmán	El 9º Cantón.
En Colotlán	El 8º Cantón.
En Etzatlán	Las Municipalidades de Etzatlán, Ahualulco y Teuchitlán del 12º Cantón.
En Hostotipaquillo	Las Municipalidades de Hostotipaquillo, Amatitán y Magdalena del 12º Cantón.
En Mascota	El 10º Cantón, menos la Municipalidad de Guachinango.
En Unión de Tula	Las Municipalidades de Unión de Tula y de Ejutla del 6º Cantón.
En Guadalajara	Los Cantones 1º, 2º, 3º, 4º y 7º, y la Municipalidad de Tequila del 12º Cantón.

Y el 11.° Cantón o de Teocaltiche está sujeto a la jurisdicción de la Agencia de Minería establecida en la Ciudad de Aguascalientes.

Para atender más propiamente el servicio público, y por razones de otra índole, se propuso a la Secretaría de Fomento, Colonización e Industria una reforma en la jurisdicción de las Agencias de Minería, proposición que está pendiente de resolución y que es en la forma que sigue:

Agencias de Minería	Jurisdicciones
En Ciudad Guzmán............	Los Cantones 9º o de Ciudad Guzmán y 4º o de Sayula.
En Colotlán........................	El 8º Cantón o de Colotlán.
En Guadalajara..................	Los Cantones 1º, 3º, 5º, 7º y 12º que son respectivamente los de Guadalajara, La Barca, Chapala y Ahualulco.
En Mascota........................	El 10º Cantón o de Mascota.
En Unión de Tula.............	El 6º Cantón o de Autlán.

Y el 2.° Cantón o de Lagos deberá anexarse, según esta misma proposición, a la Agencia de Minería en la ciudad de Aguascalientes, teniendo en cuenta las actuales vías de comunicación, así como las razones que se tuvieron en consideración para dejar el 11.° Cantón o de Teocaltiche bajo la jurisdicción de la referida Agencia en Aguascalientes; y además, debe tomarse en consideración que el movimiento minero en estos dos Cantones es relativamente de poca importancia, por lo que no es de establecerse otra nueva Agencia para el servicio en ellos.

Vías de comunicación

Los ferrocarriles que actualmente pasan por territorio del Estado son en su mayoría del dominio de la Compañía de los Ferrocarriles Nacionales, en gran parte lo que antes se llamó Ferrocarril Central Mexicano.

La línea troncal de la Ciudad de México a la del Paso atraviesa la región Noreste del Estado, en los Cantones

2.° y 11.° en 103 kilómetros aproximadamente, entre las Estaciones Pedrito y El Tigre.

Entre las Estaciones de Pedrito y San Francisco pasa la línea divisoria entre Guanajuato y Jalisco y entre las de El Tigre y Peñuela la colindancia entre Jalisco y Aguascalientes.

La línea que, como el ramal de la línea troncal anterior, une Irapuato (Guanajuato) con Guadalajara, puede tomarse como la línea principal y base del sistema ferrocarrilero del Estado de Jalisco; tiene una longitud de 260 kilómetros, y le sigue en importancia la línea férrea que une Guadalajara con el Puerto de Manzanillo, con una longitud de 356 kilómetros: formándose con estos dos ferrocarriles el ramal de las Líneas Nacionales denominado "Irapuato-Manzanillo," con un recorrido de 616 kilómetros.

De la capital del Estado sale otro ferrocarril denominado Ramal de Ameca, que con un desarrollo de 90 kilómetros une las poblaciones de Guadalajara y Ameca. En este ramal de ferrocarril se encuentran las Estaciones de Orendáin y La Vega en las que entroncan los ferrocarriles Sur-Pacífico de México y Ramal de San Marcos respectivamente; y de estos dos es especialmente importante el Sur-Pacífico que unirá Guadalajara con los Puertos de Mazatlán y Guaymas y con la frontera Norte del país, después de haber atravesado el Territorio de Tepic y los Estados de Sinaloa y Sonora; actualmente se tienen construídos de este ferrocarril, en terrenos de Jalisco, unos 72 kilómetros entre Orendáin y Tequezquite, que es el punto de entrada a la región minera de Hostotipaquillo. El ferrocarril de San Marcos, que sale o se desprende de la Estación de La Vega, tiene un recorrido de sólo 46 kilómetros hasta el pueblo de San Marcos, y es lo que se ha construído del antiguo proyecto de la Compañía del Ferrocarril Central Mexicano, para llevar sus líneas férreas al Territorio de Tepic; actualmente es el

camino que se sigue para entrar al mismo Territorio, siguiendo después el camino carretero que va de San Marcos para Ixtlán y Ahuacatlán.

Además, se encuentran en la línea férrea que une Irapuato con Guadalajara las Estaciones de Yurécuaro (Michoacán) y Ocotlán, y de las cuales se desprenden los ramales de "Yurécuaro-Los Reyes," que pasa por Zamora (Michoacán) y "Ocotlán-Atotonilco;" el primero con una longitud de 137 kilómetros y el otro con 35 kilómetros. Hay un ferrocarril que hace el servicio entre la Estación de El Castillo y El Salto de Juanacatlán con desarrollo aproximado de 7 kilómetros.

Computando las diversas longitudes de los ferrocarriles que forman la red ferrocarrilera de Jalisco, se tiene:

Ferrocarriles Nacionales de México	Recorridos	
De Irapuato a Guadalajara	260	kilómetros.
De Guadalajara a Manzanillo	356	,,
De Guadalajara a La Vega	70	,,
De La Vega a Ameca	20	,,
De La Vega a San Marcos	46	,,
De Ocotlán a Atotonilco	35	,,
De Pedrito a El Tigre (línea troncal de El Paso)	103	,,
Suma	890	kilómetros.
De Orendain a Tequezquite (Ferrocarril Sur-Pacífico)	72	,,
Ferrocarril de Juanacatlán	7	,,
Total	969	kilómetros.

En un estudio hecho por el señor Ingeniero Juan Ignacio Matute, y que con el nombre "Consideraciones sobre los Ferrocarriles," publicó el Boletín de la Sociedad de Ingenieros de Jalisco (Tomo III, números 1 y 2, páginas 52 y 53, Febrero de 1883), se encuentran algunas consideraciones acerca de la construcción del Ferrocarril que une la línea troncal del Ferrocarril Central Mexicano con la Ciudad de

Guadalajara; y como esas consideraciones pueden servir para la construcción de un ramal del mismo Ferrocarril, de Lagos o San Francisco del Rincón para Ocotlán, aprovechándose la parte ya construída entre Ocotlán y Atotonilco el Alto, nos permitimos transcribirlas como sigue:

"Si se tratara únicamente de comunicar a Jalisco con la Capital de la República, no hay duda que el mejor trazo para el Ferrocarril Central sería por La Barca, La Piedad, Pénjamo o Irapuato, pues es una línea casi recta, es el derrotero seguido hace mucho tiempo en la estación de secas, y más frecuentado recientemente desde que el Ferrocarril de Veracruz, México y León nos trae las mercancías extranjeras que vienen por el Golfo con una baratura y comodidad que no pueden proporcionar los Puertos de San Blas, Mazatlán y Manzanillo; pero como el Ferrocarril del Paso del Norte y el de Tampico, propios de la Compañía Central, tienen que traernos el primero, los efectos de los Estados Unidos, el segundo los de Europa para su expendio en Jalisco, Colima y Sinaloa, tendrán que hacer un rodeo de San Francisco del Rincón por Irapuato, Pénjamo, La Piedad y La Barca para llegar a Ocotlán; mientras que desprendiéndose luego de San Francisco a Arandas, Atotonilco y Ocotlán, se economizarán 109 kilómetros, distancia muy regular para tomarse en consideración no tanto por el tiempo que se emplee en recorrerla, sino tomando en cuenta el costo que deberá ser por término medio de 4% por tonelada de carga, 2% por pasajero, gravamen innecesario que es fácil de evitar."

"Además, siendo Irapuato el punto de bifurcación de la línea del Pacífico, la identidad de productos de la parte de los Estados atravesados, no será motivo de un cambio activo entre ellos, sino que sólo será lo indispensable para conducir desde el punto de abundancia al de escasez, a fin de que haya la mayor uniformidad posible en el precio

de los artículos de primera necesidad, y que no se llegue el caso que con frecuencia vemos hoy, que de puntos distantes 100 leguas, los unos tienen el maíz a $ 0.75 fanega y los otros a $ 9.00. Por mucha que sea la buena voluntad o codicia, no se puede verificar el transporte, porque el flete absorbe la diferencia y no ofrece ningún lucro."

En los últimos meses del año próximo pasado, de 1913, se estudió con algún detenimiento un trazo de ferrocarril de Ameca al Puerto de las Peñas, con un ramal para Autlán, y se llegó a sancionar el contrato-concesión, celebrado entre la Secretaría de Comunicaciones y Obras Públicas, en representación del Gobierno Federal, y el señor Luis Grajales Morphy.

El trazo de este ferrocarril de Ameca a Las Peñas estudiado por el señor Ingeniero Ricardo Gárate, que es el que probablemente se aceptará como locación definitiva, con sólo ligeras variantes, es como sigue:

Se parte de Ameca por la margen derecha del río del mismo nombre, se cruza este río 4 kilómetros del Poniente de Ameca, para pasar a la margen izquierda en terrenos de la hacienda de La Higuera, pasando después por inmediaciones de Palmarejo, por los cerros de Quililla y Palo Blanco, Plan de Guachinanguillo, cerro de Tío Lucio, Plan de Mixtlán, por Mojonera, Santa Rita, San Juan de Dios, La Tina, Agua Zarca, Jaral y Ocote Chino; después por los cerros de la Campana, Juego de Bolas y Cerro Gordo para tocar el rancho de La Campana, pasando luego al Llano de las Cruces, más elevado que el antes citado Plan de Mixtlán, y continuando por El Empedrado, La Troje, Mal Paso, La Puerta, El Gallinero, Chanrey, San Rafael, Tecolcahuite y Paso del Río de Mascota, para pasar ascendiendo a Las Cocinas y Cruz de Romero, llegando a nivel al Valle de Talpa; después se sigue el Valle del Río de Talpa pasando por la Estancia, Las Jícaras, Santa Rosa, Los

Ocotes, Los Zapotes, China Cañada y hacienda de Cobos: en la Joya se separa el trazo de la margen izquierda del río para tomar la falda del cerro de San Andrés, y subir hasta el puerto cercano a Camahún y pasar luego cerca de Peña de San Jerónimo y seguir descendiendo por las faldas de una serranía que se desprende del lado NW. del cerro del Cabro; entrando después al Valle de El Coapinole, y siguiendo por el terreno llano de Pitayal hasta llegar a Las Peñas por el lado Norte.

El paso de este ferrocarril por las cercanías de los Minerales de Guachinango, Cuale, El Desmoronado y Bramador, como puede verse en el mapa de las principales vías de comunicación en Jalisco, es de la mayor importancia para el desarrollo de la minería en esa región; pues hay fabulosas cantidades de minerales de relativa baja ley, en espera de fletes rápidos y baratos.

El ramal de Autlán partirá probablemente de Ocote Chino, para pasar por Ayutla y Unión de Tula y terminar en Autlán. Este ramal es también de la mayor importancia para la minería regional, pues atravesará los Campamentos Mineros de Ayutla y Unión de Tula, que pueden rendir grandes cantidades de minerales cobrizos.

Terminado lo relativo a los ferrocarriles que atraviesan el Estado de Jalisco y lo referente a los que en la actualidad se encuentran en proyecto, creo que es del caso hacer algunas observaciones generales acerca de las regiones que no cuentan ni contarán por muchos años más con este sistema de vías de comunicación: desde que se dió prinicipio a la construcción de los primeros ferrocarriles en el país, las compañías concesionarias, en su mayoría extranjeras, buscaron en México centros de consumo y no centros o zonas de producción; y así resultó que con las líneas troncales de lo que fueron los Ferrocarriles Central y Nacional, se amplió el mercado de exportación de los Estados Unidos

de América, al localizarse estos Ferrocarriles de manera que unieran las principales poblaciones de México, y en cambio todas las regiones productoras de maderas, minerales y productos agrícolas lejanas del trazo de estas vías troncales, han quedado por muchos años y seguirán por algún tiempo más alejadas de los mercados, y por lo mismo con una explotación muy limitada y en muchos casos defectuosa. Así se comprende por qué, para tener maderas finas y en general muchos artículos que pueden obtenerse en el país, tenemos que recurrir a los mercados americanos, que compran a bajo precio los mismos artículos en nuestras costas o en las regiones cercanas a ellas, las preparan en sus talleres y las traen a los lugares de consumo de México a precios elevados. Es por esto conveniente que las empresas constructoras de ferrocarriles, que pretendan construirlos en regiones de alta producción agrícola, minera, etc., tengan todo el apoyo posible de los Gobiernos Federal y de los Estados, así como de todas las personas de empresa de México.

Los caminos que pueden llamarse carreteros, sólo hasta cierto punto, por su mal estado actual, son: el antiguo camino que servía para el tráfico comercial con el Puerto de Manzanillo, que saliendo de Guadalajara pasa por las poblaciones de Santa Ana, Zacoalco, Sayula, Zapotlán el Grande (hoy Ciudad Guzmán), Atenquique, Platanar, Beltrán, Colima y Manzanillo, y que fué en una época el único camino de entrada al país por el Puerto de Manzanillo, por lo cual llegó a mantener un importante movimiento comercial en las poblaciones antes mencionadas, y muy principalmente en Colima, Zapotlán y Sayula. Casi en las mismas condiciones existe el camino que unía Guadalajara con el Puerto de San Blas, pasando por Zapopan, Tequila, Magdalena, Mochitiltic, Mazatán, Ixtlán, Ahuacatlán y Tepic: este camino ha sido substituído por la carretera que parte

de San Marcos, en el Estado de Jalisco, pasando por Ixtlán y Ahuacatlán del Territorio de Tepic.

Y como desde la época colonial se principió la explotación minera en las Sierras de Mascota, de Autlán y de Ameca, se construyeron desde entonces, diversos caminos entre los que han subsistido como principales, sin que puedan merecer por completo la denominación de carreteros, los que salen de la Capital del Estado con dirección a Etzatlán y a Ameca; el primero pasa por Ahualulco, Etzatlán, Amatlán de Cañas, atraviesa después el Río Piginto para internarse en la Sierra de Mascota pasando por Los Reyes, San Sebastián, Mascota, Talpa, Autlán y Ejutla, en donde prácticamente puede considerarse terminado, aunque pudiera seguirse por Cuatancillo para San Gabriel; el otro, o sea el de Guadalajara para Ameca, pasa por Tala y Ameca en donde se bifurca en dos, uno para Mascota y otro para Autlán.

En los últimos años y en vista de la importancia industrial de algunos campamentos mineros se han construído cuatro nuevas carreteras y reconstruído la de Zacatecas a Colotlán y Bolaños en el Norte del Estado de Jalisco: los cuatro caminos nuevamente construídos son: el que une la población de Magdalena con el campamento minero de Cinco Minas; el que va de Tequezquite al Mineral de El Favor el que tiene en propiedad la Amparo Mining Co. entre Etzatlán y el Mineral de La Embocada, y el construído en su mayor parte por la Magistral Ameca Copper Co. entre la población de Ameca y el Mineral del Magistral. Los cuatro han sido construídos por diversas compañías mineras.

Los caminos anteriormente reseñados son los que se usan o pueden prestar algún servicio para visitar las diversas regiones mineras del Estado; y también existen las antiguas carreteras, que partiendo de Guadalajara se dirigen al Norte y Oriente y que son: camino de San Cristóbal de

la Barranca, que sirve para ir a Mezquital del Oro e internarse después en la Sierra de Colotlán; el camino de Cuquio que hacia el Norte se interna en el Cañón de Juchipila (Zacatecas); el camino directo de Guadalajara a Guanajuato, y por último el camino que de Guadalajara va para Morelia pasando por Poncitlán, La Barca, La Piedad y Puruándiro.

De Lagos salen dos caminos nacionales: el que pasa por Encarnación de Díaz y San Juan de los Lagos uniéndose después con el camino de Cuquio hacia el Norte del Estado; y el camino que se dirige al Sur de Lagos para entroncar con el de Guadalajara a Guanajuato. De Encarnación de Díaz sigue un camino para Aguscalientes hacia el Norte.

Existen otros caminos carreteros, pero son de relativa corta extensión, y pueden considerarse sólo como caminos vecinales.

En general, todos los caminos que se internan en las serranías apenas merecen el nombre de veredas, y son en lo general de difícil tránsito; pero esto no obstante, juegan un papel importante, como vías de comunicación entre los diversos poblados y las explotaciones agrícolas y mineras del Estado.

Deben tomarse en consideración entre los medios de comunicación en Jalisco, las líneas de diligencias siguientes: de Atequiza a Chapala, 15 kilómetros; Cofradía a Atoyac, 5 kilómetros; Encarnación a Teocaltiche, 56 kilómetros; La Vega a Cocula, 36 kilómetros; Ocotlán a Tototlán, 30 kilómetros; Refugio a Tala, 3 kilómetros; San Juan de los Lagos a Santa María, 30 kilómetros.

La red de telégrafos federales tiene una extensión total de 1,286 kilómetros, y además existen los telégrafos anexos a las líneas de los Ferrocarriles Nacionales y Sur-Pacífico de México. La Oficina Central de los Telégrafos Federales está establecida en la Capital del Estado y hay oficinas subalternas en las poblaciones que se ven en la carta de

vías de comunicación ligadas entre sí por líneas rojas. Los telégrafos de los ferrocarriles se utilizan algunas veces para otros servicios públicos.

La Capital del Estado cuenta con dos compañías de teléfonos, la Compañía Telefónica Jalisciense, S. A., con 3,068 kilómetros aproximadamente de extensión en sus líneas que conectan sus aparatos en Guadalajara con las siguientes poblaciones: Amatitán, Ameca, Arenal, Chapala, La Barca, La Capilla, La Vega, Orendáin, San Pedro Tlaquepaque, Tequila, Zapopan, El Carmen y El Salto, y ocho Haciendas de Campo comunicadas con la misma Capital. El servicio de esta Compañía es regularmente atendido en Guadalajara y deficiente en algunas de las sucursales establecidas en las poblaciones antes citadas. También existe la Compañía Telefónica Mexicana que aun tiene pocas líneas en servicio, y que, según informes, es una sucursal de la Compañía de igual nombre establecida en la Ciudad de México.

Como existe una concesión para conectar la red de teléfonos puestos al servicio público en el Estado de Guanajuato con los de la Ciudad de México, y como se pueden conectar fácilmente los mismos teléfonos de la red de Guanajuato con los de la Compañía Telefónica Jalisciense, S. A., con sólo establecer la línea entre Pénjamo y La Barca, es de juzgarse que dentro de muy poco tiempo podrá establecerse la comunicación telefónica entre la Ciudad de México y la mayor parte de las poblaciones de la región central de Jalisco.

La línea de transmisión de fuerza de la Compañía Hidroeléctrica del Chapala, S. A., tiene su correspondiente servicio de teléfonos en muy buen funcionamiento, y en algunas de sus plantas de maquinaria o casas de transformadores se hace un servicio gratuito público bastante eficaz.

En la región Noroeste del Estado, o mejor dicho en la

región que se puede llamar Etzatlán-Hostotipaquillo, existe una red telefónica que pertenece a los señores Romero, de Etzatláu, y que une la población del mismo nombre con Tequila, Magdalena, Tequezquite, Hostotipaquillo, el Mineral de El Favor y el Rancho de Michel.

Además existen la Compañía Telefónica de Zapotlán y la Compañía Telefónica San Juanense que operan respectivamente en Ciudad Guzmán y en San Juan de los Lagos, uniendo estas poblaciones con algunas otras circunvecinas, como puede verse en la Carta de las vías de comunicación del Estado de Jalisco.

II

FISIOGRAFIA

Ciertamente es difícil hacer con propiedad una descripción física de la extensa región que abarca el Estado de Jalisco, en el que se encuentran suelos tan variados; pues muchas veces se ocultan las relaciones de formación de los diversos valles y sistemas de montañas, y esto hace exponer hipótesis genéticas que afectan los conceptos precisos en que debe basarse toda buena descripción física de las regiones o provincias naturales en que está dividido: puesto que el estudio y descripción racional del relieve, no es posible sino apoyándose en los principios de la geología estratigráfica, de la tectónica y en los relieves dados por el volcanismo; por esto hemos procurado reunir, en lo que sigue, una serie de observaciones hechas en el terreno mismo a los datos ya existentes, pensando que, aunque incompleta, puede ser de alguna utilidad la siguiente descripción del referido Estado.

Y para concretar hasta donde es posible, se ha dividido este capítulo en Orografía, Hidrografía e Influencias de

la tectónica, del volcanismo y de la naturaleza de las rocas sobre el modelado del territorio del Estado.

OROGRAFIA.—Las principales cadenas de montañas o líneas de relieve que se encuentran en Jalisco son: al Norte las Sierras de Bolaños y del Nayarit o de Morones en la región del 8.º Cantón o de Colotlán, que terminan hacia el Sur en la Sierra de la Yesca; la de Comanja al NE. del Estado, y hacia el Norte de la porción central del mismo, los contrafuertes Sur de las Sierras de Tlaltenango y Juchipila del vecino Estado de Zacatecas. En la región central se encuentran las Serranías de Hostotipaquillo, de Magdalena o Cerro Viejo, citada alguna vez como Sierra de Santa María, del Volcán de Tequila, del Col y Cuyutlán; los Altos de Arandas, Cerro Grande de Ameca y Oconagua, Sierra de Guachinango, La Tetilla de Ameca y el cerro del Güegüentón o Güengüentón que se ligan con las Sierras de Tapalpa y Mascota.

La Sierra de Tapalpa se prolonga hacia el Sur, hasta ligarse con la del Nevado de Colima; y la Sierra de Mascota se extiende al Poniente y Sur para las Serranías de El Bramador y el Cabo Corrientes, y también hasta unirse con las Sierras de Cacoma y Perote, formándose así el Sistema de Montañas del Occidente del Estado.

De la Sierra de Tapalpa se desprenden estribaciones que ligan ésta con la Sierra del Tigre situada al Norte del 9.º Cantón o de Ciudad Guzmán. Esta Sierra del Tigre se une hacia el Norte con la Serranía de Cuyutlán, cerrando por el Sur, Poniente y Norte la cuenca del Lago de Chapala, y sirviendo de separación entre este mismo lago y los de Cajititlán, San Marcos, Zacoalco y Sayula. La estribación que une las Sierrs de Tapalpa y El Tigre separa las cuencas de las lagunas de Sayula y Zapotlán.

Hacia el Sureste se encuentran la extensa Sierra de El Alo y la del Cerro del Perico que están íntimamente liga-

das con la Sierra de Coalcomán del Estado de Michoacán situada al Sur y Sur-Oriente de ellas.

Las principales observaciones hechas sobre el terreno se refieren a las regiones Central y Sureste del Estado, y por lo mismo son las únicas que han podido aprovecharse en la construcción de un croquis orográfico de estas regiones; por esto es que el plano que acompaña a esta información sólo se refiere a dichas regiones y abarca desde la margen Sur del río de Santiago hasta una porción de los linderos Sur y Sureste del mismo Estado.

Hidrografia.—Todos los ríos de Jalisco vierten sus aguas al Océano Pacífico, y entre los principales se pueden citar: el de Santiago, llamado también Río Grande o de Santiago Tololotlán, el de Ameca o Piginto, el de Armería o Tuscacuesco, el de Cuaguayana, el Maravasco, el de Purificación, el San Nicolás y el de Mascota.

Al primeramente citado afluyen por su margen derecha y dentro del mismo Estado, los ríos Zula, Verde, de Juchipila, de Bolaños y de Amatlán de Jora; y por la margen izquierda llegan al mismo río algunos afluentes de menor importancia que los que se acaban de citar, como son: el río de Guadalajara, el de Santo Tomás y el formado en las vertientes Norte del Volcán de Tequila. Es de notarse la diferencia de importancia que presentan los afluentes de las dos márgenes del río Grande de Santiago; pues en tanto que los que llegan a él por la margen derecha drenan grandes extensiones de terreno, o mejor dicho, presentan grandes cuencas y son torrentes caudalosos en tiempo de lluvias; los de la margen izquierda son menores en número, de mucho menor gasto y nacen a inmediaciones del mismo río de Santiago, con excepción a este último, respecto del río de Santo Tomás.

Sin duda alguna, es el río de Santiago el más importante del Estado, y puede decirse que es una de las principales

vías de salida de las aguas de la Mesa Central; su curso, que principia en la Laguna de Lerma, desde donde toma este mismo nombre, hasta desembocar en la Laguna de Chapala, abarca una gran cuenca que alcanza hasta el Norte del Estado de Guanajuato y Sur de San Luis Potosí, así como la porción Este del Territorio de Tepic y la Sureste del Estado de Zacatecas; comprende también el Estado de Querétaro y el Valle de Toluca por el Oriente, y hasta los valles de Zitácuaro, Maravatío y Morelia por el Sur. Sólo en Jalisco recorre este río 230 kilómetros aproximadamente.

El río de Ameca o Piginto nace al Sur del Cantón de Ahualulco y Sur-Poniente del 1.er Cantón, por la región de Cuisillos, Teuchitlán y Tala; atraviesa de Oriente a Poniente el Valle de Ameca, corta la Sierra de Oconagua al Norte de Guachinango, para seguir su curso hacia el Poniente encajonado entre las Sierras de Amatlán de Cañas y lomeríos altos de Tepic, por el Norte, y la Sierra de Mascota, al Sur, hasta llegar al Valle de Banderas; y por último, desemboca al Pacífico en la Bahía de Banderas cerca del Puerto de Las Peñas. En gran parte de su curso sirve de límite entre el Estado de Jalisco y el Territorio de Tepic. Sus afluentes principales son: por el Norte los ríos de Oconagua, Amatlán de Cañas y los de la parte Sur del Territorio de Tepic; por el Sur, el río de Atenguillo o de Guachinango y el de Mascota.

El río de Armería recorre el valle formado entre las Sierras de Tapalpa, al Este, y de Cacoma y Perote al Oeste; teniendo su origen en las vertientes SE. de la Sierra de Mascota. Sus afluentes principales son: ríos de Unión de Tula y Tuscacuesco por su margen izquierda u Oriental y el río de Autlán por su margen derecha. Entra al Estado de Colima con el nombre de río de San Pedro, con su curso de Norte a Sur y desemboca en la Boca de Pascuales al

SE. de la Laguna de Cuyutlán. En el Estado de Colima tiene este río otros afluentes de importancia.

En el río Coaguayana se reunen con diversos nombres los de la vertiente Sur de la Sierra del Tigre y los de la porción Oriental de las Sierras del Perico y del Alo; en la parte alta de su curso se conoce con el nombre de río de Tuxpan; al entrar al Estado de Colima se le denomina río del Naranjo, y en la parte baja de su curso, después de reunido con el río Salado formado en las vertientes Sur del Volcán de Colima, es donde propiamente recibe el nombre de río de Coaguayana, desembocando al Océano Pacífico por la Boca de Apiza.

En las vertientes orientales y Sur de la Sierra del Alo tiene su origen el río de Tlacotepec, con el nombre de río del Oro, afluente del Balsas a inmediaciones del pueblo de Balsas.

El río Marabasco que sirve de límite entre los Estados de Jalisco y Colima, tiene también varios nombres: en la parte alta de su curso se denomina Taticao; en la parte media, río de Chacala y desemboca con el nombre de Marabasco o de Sihuatlán en el Puerto de Navidad. Sus afluentes principales son los que con diversos nombres locales bajan de la parte Sur de la Sierra de Cacoma.

En las vertientes occidentales de las Sierras de Cacoma, de Perote y de Mascota se forman los ríos de relativa corta extensión que con los nombres de río de Purificación, de San Nicolás, de Tomatlán, Quimisto, etc., etc., desembocan en el Océano Pacífico.

Existen en Jalisco algunos valles o cuencas cerradas, donde tienen su sitio las lagunas de Magdalena, de Cuyutlán o Cajititlán, de San Marcos, de Atotonilco, de Zacoalco, de Sayula, de Zapotlán y Quitupan. Y también se encuentran las lagunas que no ocupan valles cerrados como el Lago de Chapala, la Laguna de Buenavista, cerca de

Ameca, la de poca extensión cerca de Lagos y la de Unión de Tula.

Con lo reseñado antes acerca de los grupos de montañas, de los principales ríos y valles, de las cuencas cerradas, y examinando además la carta altimétrica formada con el corto número de altitudes de que se pueden disponer en la actualidad, puede formarse una idea de la configuración de conjunto peculiar en esta porción del país. Y así se observa que los valles de mayor altitud son más numerosos y extensos al Noroeste del Estado, con alturas absolutas comparables con las de los valles de la parte central de la República, las cuales alturas varían entre 1,600 y 2,000 metros, siendo de notarse que los otros valles del Estado van teniendo menor altitud en una dirección de Noreste a Suroeste, o sea de Lagos (1,609 metros) para Autlán (868 metros); y se pueden ver en el mapa altimétrico adjunto las altitudes siguientes: Valle de Lagos 1,906 metros, de San Miguel el Alto 1,875 metros, de Zapotlanejo 1,542 metros, de Acatlán de Juárez 1,300 metros, de Unión de Tula 1,416 metros y de Autlán 868 metros; interrumpida esta serie decreciente de altitudes por la interposición de las Sierras de Tapalpa y de Cacoma, lo que da origen o otras altiplanicies, como las de Atemajac y Tapalpa con 2,565 metros de altitud, de Juchitlán con 1,250 metros, de Atenguillo con 1,557 metros y de Talpa con 1,239 metros.

De la porción Central del Estado, o más claramente del 7.° Cantón (Chapala), hacia el Noroeste, se observa también una diminución de altitudes en las llanuras y valles estrechos, concordante con el curso del río Grande o de Santiago Tololotlán; hacia el Poniente de la Laguna de Magdalena es encuentra una depresión brusca del terreno, que se ha tomado alguna vez por el escalón que se dice existe entre la Mesa Central y las costas del Océano Pacífico.

En la porción Sureste de Jalisco o sea en el Cantón de



Camino entre Tecalitlán y Jilotlán, 9.º Cantón, Jalisco



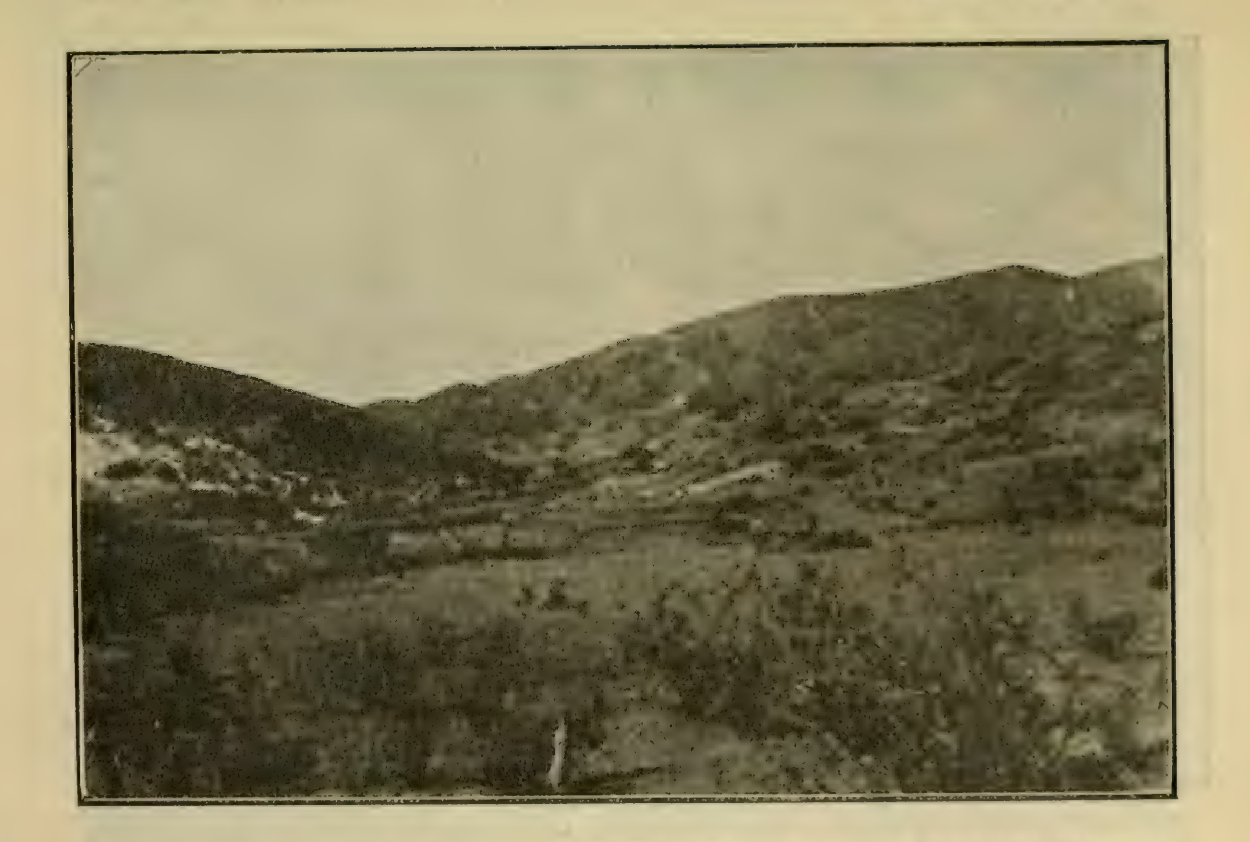
La Sierra del Nayarit en Tepic



Barranca de "Antón," cerca del pueblo de Hostotipaquillo.
Brechas y tobas riolíticas



Campo Minero de "Cinco Minas." En el fondo el Cerro Viejo de Magdalena, que desciende hacia Cinco Minas por lomeríos, continuando así hasta el Río de Santiago



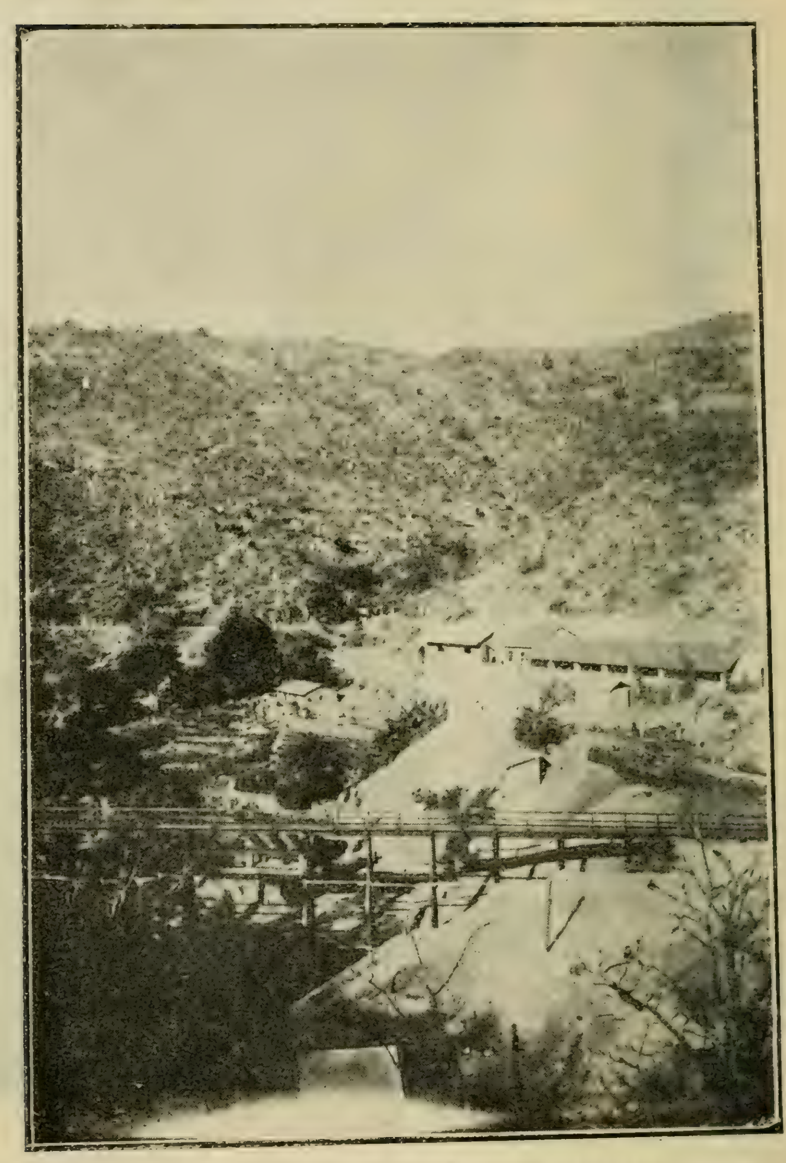
Mineral de "La Embocada," Etzatlán. Lomas de Andesita



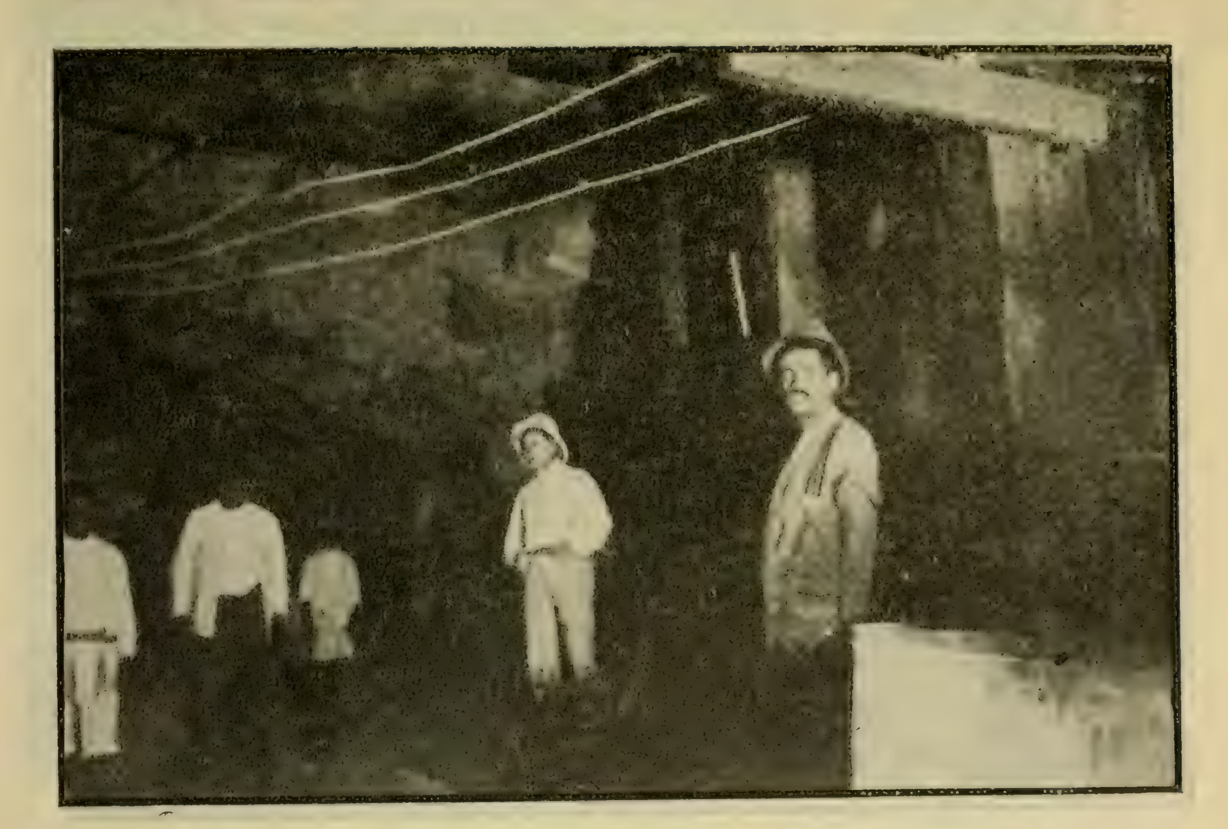
Campo Minero de San Juan y Santo Domingo. Lomas de Andesita



Vía, talleres y rebajes para la instalación de la Planta de cianuración
Campo Minero de Cinco Minas



Campo Minero de Cinco Minas. Habitaciones



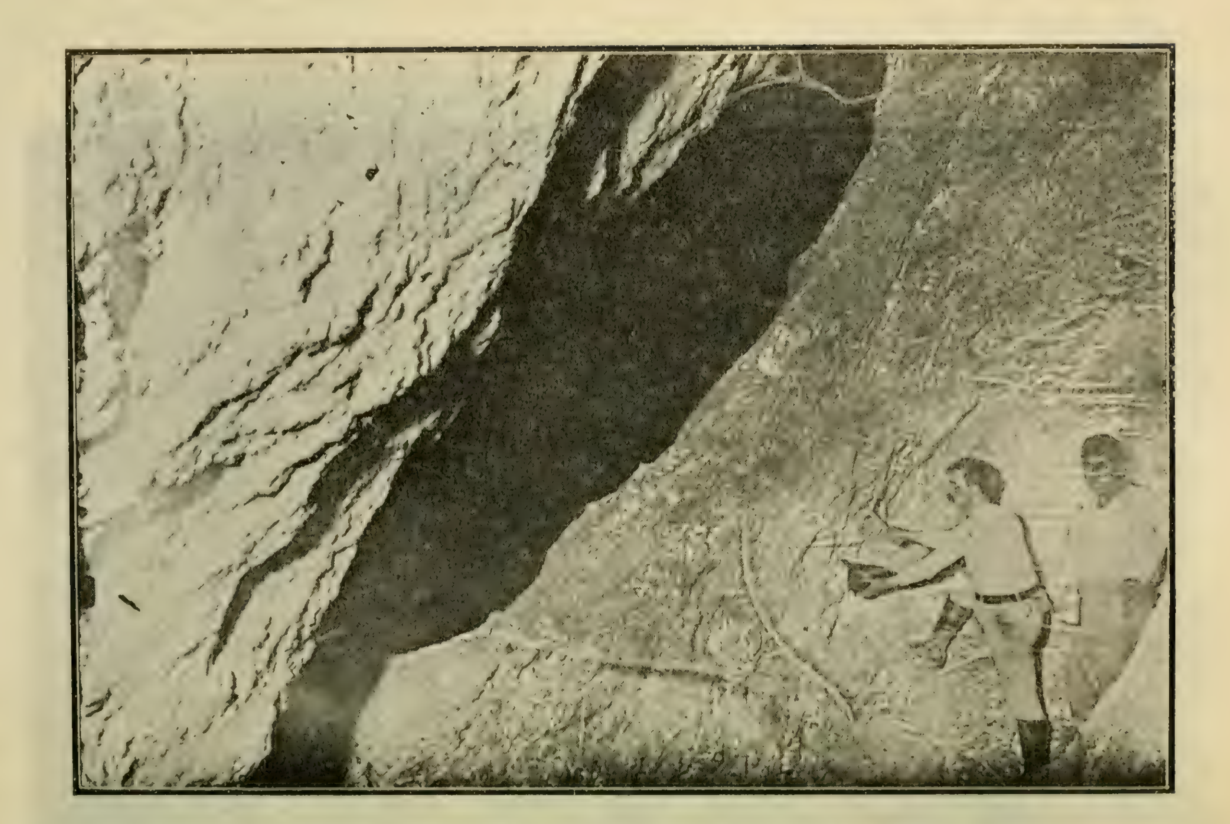
Salón del malacate en "Cinco Minas," Hostotipaquillo



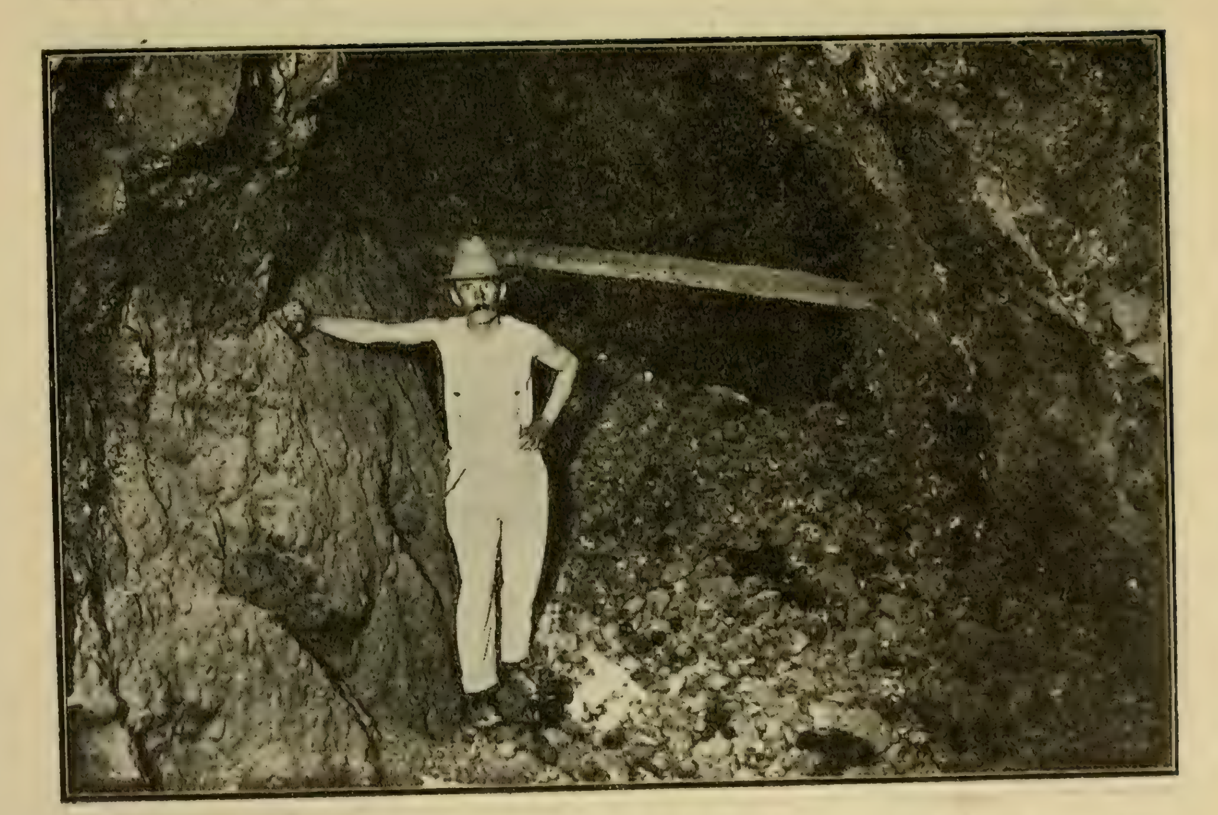
Apertura de un gran salón para un malacate eléctrico de 125 H. P.
"Cinco Minas"



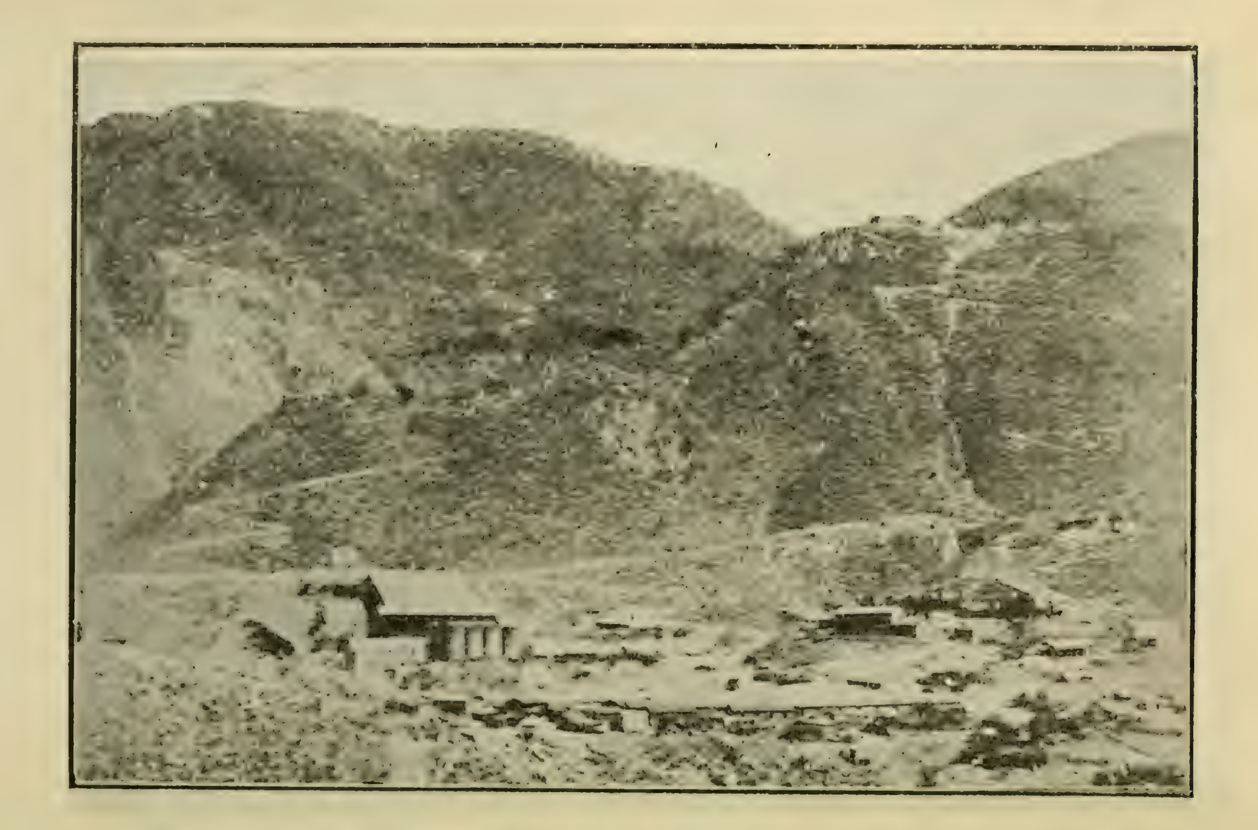
Entrada al socavón de "El Favor," Hostotipaquillo



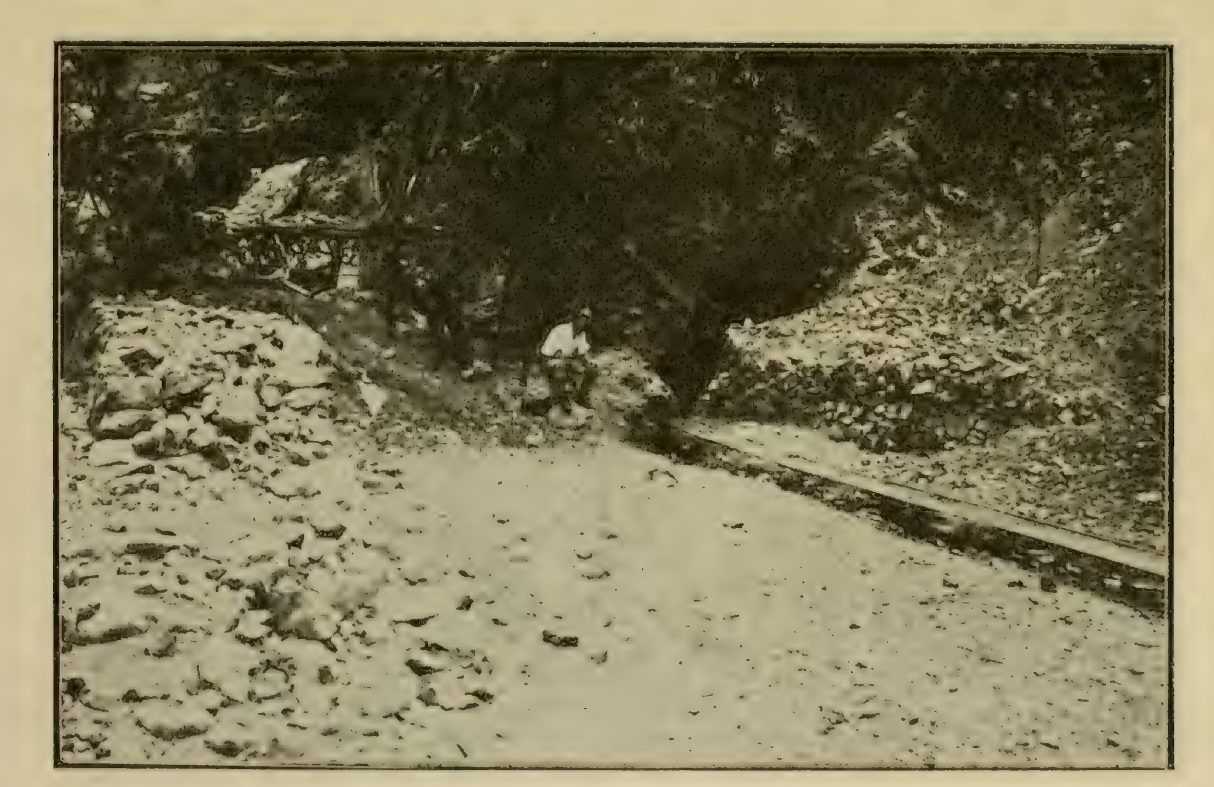
Parte central explotada de la veta "El Favor"



"El Favor." Labor de explotación en conexión con la tolva general



Panorama del Campo Minero de "El Favor," Hostotipaquillo



Entrada a la Mina de Támara, Hostotipaquillo



Tiro vertical de Soledad, Hostotipaquillo

Ciudad Guzmán se encuentran altiplanicies elevadas en Mazamitla y Valle de Juárez (2,178 metros), y se ven valles estrechos de altitud decreciente hacia el Suroeste por el curso del río Cuaguayana y hacia el SSE. por el de Santa María del Oro o de Tlacotepec.

No estimo que sea completa la descripción física de una región con la reseña de sus principales sistemas de montañas, ríos y valles, porque no se da así idea cabal de los diversos aspectos característicos que se presentan en las diferentes porciones de la misma región; y por esto juzgo que es debido agregar algunas ideas respecto a la génesis del terreno que comprende el Estado de Jalisco, o sea un bosquejo de su paleogeografía, que, aunque incompleto, por ahora, sirva en algo a los estudios que en lo futuro se hagan sobre el mismo asunto.

Al tratar de la geología de las diversas zonas, en que naturalmente debe considerarse dividido el territorio de este Estado, se tratará de explicar de la manera más amplia posible, las relaciones de formación y de posición de las diversas y principales rocas que en él se encuentran; pero como la naturaleza de estas mismas rocas da aspecto característico a las regiones que ocupan, y esto unido a la reseña de los movimientos tectónicos, del volcanismo local y de los fenómenos de erosión definen hasta cierto punto la historia geológica, daré por establecida la clasificación de las rocas que se encuentran ocupando grandes extensiones de terreno en Jalisco, para diferenciar desde luego los caracteres o aspectos de las diversas porciones del mismo Estado.

ROCAS Y REGIONES QUE OCUPAN

Granitita y gabbro................................	Sierras del Alo y del Perico, o sea la mayor parte del 9º Cantón.
Pizarras metamórficas y diques de camptonita..	Cercanías de Tamazula, en el 9º Cantón.

Andesitas de anfíbola, con inclusiones de diorita en algunos lugares...........	Tecalitlán, Pihuamo y en general en las vertientes occidentales de la Sierra del Alo.
Tobas y brechas volcánicas...................	Valles de Tuxpan, Zapotiltic, Zapotlán y Sayula, y los de las vertientes occidentales del Alo, en parte.
Andesitas de hiperstena, tobas, brechas volcánicas y material fragmentario y cinerítico del volcán de Colima........	Sierra del Nevado de Colima, Volcán de Colima, y los valles antes citados.
Andesitas de anfíbola, pomes, basaltos y tobas.........	Sierra del Tigre y porción Sur de la Sierra de Cajititlán.
Andesitas, en algunos lugares alteradas, y brechas andesíticas........................	Sierra de Tapalpa.
Andesitas en algunos lugares alteradas (propilitizadas), diques de dolerita y calizas...	Región Sur de Ameca, o sea Sierra de la Tetilla de Ameca y San Martín, que se debe considerar como el extremo Norte de la Sierra de Tapalpa.
Granitita, en algunos lugares alterada (propilitizada)..............................	La Tetilla de Ameca, al SW. del pueblo de Ameca, y Cerro Grande de Ameca.
Andesitas de hiperstena, y dacitas, en algunos lugares alteradas (propilitizadas) labradoritas, riolitas, brechas andesíticas y brechas de fricción de material dacítico................................	Cerro Grande de Ameca, Campamento Minero de la Embocada y Cerros de Oconagua, o sea la región entre Etzatlán, Sur de San Marcos y Ameca.
Gabbros, basaltos y lavas basálticas.....	Región N. de Etzatlán, Magdalena, Estancia, San Sebastián, San Andrés, etc.

Riolitas, brechas y tobas riolíticas.......	San Marcos, muy especialmente al Oeste, Noreste y Norte de este pueblo.
Riolitas, tobas y brechas riolíticas y basaltos..	Sierra de Hostotipaquillo.
Andesitas riolíticas, basaltos y tobas con gran cantidad de fragmentos de obsidiana..	Volcán de Tequila y región NE. de éste.
Capas de basalto, relativamente delgadas, alterado, con tobas y brechas basálticas..	Valles de Guadalajara, Tequila, Tala y Magdalena.

De otras regiones del Estado no se tienen datos, hasta ahora, que puedan utilizarse en la forma anterior, y sólo podrá agregarse que en la Sierra de la Yesca, al Sur del Cantón de Colotlán, se encuentran las andesitas como las rocas dominantes en ella.

Son realmente escasos los depósitos de rocas sedimentarias y sólo en Tapalpa, Tala y Zacoalco se encuentran fósiles que no he tenido ocasión de colectar ni de examinar; pero sé que se han referido al Cretácico de los de Tapalpa y Tala y al Cuaternario los restos fósiles de vertebrados del valle de Zacoalco.

Y por la relación que antecede se puede apreciar que por la salida de rocas efusivas, de diversas épocas o edades geológicas, aquéllas han venido a constituir casi el total de las Sierras de las regiones Central y Sureste de Jalisco.

Si se acepta la apreciación que los granitos comunes o granititas del 9.° Cantón son las rocas más antiguas, viniendo después el escurrimiento de las andesitas, en seguida las riolitas y por último los basaltos, se puede decir que la porción más antigua del terreno ocupado por el Estado de Jalisco es la del SE. y la más moderna los valles de Guadalajara, Ameca y Zacoalco. Y cada una de estas diversas porciones del mismo Estado presenta aspecto físico de

acuerdo con su antigüedad, caracterizada por lo más o menos avanzado de la erosión y la manera como ésta ha obrado sobre las diferentes rocas: explicándose así la diferencia en las formas de las montañas que pueden verse en las ilustraciones anexas.

Se puede decir que los principales o más intensos movimientos tectónicos, de lo que es terreno ocupado por el Estado de Jalisco, pueden agruparse en tres series diferentes en importancia, y acaecidos en diversas épocas geológicas, a los cuales no es posible fijar edad con los datos que se poseen en la actualidad a este respecto, y por la falta de estudio de los terrenos fosilíferos que, aunque en muy limitadas zonas, se encuentran en aquel Estado.

La primera serie de movimientos debidos a compresiones de enfriamiento de la costra terrestre y que son los más importantes por su intensidad, dió lugar a la formación de grietas, quizá orientadas de N. a S., por donde escurrieron o aparecieron en la superficie del terreno una gran cantidad de rocas efusivas, que forman ahora el macizo montañoso más importante. La segunda serie de movimientos dió origen al fracturamiento de estas rocas (andesitas); las fracturas así originadas son ahora el sitio de las vetas de los diversos Campamentos Mineros del Estado; y es probable que este fracturamiento haya sido acompañado con el escurrimiento del material riolítico que se encuentra ocupando grandes porciones de las sierras. La tercera serie de movimientos tectónicos originó las diversas fallas que se observan en las minas en trabajo y también otros sistemas de vetas tan importantes como las anteriores, y fué acompañado por otra emisión de riolitas y material riolítico fragmentario; y probablemente al fin de este período de movimientos se efectuó la aparición de las lavas basálticas en varios lugares.

De los diversos movimientos y emisiones de rocas efusivas

antes reseñadas, resulta que los terrenos que se encuentran en las regiones central y SE. de Jalisco están caracterizados por montañas formadas por acumulación de los escurrimientos de rocas fundidas, fracturadas y falladas en diversas direcciones; y en esas mismas regiones ha venido a agregarse como otro rasgo distintivo los aparatos volcánicos, producto del último acontecimiento de las emisiones de rocas y material fragmentario.

Climas.—Para terminar con la parte expositiva de la descripción física de Jalisco, y careciendo de datos para fijar la repartición de los climas en esta región, tengo que referirme a la Distribución de las Zonas Climatéricas de Jalisco estudiada por el Sr. Ing. D. Mariano Bárcena, que en mi concepto es el mejor estudio que se ha publicado sobre este asunto.[1] De dicho estudio se desprende que, comparando los climas de las ciudades de México y Guadalajara, resulta que el de la primera puede definirse o clasificarse como un clima templado, y el de Guadalajara, como tocando el límite superior de éste y en el principio del cálido.[2]

Definido el clima de la ciudad de Guadalajara, el mismo Sr. Ing. M. Bárcena se vale de este dato para precisar el clima de las diversas zonas en que, para este caso, considera dividido el territorio del Estado, y dice: "Si nos atenemos solamente a la situación que Jalisco ocupa en la carta, creeríamos que el clima de todo su territorio sería notablemente cálido y ardoroso, como corresponde a la zona tórrida; pero como hemos observado antes, la influencia de las altitudes, compensa, disminuye o destruye en ciertas partes el efecto de la posición geográfica."

"Distribuyendo por grupos sobre el mapa del Estado las

1 Ensayo Estadístico del Estado de Jalisco, Anales del Ministerio de Fomento, Tomo IX, págs. 359, 361 y 362.—1891.

2 En los informes anexos a esta reseña se encuentran los datos que sirvieron al Sr. Ingeniero M. Bárcena, para clasificar el clima de Guadalajara.

localidades de que se tienen datos climatéricos deducidos de la observación simultánea, se forman las siguientes clasificaciones:

"1.º—Dividiendo en cuadrantes, con el meridiano y primer paralelo, que pasan por Guadalajara:

En el primer cuadrante, o zona del Norte al Este: Arroyo de Enmedio, Cuquio, San Pedro y Zapotlanejo.

En el segundo cuadrante: Atequiza y San Jacinto.

En el tercero, esquina del Sur al Oeste: Ameca, Amatitán, Atenquique, Autlán, Bella Vista, El Plan, El Platanar, La Concepción del Volcán, El Nevado, Sayula, Santa Ana Acatlán, Santa Cruz de Duque, San Gabriel, San Antonio de Sayula, Tecolotlán, Tlajomulco, Totolimispa, Tonila y Zapotlán.

En el cuarto cuadrante: Ahualulco, El Refugio, Labor de Rivera, La Escoba, La Venta, Magdalena, Santa Cruz de Ahualulco, San Pedro, Zapotlanejo y Zapopan.

"2.º—Considerando las localidades que quedan más al Norte o al Sur de Guadalajara, se forman los dos grupos siguientes:

Al Norte de Guadalajara: Arroyo de Enmedio, Ahualulco, Cuquio, Labor de Rivera, La Escoba, La Venta, Magdalena, Santa Cruz de Ahualulco, San Pedro, Zapotlanejo y Zapopan.

Al Sur del paralelo de Guadalajara: Ameca, Atequiza, Amatitán, Atenquique, Autlán, Bella Vista, El Plan, El Refugio, El Platanar, La Concepción del Volcán, El Nevado, Sayula, San Antonio de Sayula, Santa Cruz de Duque, San Gabriel, San Jacinto, Santa Ana Acatlán, Tecolotlán, Tlajomulco, Totolimispa, Tonila y Zapotlán."

"3.º—Juzgando ahora por diferencia de altitud:

Están más abajo que Guadalajara, es decir, inferiores a 1,560 metros sobre el mar: Ameca, Ahualulco, Amatitán, Atenquique, Autlán, Bella Vista, El Plan, El Gachupín, El Platanar, El Refugio, La Concepción del Volcán, La Labor

de Rivera, Magdalena, Sayula, Santa Ana Acatlán, Santa Cruz de Duque, Santa Cruz de Ahualulco, San Gabriel, San Antonio de Sayula, Tecolotlán, Totolimispa, Tonila, Zapopan y Zapotlán.

"Sobre el nivel de Guadalajara están: Atequiza, La Escoba, El Nevado de Colima, La Venta del Astillero y Zapopan.

"Determinadas estas zonas por cuadrantes, por latitud y por altura, veamos las leyes que se deducen de estas circunstancias físicas, en combinación con los datos termométricos que de esas localidades hemos podido obtener."

"Las localidades comprendidas en el cuadrante del Norte al Este, presentan en general temperaturas más bajas que las de Guadalajara; circunstancia que se explica por ser esa zona de mayor altitud y en donde reinan vientos frescos de las partes altas de la Mesa Central."

"En el segundo cuadrante se observan temperaturas muy semejantes a las de Guadalajara, debido al declive lento que en esa región se observa."

"En el cuadrante comprendido del Sur al Oeste, o sea el tercero, se notan en gran mayoría las temperaturas más altas que las correspondientes a la capital del Estado, pues en esa dirección es más rápido el declive hasta la costa y además se participa de los vientos calientes que vienen del Pacífico: se exceptúan de esa ley algunos puntos de la zona correspondientes al Nevado de Colima y otras eminencias."

"En el cuarto cuadrante hay una compensación más marcada por la presencia de elementos climatéricos diferentes: en esa región la mayoría de las temperaturas es más elevada que en Guadalajara, sin llegar a dos grados de exceso, no obstante las diferencias sensibles de altitud, pues siendo ese cuadrante el de los vientos más fríos, se destruye, por esta circunstancia, una parte del efecto de la depresión altimétrica. Pueden, pues, clasificarse de un modo

general las zonas del Estado del modo siguiente, tomando por centro la ciudad de Guadalajara."

"En el primer cuadrante son más bajas las temperaturas. En el segundo es casi igual a Guadalajara, gozándose de un clima ligeramente más alto. El tercero es más cálido; y el cuarto tiene clima semejante al de la capital del Estado, o como si dijéramos en los cuadrantes segundo y cuarto el clima dominante es ligeramente más alto que el templado: en el cuadrante primero la temperatura baja un poco del límite superior de aquel clima y el cuadrante tercero es más cálido."

"Se entiende, por supuesto, que estas leyes generales se modifican para cada cuadrante, en aquellos puntos en que hay accidentes orográficos notables, como elevadas alturas o grandes depresiones, como cañadas y barrancas; teniéndose presente que la influencia de los vientos que se enfrían en grandes altitudes, se hace sentir en amplio radio, de las comarcas donde aquellas se encuentran, y a esto se deben las temperaturas más bajas que las de Guadalajara, observadas en puntos más deprimidos y cercanos al Volcán Nevado."

III

GEOLOGIA

En este capítulo sólo se consignarán datos generales relativos a las regiones mineras visitadas dentro de las porciones Central y Sureste del Estado de Jalisco; y serán únicamente generalidades por la falta completa de datos anteriores a la excursión que da origen a esta Reseña Minera, y porque durante dicha excursión no se pudo dedicar atención preferente al problema geológico, como era de desearse, por no ser en realidad el principal asunto que motivara la expedición de la inspección minera.

No es posible fijar con precisión la edad de las diversas rocas en que arman los criaderos minerales del Estado, por

la carencia absoluta de fósiles en los campamentos mineros y en las comarcas circunvecinas; y por lo tanto, tampoco pueden precisarse los períodos geológicos durante los cuales se efectuaron los fracturamientos del terreno, que deben haber precedido a la acumulación de los minerales primarios de esos mismos criaderos y natural es que así pase en esta región del país, puesto que la superficie del Estado de Jalisco está ocupada en su mayor parte por acumulaciones de rocas efusivas y materiales volcánicos de diversas constituciones genéticas de centenares de metros de espesor y por rocas metamórficas que ocupan la mayor parte del 9.º Cantón o sea de la región Sureste del mismo Estado sin que pueda advertirse la naturaleza del terreno que ha sido recubierto por las rocas efusivas y por el material volcánico.

Las rocas, en mi concepto, más antiguas, son: la granitita o granito común, las pizarras metamórficas y la sienita de las regiones de El Alo, Tamazula y Ameca, puesto que el granito y la sienita se encuentran en abundantes enclaves en la andesita de la Tetilla de Ameca.

La andesita, de edad más reciente que el granito y la sienita, apareció en grandes e intensas corrientes antes de la erupción de las riolitas; pudiendo apreciarse que, como fenómeno eruptivo subsecuente al escurrimiento de las andesitas, se presentaron las riolitas, tan abundantes en la región de Hostotipaquillo. Y que, como resultado de la fase explosiva de la aparición de estas riolitas, se depositaron las tobas y brechas riolíticas, que casi por sí solas llenan la parte comprendida desde el Norte de la serranía denominada Cerro Grande de Ameca hasta el río de Santiago, considerado por ahora y convencionalmente como el límite Norte de la región central de Jalisco.

Los basaltos que se encuentran como rocas dominantes desde el Oriente de la Laguna de Magdalena hasta el Norte y Poniente del Lago de Chapala, así como las tobas basál-

ticas del Valle de Guadalajara y de algunos otros valles del Estado, son el resultado de las erupciones posteriores a la aparición de las riolitas ya citadas.

La distribución geográfica de las rocas reseñadas en el capítulo anterior, debe tomarse como la primera indicación o base para la explicación de la geología del Estado; puesto que, establecidos los tipos de las rocas que en él se encuentran y las regiones que éstas ocupan, se pueden establecer diversos grupos de rocas de edades diferentes, y así se tienen seis grupos, como sigue:

Rocas del Estado de Jalisco agrupadas por su antigüedad relativa

(Para la especificación de estas rocas, véase el apéndice respectivo)

A

Granitita y gabbro de las Sierras del Alo y del Perico, granitita del Cerro Grande de Ameca y de la Tetilla de Ameca, pizarra metamórfica y diques de camptonita de las cercanías de Tamazula.

B

Gabbros de la mina de La Mazata al Norte de Etzatlán.

C

Andesitas de anfíbola con inclusiones de diorita de Tecalitlán y Pihuamo, de la Sierra del Tigre, y andesitas de anfíbola con enclaves de granitita de la Tetilla de Ameca.

D

Andesitas de hiperstena con diques de dolerita de la Sierra de Tapalpa y del Güegüentón, andesitas de hiperstena

del Cerro Grande de Ameca y andesitas y obsidianas del Volcán de Tequila.

E

Riolitas, brechas y tobas riolíticas de Etzatlán y Hostotipaquillo.

F

Basaltos y tobas basálticas de Hostotipaquillo, Magdalena, Tequila, Etzatlán, Guadalajara, Zacoalco, Ciudad Guzmán y Tuxpan.

Los grupos así formados y que caracterizan diferentes porciones del Estado, son el sitio de criaderos minerales diferentes en su origen, en el mineral útil que contienen y en su aprovechamiento industrial: y así se tiene, que la región ocupada por el granito común de la región Sureste se presenta surcada en dos direcciones principales por vetas angostas y gran número de vetillas de cuarzo aurífero, y en algunos puntos se encuentran concentraciones irregulares (segregaciones magmáticas) de mineral cobrizo bajo la forma de calcopiritas generalmente amorfas. Hasta la fecha no se ha podido obtener de estos criaderos un resultado favorable, industrialmente hablando, debido principalmente a la poca potencia e irregularidad que presentan.

Las andesitas de anfíbola que se encuentran desde la región de Pihuamo, al Sur, hasta Tuxpan y Tecalitlán, al Norte, contienen vetas de fierro de alguna importancia, en las cuales hay mineral de cobalto en las cercanías de Pihuamo, en cantidad que tampoco ha bastado para su aprovechamiento industrial. El oro de los Placeres de Pihuamo es probablemente producto de degradación de las rocas de contacto entre la andesita de Pihuamo y las granititas del

Sur de Jilotlán. La misma andesita de anfíbola contiene vetas de plata de alguna importancia industrial en las cercanías de Tecalitlán.

Las andesitas de la Sierra de Tapalpa son el sitio de las vetas cupríferas que se encuentran desde el Norte de San Gabriel hasta San Martín Hidalgo y El Magistral. Estos criaderos de cobre contienen leyes de plata y oro, y en algunas partes el rendimiento es de consideración, encontrándose como caso único dentro de la región de Tapalpa los importantes criaderos de fierro de la Ferrería de Tula.

El Cerro Grande de Ameca, comprendiéndose en esta denominación la serranía que separa el Valle de Ameca del de Etzatlán y Magdalena, es notable por la riqueza de sus criaderos argentíferos y por la gran potencia de éstos, siendo especialmente notable la veta de la Calabaza, que contiene mineral complexo de plomo, cobre, plata y oro.

Al Norte de Etzatlán se encuentran las importantes vetas argentíferas de La Mazata, que arman en un gabbro de edad anterior a la de las riolitas, brechas y tobas riolíticas que aparecen como rocas dominantes desde el valle de Etzatlán y Magdalena hasta el Río Grande de Santiago, por la región de Hostotipaquillo. Estas rocas riolíticas contienen vetas argentíferas de formación más reciente que la de los demás criaderos metalíferos del Estado, y que son notables por contener gran cantidad de óxido de manganeso, lo que hace difícil su aprovechamiento industrial en algunas plantas de cianuración.

La región de los basaltos se caracteriza por la ausencia de criaderos metalíferos.

La edad de las rocas de la Sierra Madre Occidental de México ha sido estudiada por los señores Ingenieros Ezequiel Ordóñez y José G. Aguilera, y precisada en la siguiente forma: el señor Ingeniero Ordóñez dice en la página 65 del Boletín número 14 del Instituto Geológico de México,

que "la serie de erupciones terciarias en el país, se inaugura con rocas de estructura claramente granítica; granitos, granulitas, dioritas y diabasas; las dos últimas, por simple cambio de estructura, dan lugar a andesitas con aspecto de porfiritas andesíticas o de propilitas, como lo hemos visto en las rocas de Pachuca, de Guanajuato, de San José de Gracia y de otros puntos de la Sierra Madre. Igualmente, Pachuca y Real del Monte nos muestran hasta la evidencia la transición paulatina de las andesitas a las dacitas y a las riolitas (felsonevaditas), resultando de esto la comprobación de que por causas imperfectamente conocidas, un solo magma interno es capaz de dar origen a tales cambios en las rocas, lo que caracteriza el fenómeno que han llamado diferenciación. Sea un solo magma como creemos o la mezcla de dos o más magmas, como otros pretenden, el hecho de un cambio paulatino en la composición de la masa fluida da lugar a pensar en revoluciones internas sometidas a una ley en tiempo y espacio definidos, pues con muy ligeras diferencias, sin importancia decisiva, se puede decir que en todas partes la ordenación sucesiva de las erupciones, juzgando por la composición y estructura de las rocas, ha sido la misma." Y en el mismo Boletín, página 66, se lee que "el Sr. Ing. José G. Aguilera, en su Sinopsis de la Geología Mexicana, dice que las andesitas verdes han aparecido a fines del Mioceno; después de las erupciones de andesitas de hornblenda, que tiene o no facies propilítica, siguen las riolitas, de donde se deduce que estas rocas han sido consideradas por él, como inaugurando casi las erupciones Pliocénicas."

Por lo anteriormente expuesto, y no obstante no estar definidas de manera apropiada las áreas ocupadas por las rocas especificadas, se comprende que las regiones del Estado de Jalisco a que esta Reseña se refiere, han sido el sitio de importantes movimientos tectónicos y del escurri-

miento de gran cantidad de rocas de diversas especies; pudiendo decirse que caracterizan a estas regiones los escurrimientos de rocas por grandes grietas, orientadas casi de Norte a Sur y la presencia de aparatos volcánicos, desde las grandes corrientes lávicas hasta la fase explosiva y la característica, que puede clasificarse como Peleana, del Volcán de Tequila; habiéndose producido una gran acumulación de material volcánico al Sur de Río Grande de Santiago, que modificó seguramente el curso de este río, desalojándolo hacia el Norte y dejándolo singularizado por los grandes afluentes de su margen derecha y los torrentes de poco desarrollo o meramente locales de su margen izquierda.

Y como últimas manifestaciones de tan grande actividad volcánica, han quedado numerosas fuentes hidrotermales en varios Cantones de ese Estado, pudiendo decirse que no hay ningún Cantón que no tenga por lo menos tres manantiales de agua caliente, llegando a 63 el número de los que existen en las regiones comprendidas en esta Reseña.

Las últimas manifestaciones volcánicas de carácter explosivo han sido las erupciones del Volcán de Colima, siendo de entre estas explosiones unas de las más notables las verificadas en 26 de marzo de 1897 y el 20 de enero de 1913; de estas erupciones se acompañan dos ilustraciones bien interesantes.

IV

CRIADEROS MINERALES

Y SU

EXPLOTACION

No todos los Cantones del Estado de Jalisco presentan importancia bajo el punto de vista de sus criaderos metalíferos, y dentro de los límites asignados a este Estado,

pueden considerarse tres regiones mineralizadas de grande importancia, como sigue:

I.—La Región Minera del Norte del Estado.

II.—La Región Minera del Centro y Sureste y

III.—La Región Minera del Oeste o de las Costas del Pacífico.

La región minera del Norte comprende las zonas mineralizadas de.............	Colotlán, del 8º Cantón, y Comanja y Teocaltiche, de los Cantones 2º y 9º
La región minera del Centro y S. E. comprende las zonas mineralizadas de	Ajijic, del 7º Cantón: Tequila, Hostotipaquillo, Etzatlán, del 12º Cantón; Ameca, del 5º Cantón; Guachinango, del 10º Cantón; Tapalpa y Chiquilistlán, del 4º Cantón; San Gabriel, San Sebastián, Tamazula, Tecalitlán, Pihuamo, Jilotlán y Pizatlán, del 10º Cantón.
La región minera del Oeste comprende las zonas mineralizadas de.............	Piginto, los Reyes y San Sebastián, Real Alto, Bramador, Cuale; La Navidad y Desmoronado, del 10º Cantón, y Ayutla, Autlán y Purificación, del 6º Cantón.

La zona mineralizada de Colotlán se relaciona con la porción Oriental del Territorio de Tepic y con la zona de Hostotipaquillo. La zona mineralizada de Comanja y Teocaltiche se liga con la del Noroeste de Guanajuato, por la Sierra de Comanja, y con la parte Sur del Estado de Zacatecas por la región de Nochixtlán.

La limitación de las zonas mineralizadas de las Regiones del Centro y del Oeste es meramente geográfica, pues no se ha estudiado la porción del Oeste o del Pacífico, para establecer las relaciones o diferencias genéticas de sus criaderos minerales.

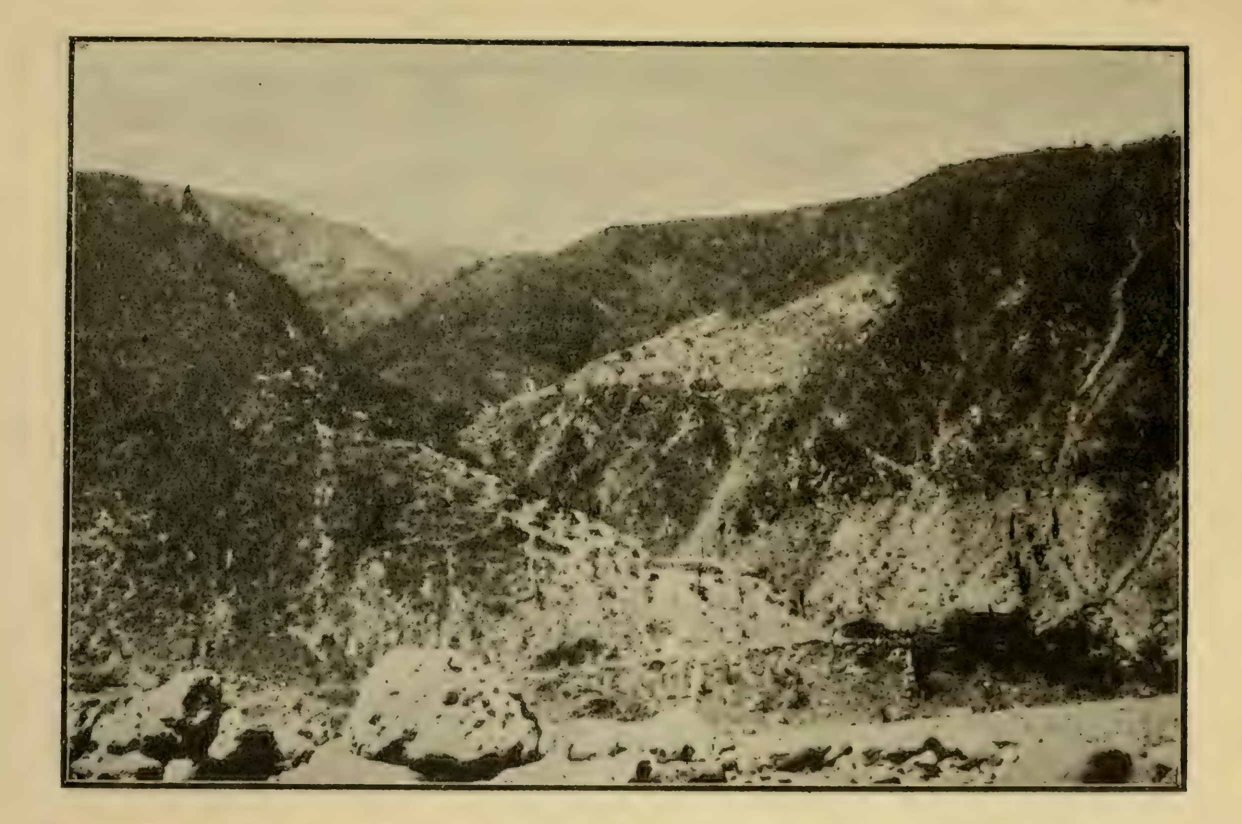
Y en esta división por regiones se ha tomado como base principal la distribución geográfica de los criaderos de mi-

nerales dentro de cada una de las regiones indicadas; dejándose para un estudio posterior la agrupación de esos mismos criaderos por sus caracteres genéticos; puesto que esta agrupación, que vendrá a ser una clasificación racional de ellos, no será posible si no se estudian y comparan las diversas formaciones geológicas de todo el Estado; y hasta ahora sólo se han estudiado la mayor parte de los de la Región Central y Sureste.

Es oportuno hacer una exposición de las divisiones en regiones y zonas mineralizadas de Jalisco que se han dado a la publicidad en épocas anteriores, y que son debidas a los señores Ingenieros D. Mariano Bárcena y D. Daniel V. Navarro: el primero considera cinco regiones mineralizadas dentro de dicho Estado, en la forma siguiente:

Región argentífera........................	En los Cantones	4º, 7º, 8º, 9º y 10º
Región aurífera........................	,, ,, ,,	5º y 6º
Región cuprífera........................	,, ,, ,,	5º, 6º y 10º
Región ferrífera........................	,, ,, ,,	2º, 4º, 9º y
Región hidrargírica........................	,, ,, ,,	2º y 6º

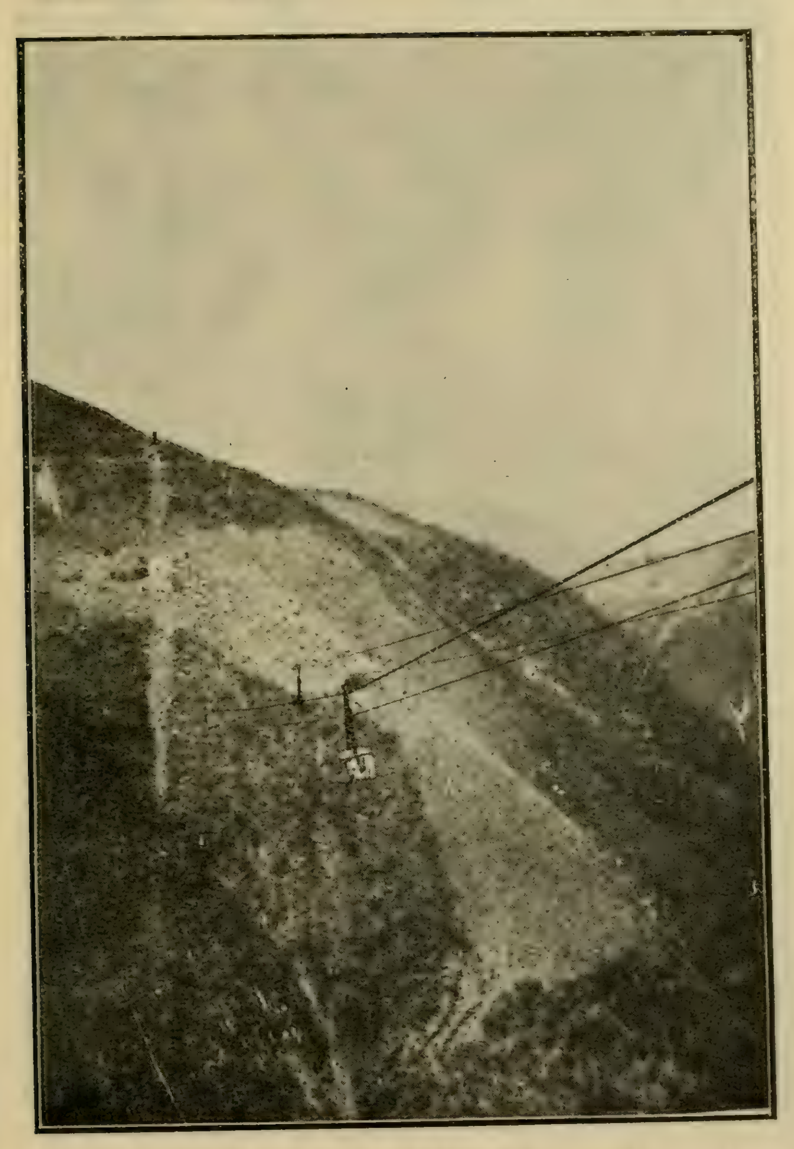
Y el Sr. Ing. Daniel V. Navarro dice en su informe relativo a la mina de La Mazata, sita al Norte de Etzatlán, lo siguiente: "Limitándome a los yacimientos de la Sierra Madre Occidental, el fierro predomina en una amplia faja que entra por la parte media Sur del Estado y sube hacia el NW. ocupando parte de los Cantones 9.º, 6.º, 4.º, 5.º y 10.º, en la cual están los yacimientos de Pihuamo, Tamazula y Ferrería de Tula; el cobre ocupa la misma faja y se extiende más al Poniente y al Norte, desde la Sierra del Alo hasta las de Tapalpa, Cacoma y Ameca; la plata ocupa zona más amplia y sube hasta el 11.º Cantón, pasando al Territorio de Tepic y al Estado de Zacatecas; la zona aurífera entra también por Colima y Michoacán, en faja más restringida que las anteriores y se inclina al NW. con dirección de 30° NW., casi paralela a la costa. Los Pla-



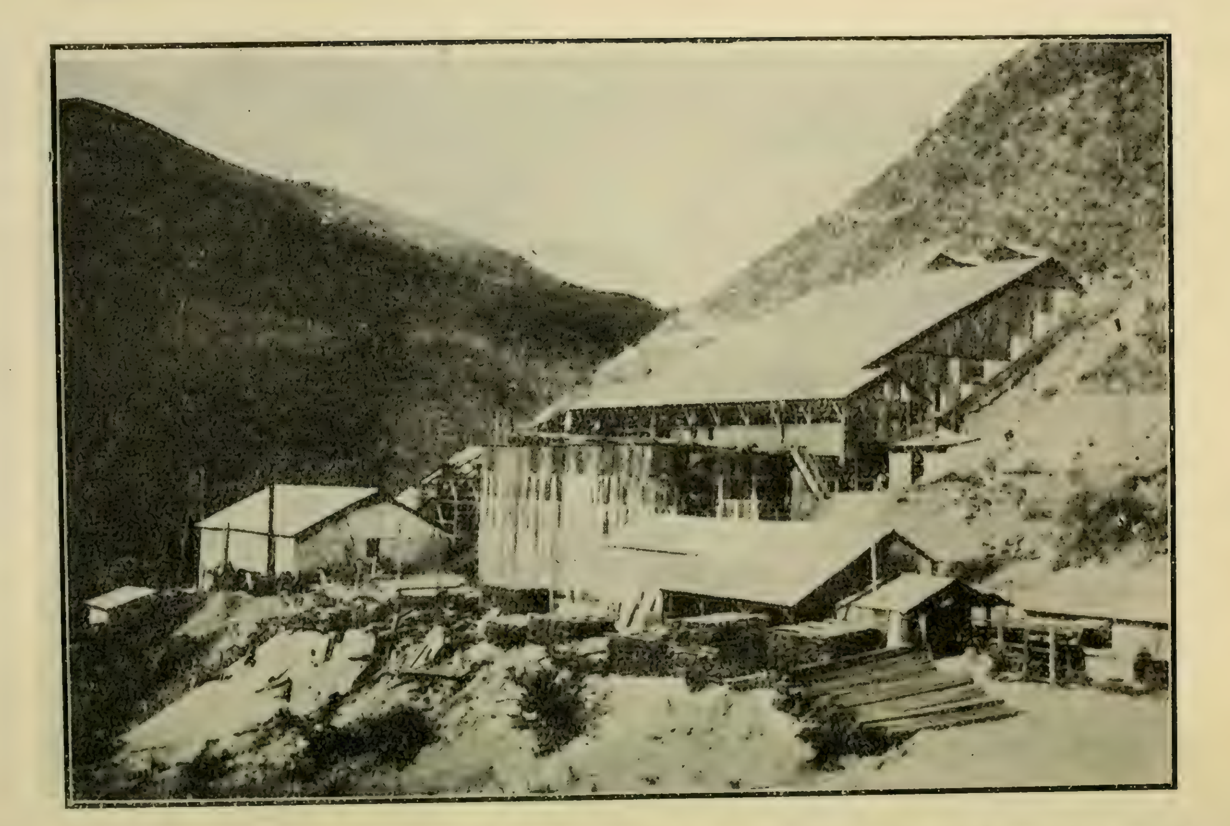
Barranca de "La Espada," afluente del río Santiago. Vía-cable de La Espada



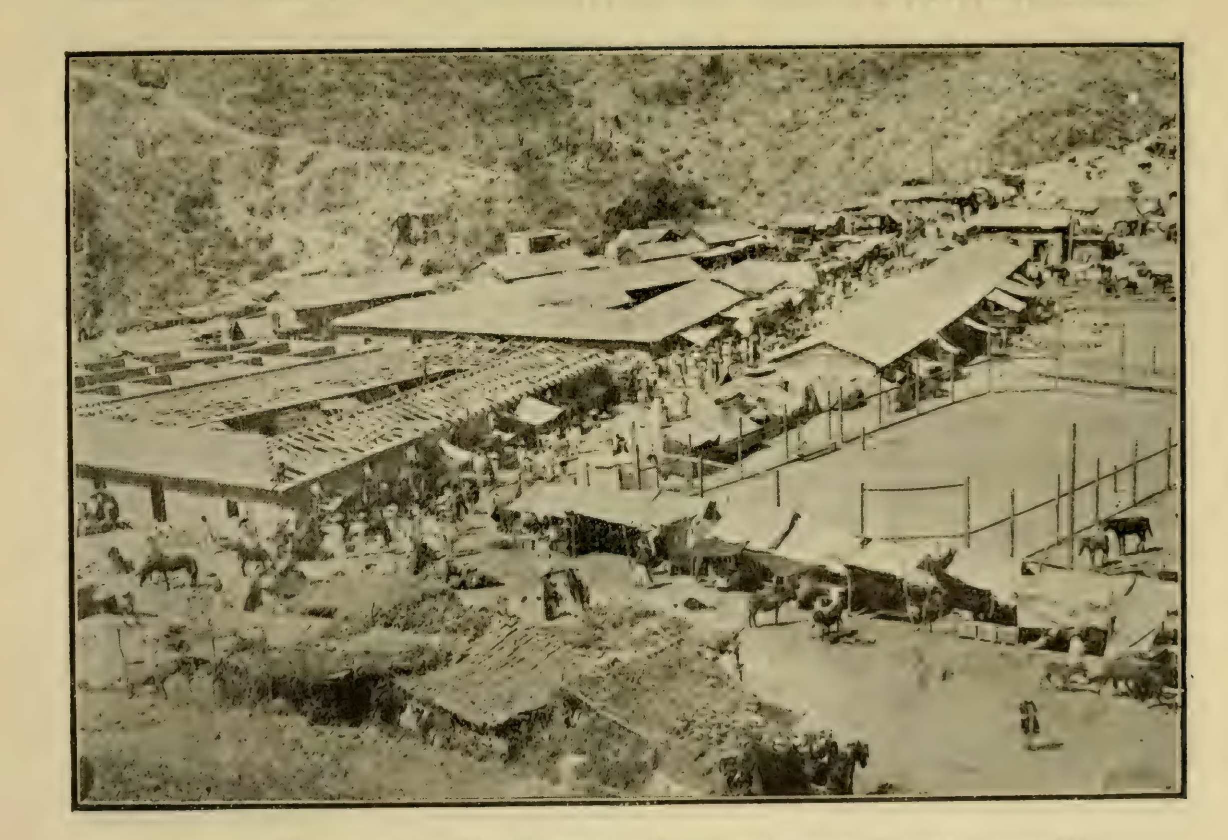
Valle del Río de Santiago en Marquetas, Jalisco



Vía-cable de La Espada Mines Co., en la margen izquierda del Santiago



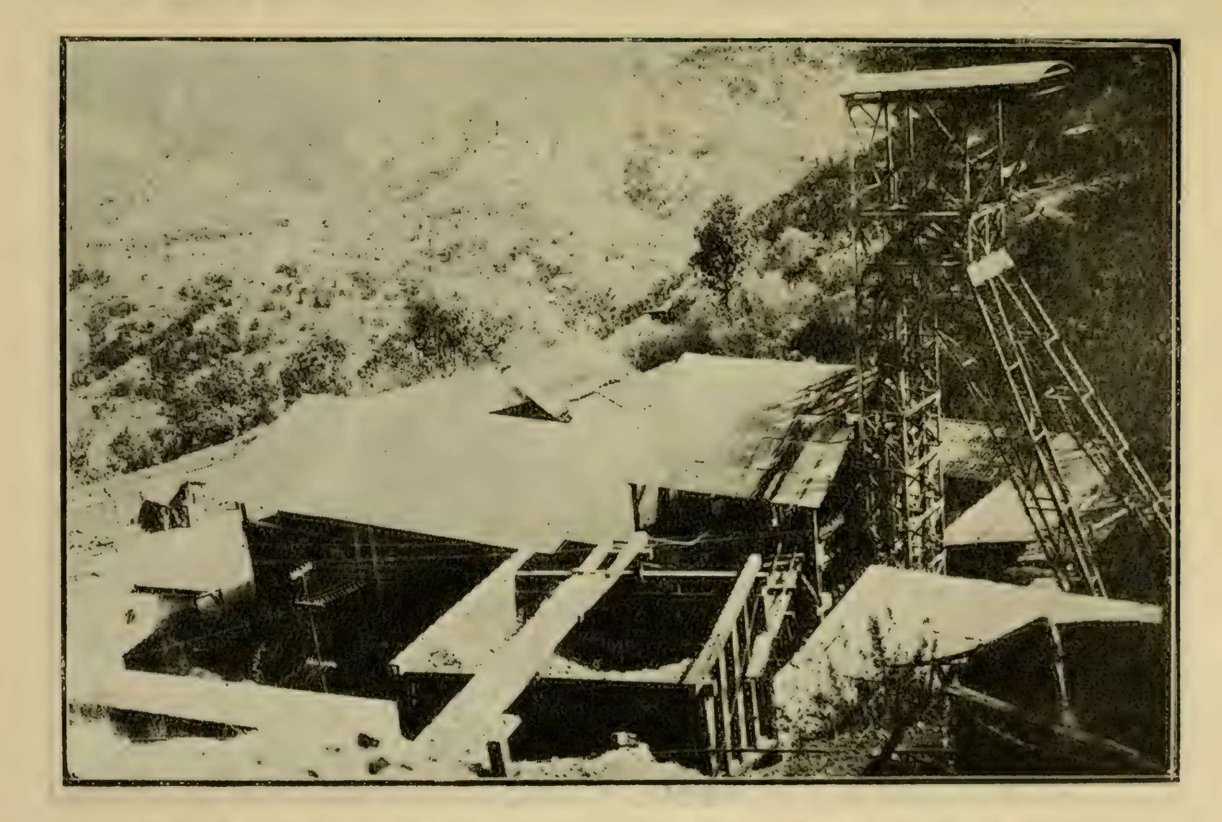
Planta de cianuración de "El Monte," El Favor Mining Co., Hostotipaquillo



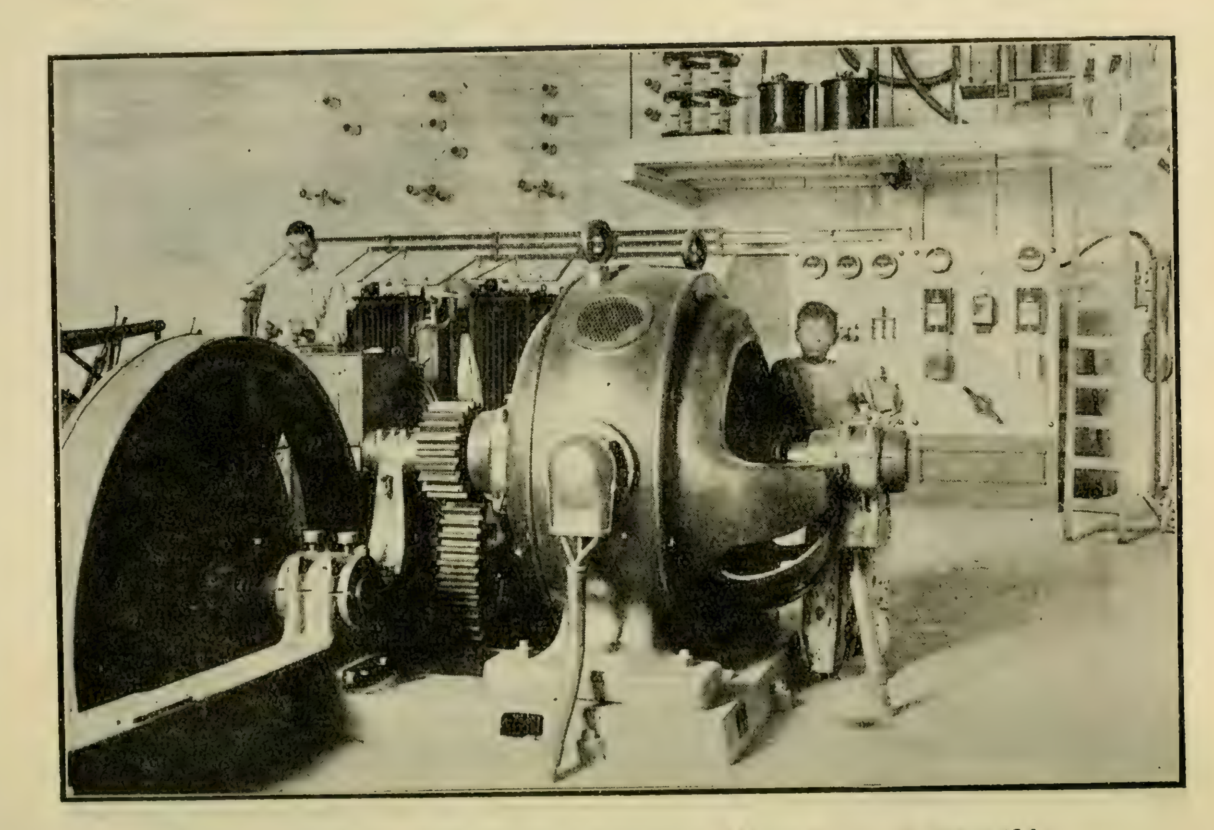
Campo Minero de "El Favor." Habitaciones, Hostotipaquillo



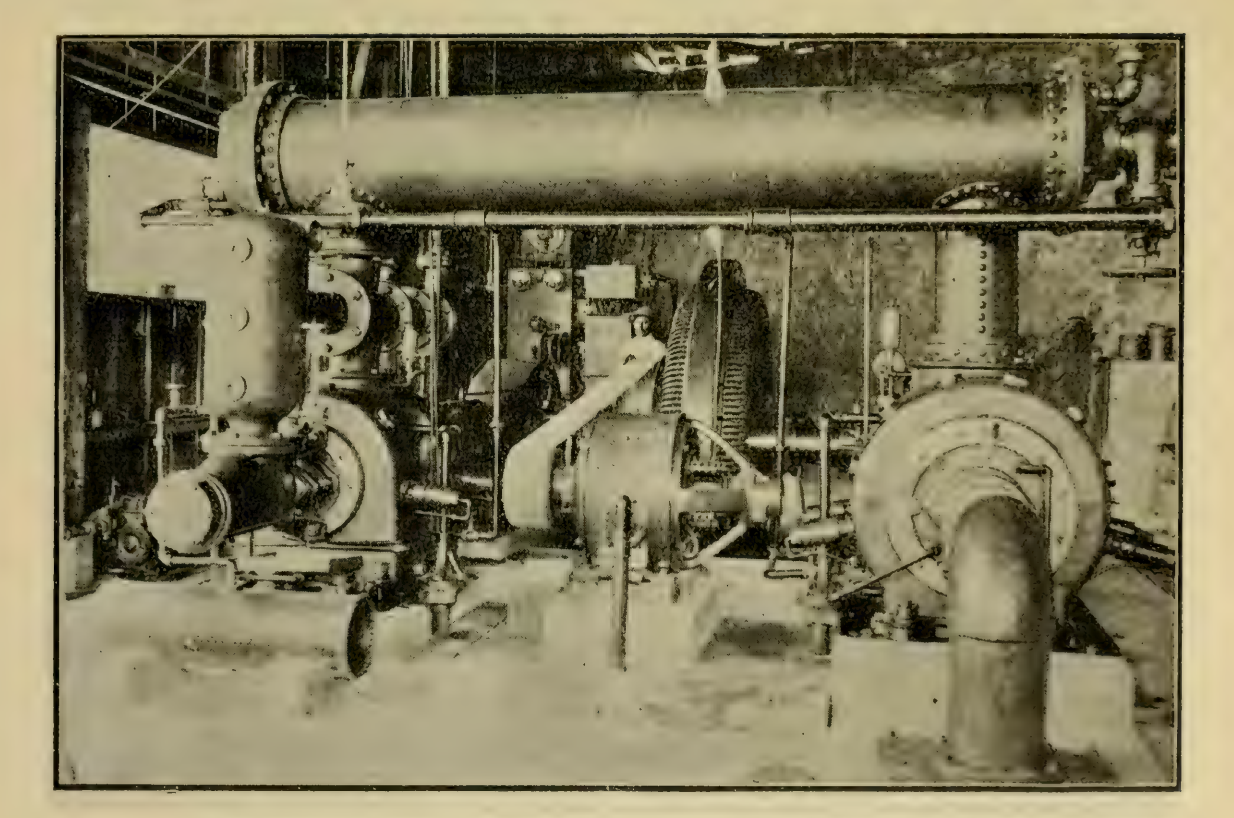
"Tiro 2." Tiro y taller de preparación mecánica de la Amparo Mining Co., Etzatlán



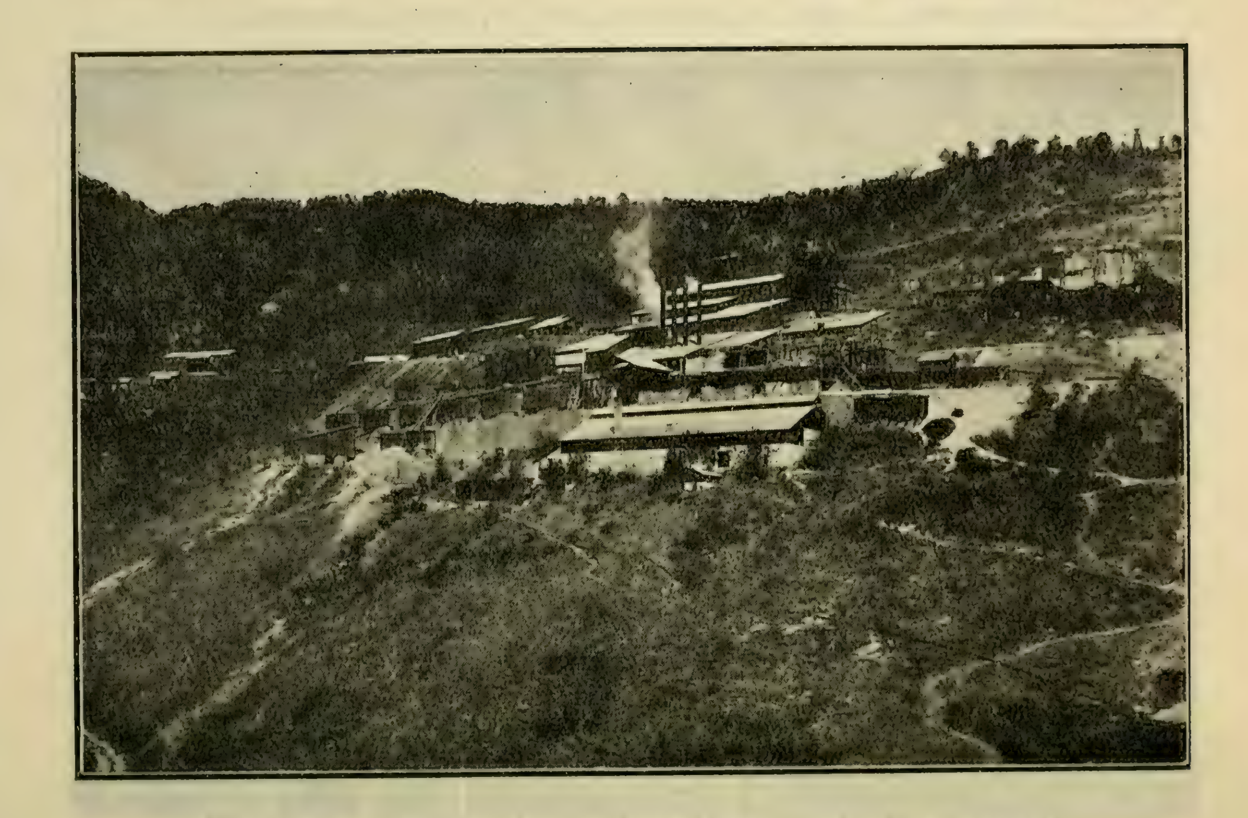
"Tiro 2." Tiro y taller de preparación mecánica de la Amparo Mining Co., Etzatlán



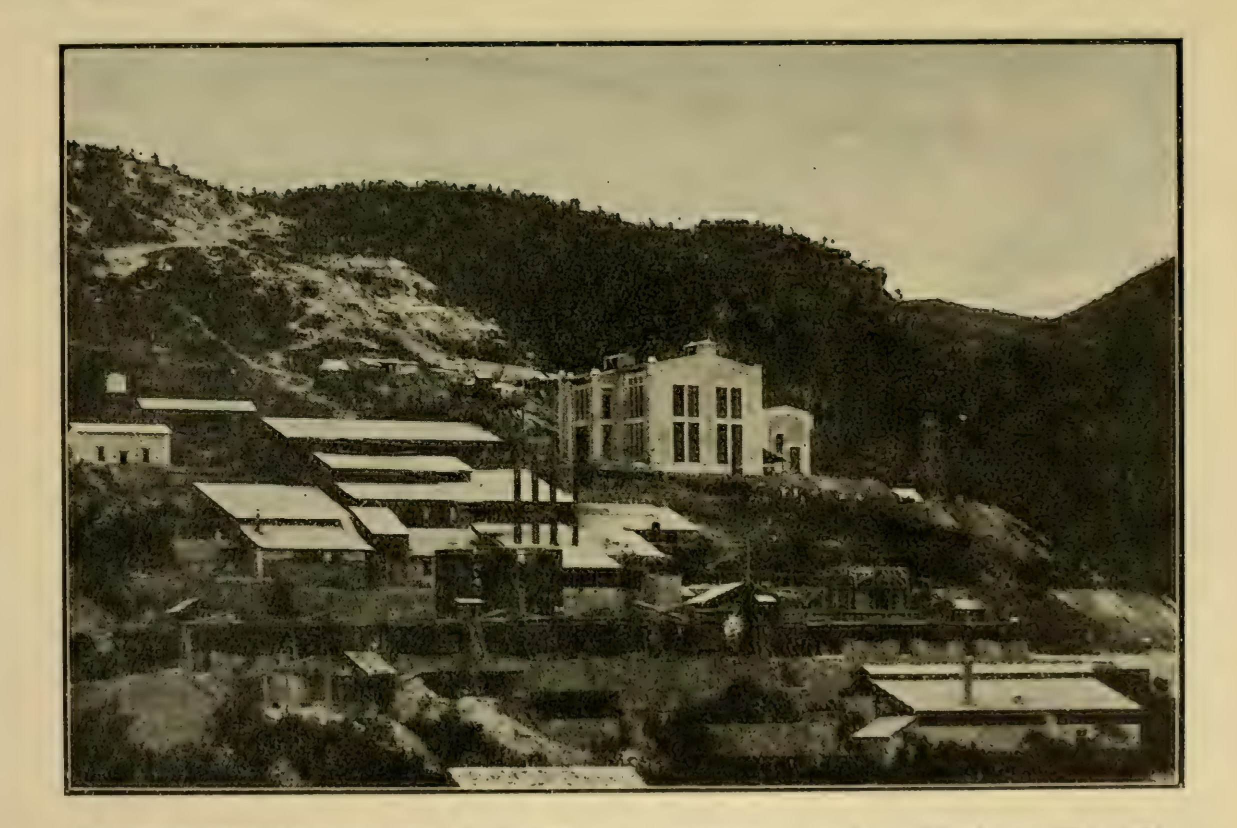
Salón del malacate de la "Amparo Mining Co.," Etzatlán



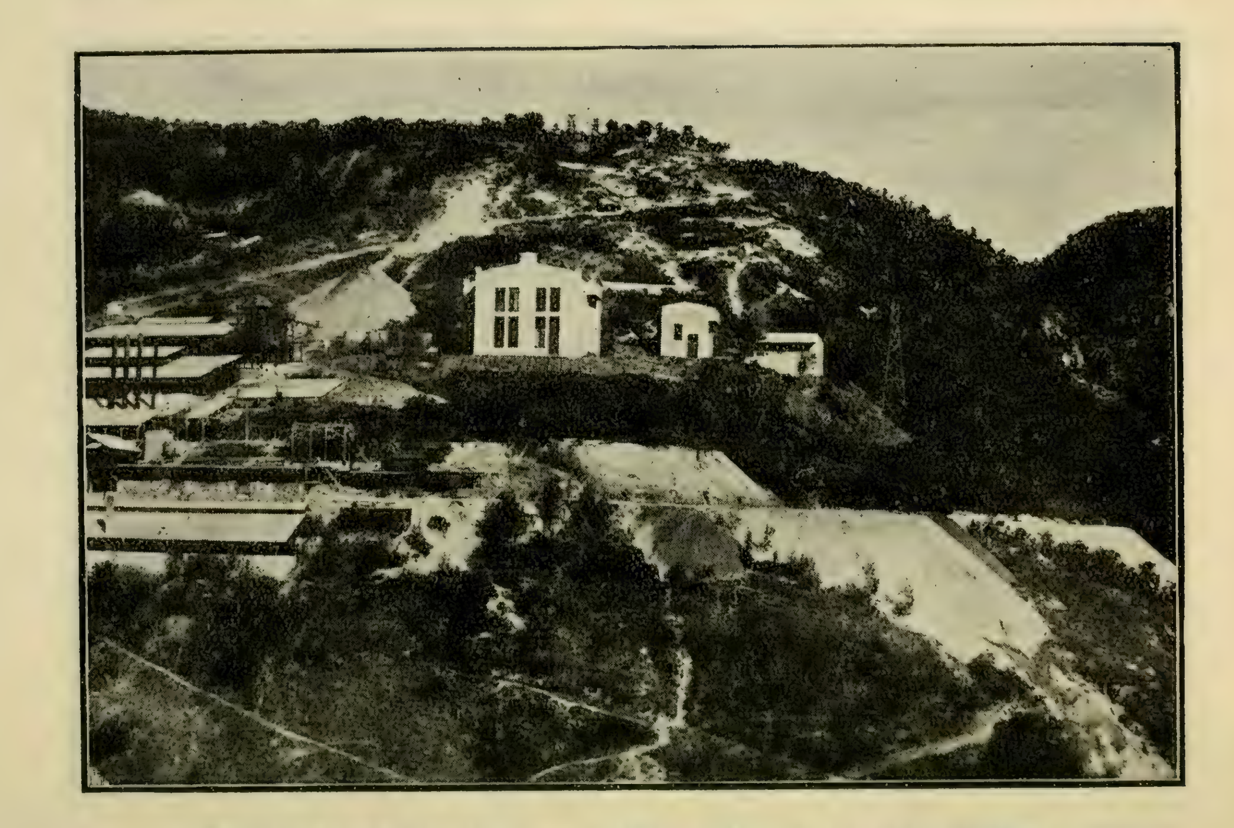
Compresor para los servicios de la mina "San Juan y Santo Domingo." Etzatlán



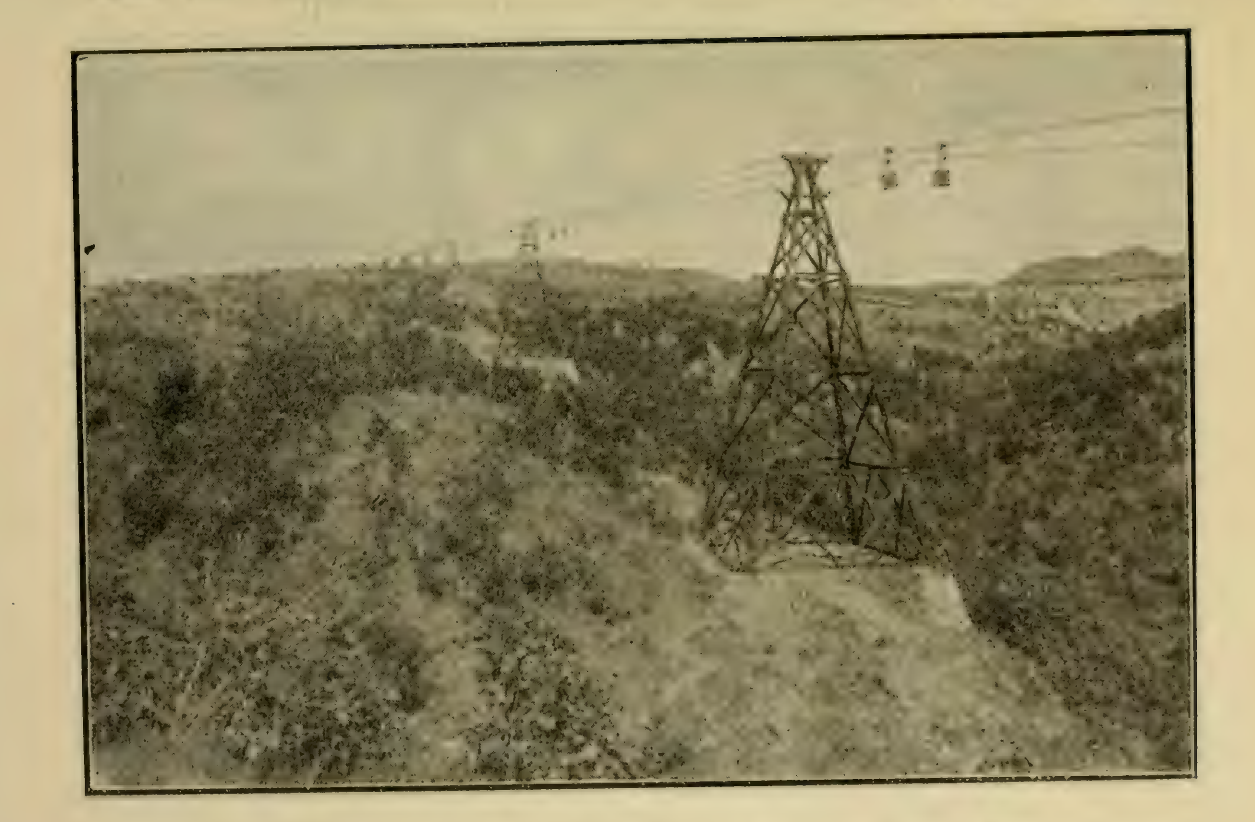
Planta de cianuración de Las Jiménez, de La Amparo Mining Co., Etzatlán



Casa de transformadores y Planta de cianuración. Las Jiménez, Etzatlán



Vía-cable de la Amparo Mining Co., Etzatlán. Tolvas



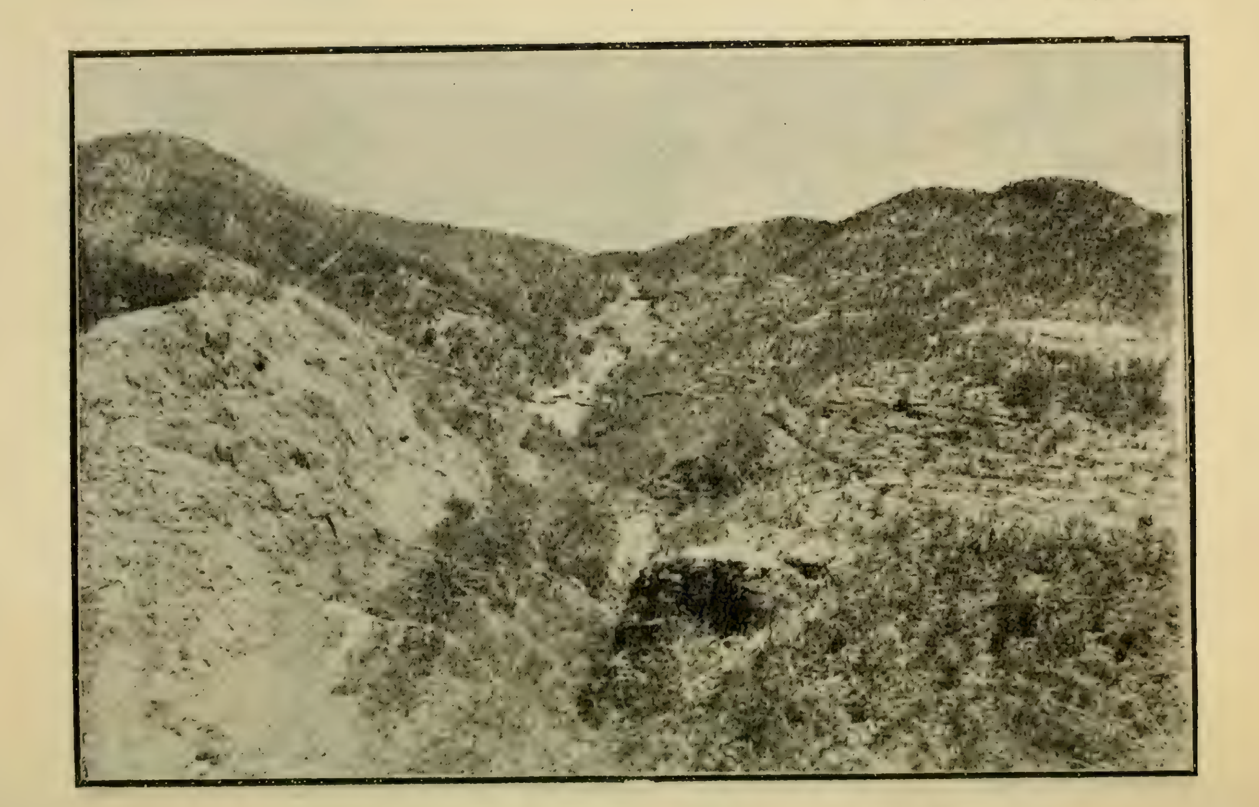
Vía-cable de la Amparo Mining Co., Etzatlán. Vía



Horca en el tiro de "La Mazata," Etzatlán



Una de las labores mineras en la mina "La Mazata"



Crestón de la veta y mina de "La Calabaza," Etzatlán

ceres de Pihuamo y San Gabriel, los criaderos auríferos de la Sierra de Cacoma, los Minerales de Ameca y Etzatlán y las vetas auríferas de Guachinango, están en esta faja que pasa al Territorio de Tepic. El Mineral de Etzatlán, en el cual está la mina de La Mazata, de que voy a ocuparme, está en el límite Oriental de esa zona y en el centro de la argentífera, razón por lo cual, las minas de esta importante región son auro-argentíferas."

La distribución geográfica de los criaderos de minerales tiene, sin duda alguna, una relación íntima con la de las rocas que los contienen o en las que ellos arman, y fijada la distribución en el terreno de esas mismas rocas y estudiada la génesis de los criaderos metalíferos formados en ellas, se tendrá, con la mayor precisión posible, la repartición geográfica y la clasificación racional de los diversos criaderos metalíferos de cada región; y tomando en consideración la agrupación de las diversas rocas, que se estableció en el capítulo anterior, puede considerarse que cada uno de los grupos de rocas citados contiene yacimientos metalíferos caracterizados como sigue:

Criaderos de segregación magmática, en masas y vetillas, de Chalcopirita, oro nativo y sulfuro de plata en............	los granitos de las Sierras de El Alo, La Tetilla de Ameca y El Cerro Grande de Ameca.
Vetas argentíferas de estructura concrecionada, con piritas y oro nativo como minerales acompañantes en........	los gabbros de la región de La Mazata (Etzatlán).
Criaderos de fierro, de cobalto, de plata y cupro-argentíferos en vetas y en forma de criaderos irregulares de contacto entre rocas eruptivas de diferentes edades........	en la andesita anfibólica de Tecalitlán y Pihuamo, en la misma roca de la Tetilla de Ameca y en la Sierra del Tigre.

Vetas cupríferas (Chalcopiritas amorfas con ley de oro). Vetas auro-argentíferas y vetas que contienen minerales de cobre, plomo, plata y oro............	en las andesitas de hiperstena de las Sierras de Tapalpa, de El Güegüentón y del Cerro Grande de Ameca.
Vetas argentíferas con ley de oro y óxido de manganeso como mineral acompañante....................................	en las brechas y tobas riolíticas de Hostotipaquillo, San Marcos y Etzatlán.

Todos estos criaderos metalíferos deben considerarse como primarios, parageneticos los primeramente citados y epigenéticos los otros. Como criaderos secundarios se encuentran en la porción Sur del Estado de Jalisco los placeres de oro que se han explotado en Pihuamo y San Gabriel.

Los criaderos de fierro de Ferrería de Tula, en el 4.° Cantón y de San Sebastián en el 9.° serán estudiados en detalle posteriormente, así como los criaderos de cuarzo aurífero de Ajijic en el Cantón de Chapala.

Para la exploración y explotación de los criaderos de minerales existentes en toda la región Central y Sureste de Jalisco se tienen expedidos por la Secretaría de Fomento, en la actualidad, 817 títulos que amparan una superficie de 9,287 hectáreas, 68 áreas y 80 metros cuadrados, distribuídos como sigue:

			H.	A.	C.a.
En varios Municipios del 1 Cantón.	5	fundos con sup. de	34	00	00
En Ajijic, 7º Cantón......................	24	,, ,, ,, ,,	139	31	00
En Tequila, 12º Cantón..................	12	,, ,, ,, ,,	81	00	00
En Hostotipaquillo, del 12º Cantón..	296	,, ,, ,, ,,	3481	20	38
En Etzatlán, 12º Cantón................	110	,, ,, ,, ,,	1228	00	00
En Ameca, San Martín, Juchitán, y Tecolotlán, del 5º Cantón...........	160	,, ,, ,, ,,	1757	98	36
En Guachinango, 10º Cantón..........	49	,, ,, ,, ,,	757	30	42
En Tapalpa, Chiquilistlán y Atemajac, del 4º Cantón........................	106	,, ,, ,, ,,	819	65	64
En varios Municipios del 10º Cantón.	55	,, ,, ,, ,,	1052	23	00
Sumas.....................	817		9287	68	80

De los fundos mineros antes citados, sólo se trabajaban en la época de la visita de inspección que da origen a esta reseña, de marzo a agosto de 1913, las minas siguientes:

En Hostotipaquillo: "Cinco Minas," "Saturno," "El Favor," "Támara," "Mololoa," "Casados" y "La Espada y Anexas."

En Etzatlán: "La Mazata" y "San Juan y Santo Domingo" de la Amparo Mining Company.

En Ameca: "La Cantería," "El Cerrito," "El Magistral" y en pequeña escala "Almoloya."

Es por tanto notable la relación que existe entre el terreno amparado por títulos de propiedad minera y los fundos mineros que se encuentran en desarrollo o en explotación; y son tantas y tan variadas las causas que motivan la gran diferencia notada entre fundos titulados y fundos en trabajo, que se ha estimado oportuno hacer algunas observaciones sobre este asunto, las cuales encontrarán su lugar apropiado en el capítulo siguiente de esta Reseña, en el que se tratará de manera especial las causas del estancamiento minero, así como de los medios que se estiman más apropiados para el desarrollo minero del Estado.

Durante la excursión de la inspección minera se visitaron once minas en trabajo, y en las visitas efectuadas se tomaron los datos relativos a su desarrollo y a las condiciones del trabajo, como constan en los siguientes párrafos.

"Cinco Minas."—La Cinco Minas Mining Company, que es del dominio de la firma Marcus Daly, de los Estados Unidos del Norte, posee en la región de Hostotipaquillo, hacia el Oriente del pueblo del mismo nombre y en terrenos de la hacienda de Guajacatán, 273 hectáreas, 87 áreas y 96 centiáreas de propiedad minera debidamente titulada y según la especificación siguiente:

Fundos mineros	Superficie H.	A.	C.a.
Cinco Minas	40	00	00
1ª Ampliación de Cinco Minas	4	00	00
Vallarta	2	39	00
Ampliación NE	19	09	62
3ª Ampliación de Cinco Minas	2	00	00
4ª ,, ,, ,, ,,	13	96	60
5ª ,, ,, ,, ,,	27	16	68
6ª ,, ,, ,, ,,	66	96	44
7ª ,, ,, ,, ,,	30	00	00
8ª ,, ,, ,, ,,	6	42	74
9ª ,, ,, ,, ,,	45	36	88
10ª ,, ,, ,, ,,	10	00	00
El Zapote	4	50	00
Buena Esperanza	2	00	00
Suma	273	87	96

Para la localización de estos fundos consúltese el plano respectivo.

Los principales trabajos mineros se encuentran localizados dentro de los fundos "Cinco Minas" y "Vallarta," como puede verse en el plano adjunto, y sobre la veta de Cinco Minas que tiene un rumbo medio aproximado de NW. 45° SE., con una inclinación de 65° SW. y de una potencia o espesor de 15 metros; en algunos lugares la mineralización se extiende a la roca de los respaldos, llegando a formarse porciones hasta de 30 metros de zona mineralizada. Esta veta se encuentra fallada en tres puntos de su curso, dentro de los labrados mineros abiertos hasta la fecha, fallas no estudiadas debidamente y cuyos elementos principales son: NW. 38° SE. con inclinación de 70° a 73° NE.; NW. 27° SE. con buzamiento al NE. y NW. 40° SE. también con buzamiento NE. El espesor medio de la parte mineralizada aprovechada en las antiguas bonanzas de esta mina, puede estimarse en 10

metros, colocada en la parte central de la veta, la cual tiene una estructura concrecionada y puede definirse como una veta de contacto auro-argentífera, con una dacita al bajo, y al alto se encuentran las andesitas como rocas más profundas y sobre ellas las riolitas, brechas y tobas riolíticas, basaltos y brechas de obsidiana y pómez que cubren el terreno. La veta no atraviesa los basaltos ni las brechas pomosas.

Las especies minerales dominantes en este criadero son: la plata nativa, la argentita, la miargirita, la pirita aurífera y oro nativo y en pequeña proporción la blenda, la galena y la chalcopirita. Al examinarse las concreciones mineralizadas de esta veta, se nota que cuando hay "caballos" de roca del bajo, predominan los minerales plomosos, cuprosos y blendosos; y cuando los fragmentos de roca o "caballos" son de la roca del alto, entonces son los minerales platosos los que forman casi exclusivamente la mineralización. La matriz de la veta de "Cinco Minas" es el cuarzo amorfo. Los minerales oxidados se encuentran desde el crestón o afloramiento hasta el 3.er piso de la mina, es decir, hasta 60 metros abajo del socavón principal o sea a 260 metros abajo de la superficie.

Los labrados mineros de la parte alta de Cinco Minas son muy antiguos y las noticias o informes de la Diputación de Minería en Hostotipaquillo del mes de agosto de 1824 ya hablan de esta mina, que entonces pertenecía al Coronel Schiaffino. Posteriormente a la fecha indicada se han producido en esta mina algunas bonanzas de las cuales fué la principal la aprovechada por el Sr. Luis Martínez, de Guadalajara.

En la actualidad cuenta la mina con un socavón de 2 metros 50 cm. por 2 m. de sección, que es la principal vía de explotación, como puede verse en el plano de los labrados mineros, y que comunica con la parte inferior de los labra-

dos antiguos denominados de San Juan y San Nicolás; y para poner en comunicación el mismo socavón con los nuevos labrados de la parte más profunda de la mina, se han abierto un tiro inclinado que llega hasta el 3.er nivel y un tiro vertical que alcanza los labrados más profundos. Cada 100 pies (33 metros) de profundidad se ha establecido un piso, y de éstos parten cruceros de exploración, tanto al alto como al bajo de la veta, para definir la anchura de ella y para localizar las porciones costeables o de ley aprovechable. En los labrados antiguos se encuentran algunos pilares de mineral de alta ley de plata y oro, que serán extraídos al terminarse la instalación de la planta de concentración y cianuración de la misma Compañía; y entonces se dará también principio a la explotación de la veta, en los blocks de mineral preparados ya y situados abajo del nivel del socavón. Los niveles 2.° y 3.° están abiertos sobre minerales muy pobres, y no se puede definir con precisión la forma de los clavos ricos o partes bonancibles dentro del cuerpo de la veta.

Las "Cinco Minas" Mining Company estuvo dedicando todos sus esfuerzos, hasta la época en que se hizo la visita de inspección, en preparar la mina para una explotación en grande escala, y poder así tener los minerales necesarios para su planta de cianuración de 300 toneladas diarias de capacidad.

Para las necesidades de la futura explotación de la mina, se tenía en proyecto la instalación de un nuevo malacate eléctrico de 120 caballos de fuerza, para el servicio del tiro vertical, el que se ampliará para tener tres departamentos, más una sección para escaleras; también se pondrán en servicio locomotoras eléctricas en el socavón, que servirán para el transporte de los minerales hasta las tolvas de la planta de cianuración; se instalarán bombas para el desagüe de la parte profunda de la mina y para su-

ministrar el agua necesaria para la concentración y el beneficio de los minerales, además de la de 800 litros por minuto que ya existe en el plan del tiro vertical. En el interior de la mina y al nivel del socavón principal se encuentran instalados dos malacates eléctricos; el que está instalado a la entrada del tiro vertical es de 50 caballos de fuerza, el del tiro inclinado de 20.

Para la perforación mecánica se usan perforadoras que utilizan el aire comprimido de una buena planta de compresores instalada a la entrada del socavón principal, movidos con fuerza eléctrica.

Tanto para los servicios de exploración y explotación de la mina como para los de la planta metalúrgica, la Compañía de Cinco Minas cuenta con la fuerza hidroeléctrica que le suministra la Compañía Hidroeléctrica e Irrigadora del Chapala, S. A., a un precio aproximado de $ 100 caballo de fuerza al año.

A mediados del año de 1913, se empleaban 250 hombres en los diversos trabajos de la mina y 310 en la instalación de la planta de beneficio de minerales; cuyos salarios eran: de 70 centavos, salario mínimo, para los peones; $ 1 para los carreros, $ 1.50 para los barreteros, $ 3 para los perforistas, $ 1.75 para los ayudantes de perforistas, $ 2 a $ 3 para los malacateros, $ 2 para los carpinteros y $ 8 para los mecánicos, y se empleaban aproximadamente $ 5,000 mensuales en sueldos de los empleados en las diversas instalaciones.

Por los datos anteriores se puede apreciar que la Cinco Minas Mining Co. ha trabajado con actividad en la preparación de su mina principal, así como en la resolución del problema metalúrgico, para el aprovechamiento de sus minerales; y tan es así, que en la actualidad, según las últimas informaciones, ya está en trabajos de explotación activos, y parece haber tenido éxito en el tratamiento de

sus minerales por cianuración con previa concentración. El capital social de esta Compañía es de 500,000 dólares, y el valor de sus inventarios de $ 100,000 mexicanos, antes de la instalación de la planta de cianuración y concentración que costó a la misma Compañía 300,000 dólares.

"El Favor," "Tamara" y "Mololoa."—En la porción NW. de la región minera de Hostotipaquillo existe un grupo de minas bastante interesante, que ha producido en épocas anteriores bonanzas notables; y de estas minas se trabajan en la actualidad, por compañías americanas, las de El Favor, Támara, Mololoa, Albarradón, Casados y La Espada, situadas estas últimas al Norte del grupo, en la margen izquierda del río de Santiago frente a la confluencia del río de Jora. En el plano que abarca toda la región minera de Hostotipaquillo, se encuentran anotadas todas las minas que en diversas épocas han tenido trabajos más o menos interesantes, y por el examen de ese plano se puede juzgar la gran importancia que presenta esa región, debido a su gran número de minas, entre las que se cuentan algunas de verdadero interés, como lo son las especificadas antes.

Las compañías mineras El Favor Mining Co. y Mololoa Mining Co. son sociedades americanas del dominio de los Sres. Mc. Keever Brothers, y estaban administradas por una sola gerencia a cargo del Sr. Walter Neal en la época en que se efectuó la visita de inspección minera. Los fundos mineros con los que se constituyeron estas compañías son colindantes y abarcan una superficie de 182 hectáreas, 24 áreas y 40 centiáreas para la primera, y de 155 hectáreas, 49 áreas y 64 centiáreas para la segunda, según las listas siguientes:

FUNDOS MINEROS DE EL FAVOR MINING CO.

	H.	A.	C.a.
El Favor	3	00	00
El Nuevo Favor	3	00	00
Ampliación de El Favor	4	00	00
Candelaria	1	00	00
La Regeneración	14	60	00
La Nevada	7	00	00
El Fénix	22	00	00
La Constancia	18	00	00
La Internacional	16	00	00
Los Rincones	9	00	00
Regeneración Anexas	21	60	58
El Gran Favor	36	03	82
La Luz	1	00	00
Internacional Anexas	26	00	00
Suma	182	24	40

FUNDOS MINEROS DE MOLOLOA MINING CO.

	H.	A.	C.a.
Escocia Anexas	33	59	40
Támara	2	00	00
Mololoa	2	00	00
Albarradón	7	00	00
Albarradón Anexas	3	58	00
Esperanza	4	34	00
San Miguel	4	36	04
Esperanza Ampliación	2	00	00
Escocia	17	95	10
Támara Anexas	8	95	85
Treviño	7	56	60
Ampliación de Cristóbal de Oñate	5	39	00
Guarda Raya	6	51	80
Las Angustias	0	94	68
Ampliación de Támara	2	52	41
Ampliación de Mololoa	3	67	51
Higuera	3	00	00
Soledad Anexas	15	09	25
La Aurelia	10	00	00
Aurelia Anexas	15	C0	00
Suma	155	49	64

Los trabajos mineros más interesantes de estas compañías se encuentran en la mina de El Favor, por la cual se explotan dos vetas paralelas distantes una de otra 6 metros más o menos, denominadas Veta del Favor y Veta del Alto, que tienen un rumbo medio de Este a Oeste, con inclinación de 75° al Norte; la primera es de una potencia de 1 a 6 metros y la otra de 1 a 2 metros de anchura; arman en una brecha riolítica, que es la roca dominante en la región; los minerales que contienen son sulfuros de plata, plata nativa y óxidos de manganeso, en pequeña proporción oro nativo y pirita, en una matriz de cuarzo amorfo. Estas vetas llegan a tener hasta un 12% de manganeso en metales comunes y en algunos lugares de la mina se llegan a obtener leyes hasta de un 20% de manganeso.

La veta de El Favor no es muy compacta y tiene una estructura brechoide, con fragmentos de veta cementados por cuarzo amorfo de un llenamiento menos antiguo, notándose en la parte central de ella una zona rica de ley de plata notablemente más alta que las partes de la misma veta cercanas a los respaldos; de esa zona rica se extraen los metales de exportación que son de una ley media de 3 kilogramos de plata por tonelada métrica; el resto de la veta es de una ley media de 750 a 800 gramos de plata también por tonelada y de allí se obtiene el mineral que se beneficia en la planta de concentración y cianuración propia de la misma Compañía. La posición de la parte rica en el centro de la veta ha originado que se hayan explotado en ésta grandes tramos de la mina, exclusivamente en esa parte bonancible, como puede verse en las ilustraciones anexas. Siendo de notarse que toda la porción explotada de la veta está en minerales oxidados, y que esto unido a la potencia y demás caracteres de ella hacen suponer que a la profundidad son de gran importancia para el porvenir los recursos de este criadero metalífero, pues en la mina vecina de

Casados se ve que la mineralización de los criaderos de esta región llega a mucha profundidad y es bonancible en algunas porciones de la zona de los sulfuros.

En la explotación de esta mina se usa como vía general de extracción el socavón a corte de veta que parte de una barranca afluente del Arroyo de Michel, y que está situado a un nivel inferior de todos los labrados mineros practicados hasta la fecha de la visita de inspección. El socavón comunica con el séptimo nivel de la mina, cerca del lugar en que se encuentra la descarga de la tolva general que recibe los minerales de las labores superiores y que está en comunicación directa con los niveles 6.°, 5.° y 4.°; el cuarto nivel comunica al exterior por medio de un socavón sobre la veta situado en la misma barranca afluente del Arroyo de Michel, y que se utiliza para la entrada y salida del "pueble" de la mina y para los demás servicios de explotación. Hacia la parte superior se tienen abiertos los niveles 3.° y 2.°, y los labrados irregulares antiguos de la parte más alta de esta explotación pueden considerarse como el 1.er nivel y son llamados trabajos antiguos, como puede verse en el plano y en la sección longitudinal de esta mina que se acompañan a esta Reseña.

La explotación de los blocks o tramos de veta comprendidos entre cada dos pisos o niveles de la mina se efectúa extrayendo principalmente la porción central de la veta que, como queda dicho, es la parte más rica, sin dejar pilares y trabajándose del nivel superior hacia el inferior en forma de bancos; todos estos puntos de explotación se ponen en comunicación directa con la tolva general por medio de una serie de chorreaderos y tolvas de descarga, distribuídas como puede verse en la sección longitudinal de los labrados mineros antes referida.

La producción anual de esta mina, según los datos suministrados por el Gobierno del Estado, es de 7,083 tone-

ladas de mineral, con un valor de $266,844; o sea aproximadamente de $730 diarios. No se puede deducir del tonelaje indicado la producción diaria en toneladas, porque parece que está incluído en él el peso de los "concentrados" que se producen en la planta de concentración de la misma Compañía; pero sí puede tenerse idea de la importancia de esta negociación minera con los datos mencionados.

Estimo que la veta de El Favor es susceptible de un rendimiento mayor que el indicado en el párrafo anterior, y lo que ha limitado la producción es la gran cantidad de óxido de manganeso que acompaña a los minerales, que hace difícil el tratamiento de ellos en la planta de beneficio; en cuanto al mineral de exportación, su rendimiento está limitado por las mismas condiciones del criadero, que no siempre lo contiene en grandes cantidades.

Los minerales de exportación tienen una ley media de 3 kilogramos de plata por tonelada y son remitidos a la Fundición de Aguascalientes con las deducciones y gastos siguientes: Flete, hasta Tequezquite (Estación del Ferrocarril Sur-Pacífico), $10.50; flete por ferrocarril de Tequezquite a Aguascalientes, $12.17, y pago a la Fundición por maquila, $15.20; que hacen un total de $37.87 por tonelada.

Los minerales de baja ley son tratados por concentración y cianuración en la Planta de El Monte, que es propiedad de El Favor Mining Co., en la cual se benefician también los minerales procedentes de las minas pertenecientes a la Mololoa Mining Co. Los minerales procedentes de la mina de El Favor entran al beneficio con una ley media de 800 gramos de plata por tonelada, con muy baja ley de oro; en este beneficio se aprovecha un 10% del "contenido" en la concentración, y el 40%, cuando más, en la cianuración, debido a la presencia de fuertes cantidades de óxido

de manganeso; lo que ha originado que se emprendan estudios especiales para modificar el beneficio, de manera que resulte menos ruinoso. En el diseño de la planta de cianuración que acompaña a esta información, puede verse el principio general del tratamiento aplicado hasta ahora a esos minerales.

El Sr. Agustín C. Brady publicó a fines de 1914 un informe de la minería en Jalisco, y tratando de las minas de El Favor y Mololoa dice: que El Favor Mining Co. distribuyó entre sus accionistas un dividendo de $ 140,000 durante el año de 1913; y que para el año fiscal que terminó en junio de 1914 obtuvo una utilidad de $ 359,100 como producto de 3,892 toneladas vendidas a las Fundiciones y de 9,213 toneladas de mineral beneficiadas por la misma Compañía. Dice también, que como resultado de las experimentaciones se ha resuelto ya el tratamiento apropiado para los minerales manganesíferos de la mina de El Favor, y que se ha llegado a obtener un rendimiento no menor del 75% de la plata contenida en ellos; y que se llevará a la práctica dicho tratamiento. Además, que el mineral de las "reservas" de la mina tiene una ley media de 700 gramos de plata por tonelada, y éstas son suficientes para sostener el trabajo de la planta de beneficio por seis años tratando 100 toneladas diarias (219,000 toneladas).

Mololoa Mining Co.—Como se expresó antes, los fundos mineros que pertenecen a esta compañía abarcan una superficie de 155 hectáreas, 49 áreas y 64 centiáreas, y en ese grupo se trabajan las minas de Mololoa, Albarradón y Soledad: en Mololoa y Albarradón se tienen sólo trabajos de exploración, en la primera para buscar a la profundidad la prolongación de la veta de Soledad, y en Albarradón para explorar la parte NW. de la región de Támara (véanse los planos correspondientes); en Soledad se explota una veta argentífera con rumbo medio de 50° NW., con echado

al NE. y que llega a tener hasta 4 metros de potencia angostándose en algunos lugáres a 80 cm.

En la región de Albarradón, Támara y Mololoa existe un sistema de vetas con rumbo de SE. a NW. de 40° a 50°, que no está precisado o definido por completo debido a los sistemas de fallas que lo acompañan y que se han encontrado en los trabajos mineros de Mololoa, Támara y Soledad. En la mina de Soledad se encuentran los labrados mineros entre dos fallas con echados contrarios, la del N. se inclina al SE. y la del S. hacia el NW.; lo que origina que los "niveles" o pisos de explotación vayan teniendo menor desarrollo a la profundidad. Ninguna de esas fallas se ha estudiado debidamente y ninguna se ha pasado para encontrar las prolongaciones de las vetas falladas; ese estudio es bien difícil, porque se ha observado que los planos de dichas fallas cambian, de un nivel a otro de la mina, de rumbo y de inclinación, lo cual hace que no se pueda fijar un programa que sea razonado y económico en las exploraciones mineras.

Entre las obras de exploración minera, se puede citar como de grande importancia la prolongación hacia el NW. del socavón de Mololoa, que servirá para definir al echado de la importante veta de Soledad, y que en lo futuro facilitará mucho la explotación de este importante grupo de minas; y servirá para el estudio de las fallas, si se anota con detalle todos los accidentes que se encuentren al perforarlo; además, podrá llegarse a explicar la causa de que los minerales de las vetas situadas al S. y SE. del Arroyo de Michel se encuentran con grandes cantidades de manganeso, en tanto que las situadas al N. y NW. no contienen este mineral.

No se ha establecido en los trabajos de Soledad un sistema de explotación racional, sino que se ha procurado sacar todo lo que se va encontrando al profundizar los

labrados; en éstos se emplea la perforación a mano y la extracción se hace por medio de un malacate eléctrico pequeño que trabaja en el Tiro de Soledad. Los minerales se envían después a la planta de beneficio de El Monte, que pertenece a El Favor Mining Co., la cual ha sido aumentada de capacidad en los últimos meses con 15 mazos, justamente para moler mayor cantidad de los minerales sin manganeso de la mina Soledad.

Según el informe del Sr. Agustín C. Brady, el desarrollo de la mina de Mololoa ha sido de resultados favorables, durante el año de 1914; en julio de ese año se encontró una veta rica, cuyos minerales ensayan hasta 57 kilogramos de plata por tonelada, con una alta ley de oro.

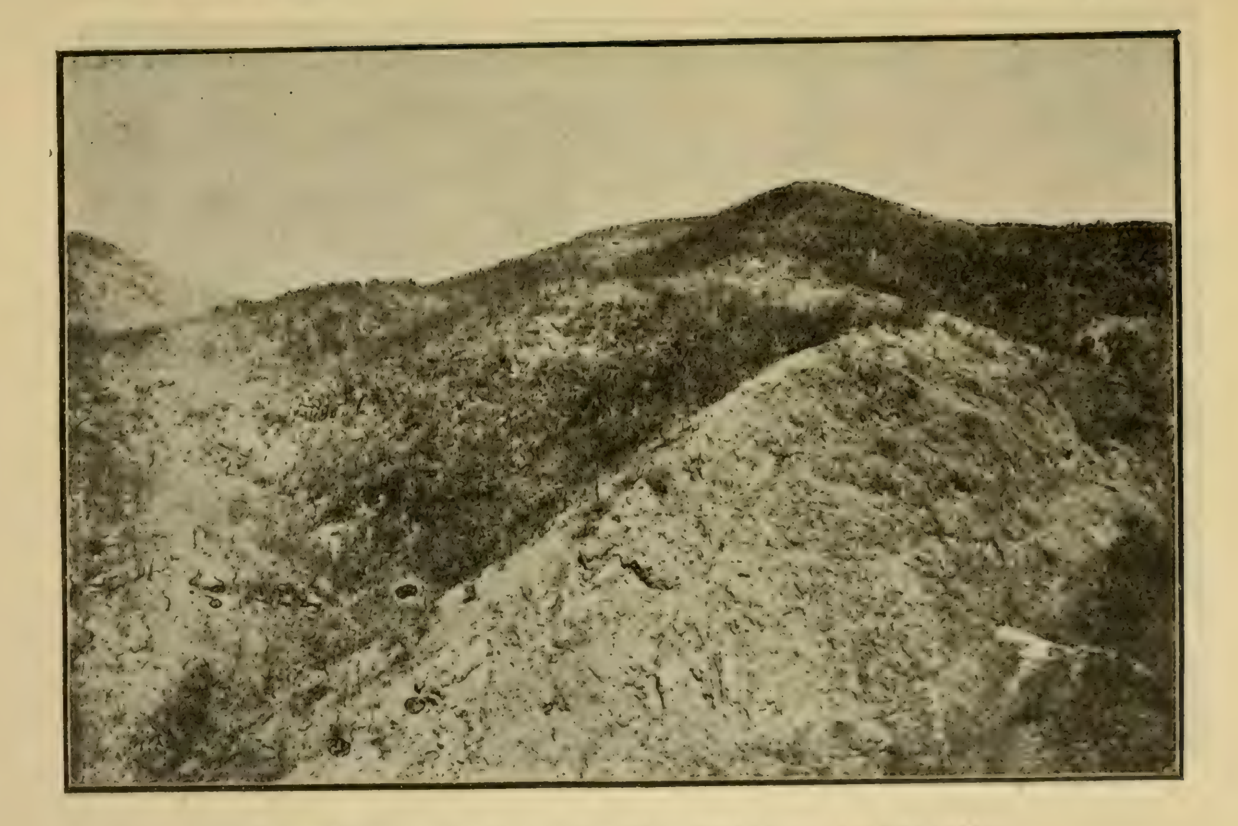
En el plano en el cual se representa el conjunto de los labrados mineros de las compañías El Favor y Mololoa, se puede apreciar la importancia de las minas pertenecientes a estas compañías, y la necesidad que se presenta de definir las relaciones que existen entre las diversas vetas explotadas, a fin de precisar el sistema de vetas, así como las fallas que hasta la fecha han hecho costosas las obras de exploración.

Los Casados Mining Co.—En la misma región NW. de Hostotipaquillo, vecina a las minas de El Favor y Mololoa, se encuentra la mina de Los Casados, perteneciente a la Consolidated Mining Co. o Los Casados Mining Co.; el primero de estos nombres lo emplea la compañía en los Estados Unidos del Norte y el otro es de uso general en sus negocios en nuestro país. Esta compañía ha emitido..... 3.500,000 acciones en los Estados Unidos de valor nominal de un dólar cada una, constituyéndose así su capital social de 3.500,000 dólares, de los cuales se habían exhibido hasta el principio del año de 1913, 1.600,000 dólares, según información del Sr. R. Ramsdel, Gerente de la propia compañía.

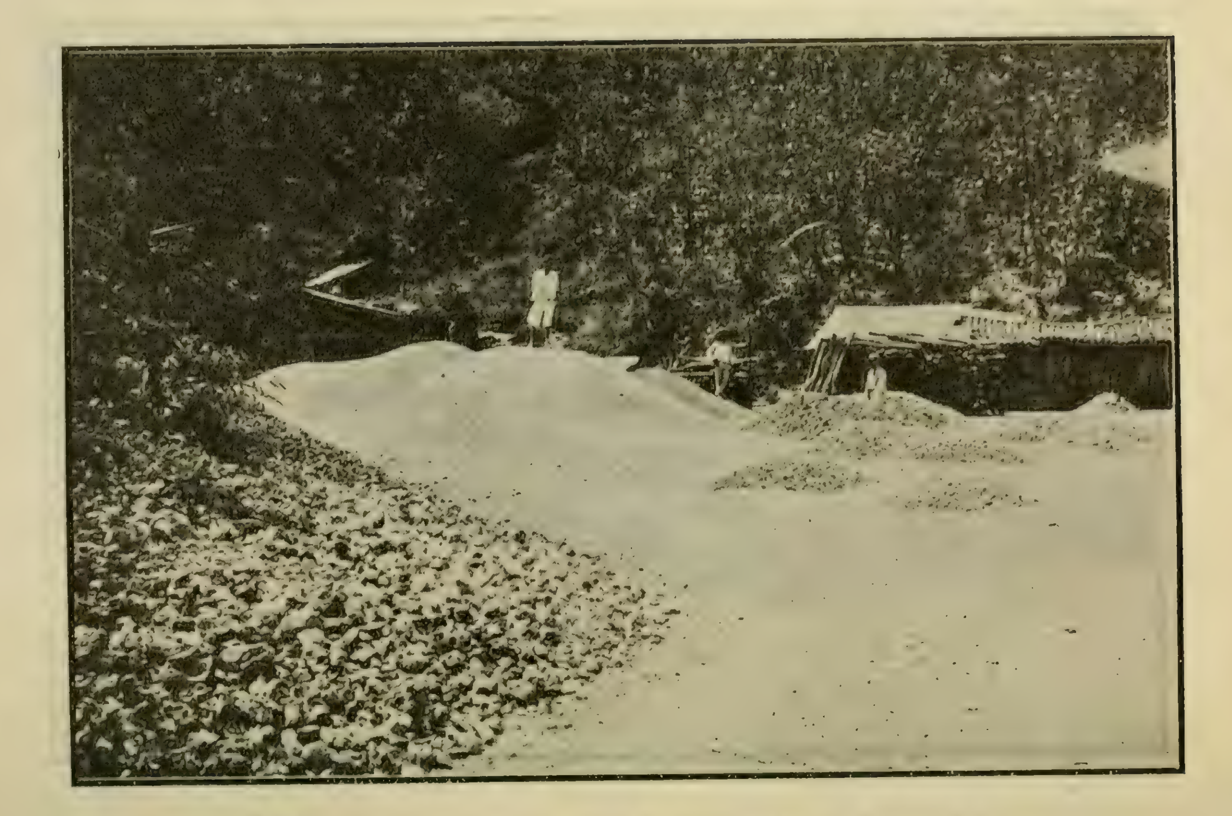
Los fundos mineros que forman la propiedad de Los Casados Mining Co. son:

	H.	A.	C.a.	
La Clavija	1	50	82	
El Refugio	32	00	00	(?)
La Realización	33	91	78	
Casados	4	00	00	
Casados Anexas	4	00	00	
Casados Anexas, núm. 1	15	00	00	
Ampliación de casados	1	00	00	
La Reserva	1	95	00	
Ampliación de la Reserva	1	00	00	
Guajolote	8	00	00	
Divorcio	6	00	00	
Divorcio Anexas	6	00	00	
Suma	114	37	60	

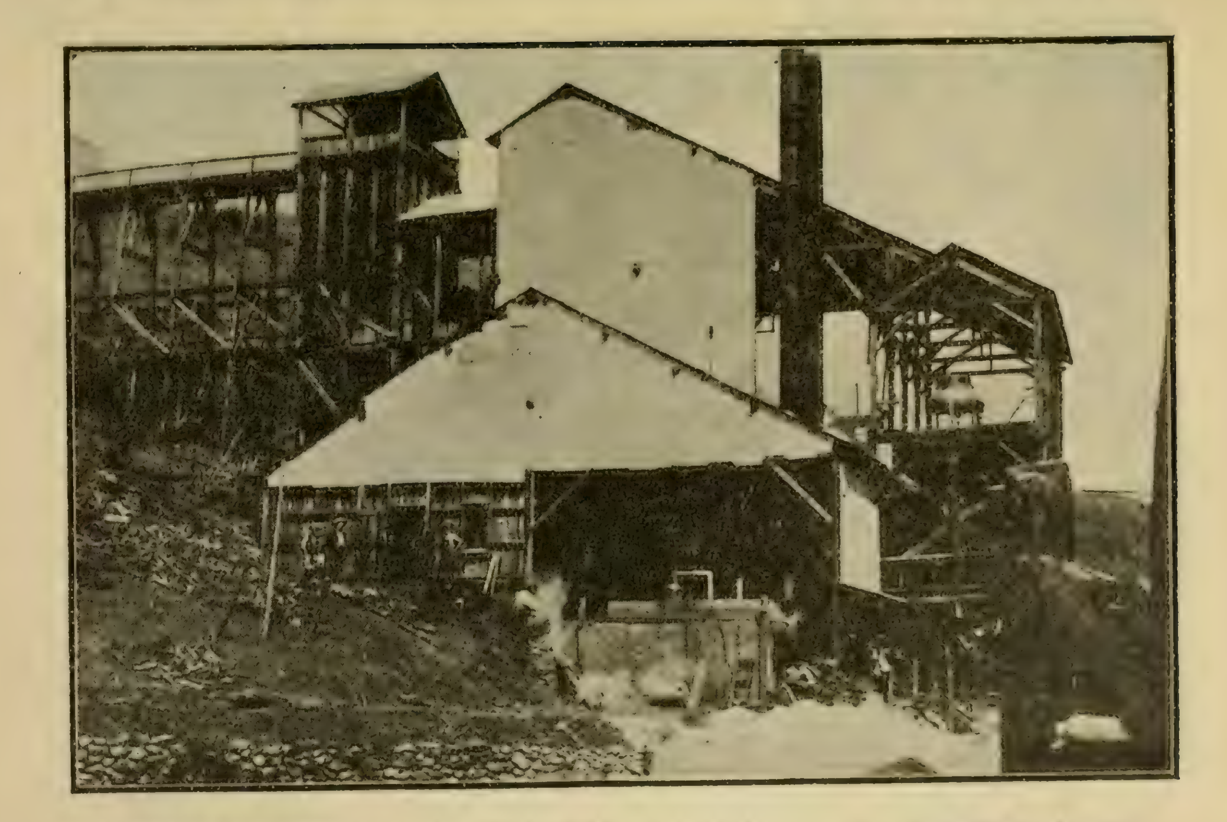
Los trabajos mineros de mayor importancia están localizados en la antigua mina de Los Casados, en la cual se han explotado dos vetas de las más interesantes de la región de Hostotipaquillo, que tienen un rumbo medio de NW. 78° SE., con inclinación de 45° a 50° al NE. arman en una brecha riolítica cerca de la superficie y en los labrados bajos de la mina, en una roca de grano muy fino, sin cristales, que parece ser una caliza silicificada o una roca alterada por el metamorfismo sufrido en las cercanías de las vetas, y por lo mismo no determinable específicamente. En el cuerpo de la veta y cerca de sus respaldos se encuentran fragmentos de una roca ígnea alterada, que parece haber sido una riolita. La veta del alto es la principal o más importante por su anchura, es de una potencia media de 4 metros, su matriz está constituída por cuarzo amorfo, silicato de manganeso y óxido de manganeso, como producto de alteración del silicato, y las menas son la



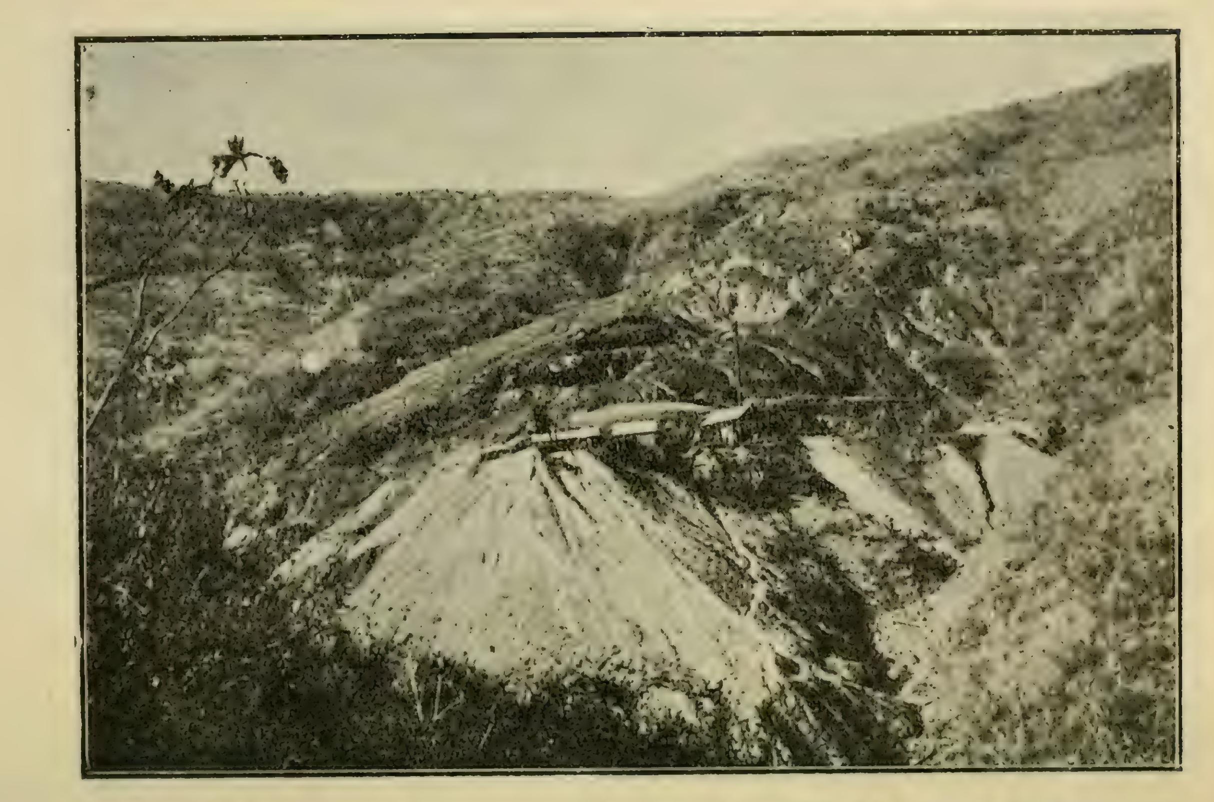
Crestón de la veta de "La Calabaza," Etzatlán



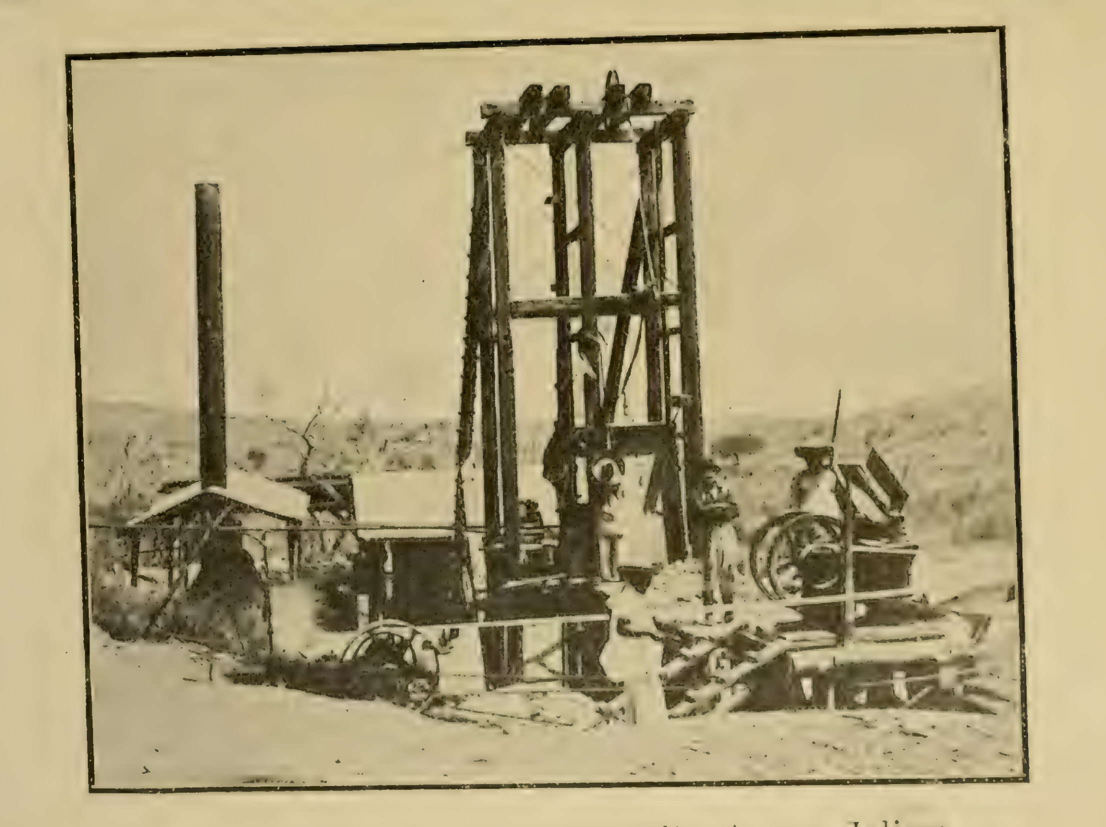
Patio de la mina de "La Calabaza," Etzatlán



Planta de concentración de la "Magistral-Ameca Copper Co." Ameca



Comidos antiguos y terrenos de la mina "El Magistral," Ameca



Tiro vertical de la mina El Cerrito, Ameca, Jalisco

argentita y en pequeña cantidad el sulfo-antimoniuro de plata acompañado de pirita en corta proporción; en las partes bonancibles de esta veta aparece una chalcopirita amorfa, como mineral acompañante de los indicados antes.

La roca de los respaldos de estas vetas es bastante consistente y generalmente no es necesaria la fortificación o ademación de los comidos o labores de explotación; notándose que hacia el alto no hay reliz o plano de separación entre la roca y la veta; esta misma roca se encuentra mineralizada en algunas porciones de la mina. En el respaldo del bajo sí se encuentra bien marcado el reliz, aunque en tratándose de la veta del alto, la mineralización invade también la roca del bajo.

Existe en la mina de Los Casados el fenómeno del calentamiento de la roca en que arman las vetas, en la parte NW. de los cañones de explotación; la temperatura de la roca es allí aproximadamente de 40° a 45° C. El Sr. R. Ramsdel, Gerente encargado de la explotación, dice que esto es debido a la descomposición de las piritas, aunque yo no pude comprobar que existieran esas piritas ni las aguas de oxidación que pudieran originar su descomposición.

La veta del bajo es de menor anchura que la del alto, pudiendo estimarse su potencia media entre 1.50 y 2 metros, y ha tenido clavos más ricos que la otra: estas vetas se juntan hacia el SE. de los labrados mineros, produciéndose un enriquecimiento en el lugar de la reunión; hacia el NW. se cruzan sin que se note mejoramiento en la mineralización, es decir, la del alto viene a ser la del bajo y viceversa, con la misma mineralización antes y después del cruzamiento. Al echado también deben juntarse las mismas vetas a la profundidad de 152 metros o sea en el nivel 600′ (182,8 m.) sobre el tiro inclinado; no se ha llegado a esa profundidad con las exploraciones y por lo mismo no

se puede comprobar si se mejora la mineralización de las vetas.

En esta mina se efectúa la explotación de las partes ricas de la veta que se presentan en columnas inclinadas, extrayendo el mineral que se encuentra sin un sistema regularizado de explotación, y sin haber preparado debidamente la mina; el mineral de baja ley que se saca de ésta se beneficia en una pequeña planta de concentración y cianuración instalada cerca del tiro inclinado de Casados, el cual es la vía principal de extracción de los minerales: éstos tienen una ley media de 500 gramos de plata y 4 gramos de oro por tonelada métrica; la ley media de los minerales de exportación es muy variable y siempre relativamente alta.

Para completar la idea que se pretende dar de la mina de Los Casados, añadiré que el desarrollo de sus labores mineras es aproximadamente de 9 kilómetros 927 metros, distribuídos como sigue: 500 metros en tiros, 542 en cruceros y 8,885 metros en labores sobre veta.

En la exportación de minerales de esta mina tienen que hacerse los mismos gastos que se indicaron antes para los de El Favor y Mololoa ($37.87 por tonelada) y como la planta de beneficio instalada en Casados es de poca capacidad y el desarrollo de sus labores bastante avanzado, se comprende que esta mina tiene en reserva una cantidad relativamente grande de minerales de baja ley, y por esto se explica el empeño que tiene la compañía de Los Casados, en establecer una nueva planta de concentración y cianuración, como lo está haciendo ya un poco abajo de la barranca en que está situada su mina principal.

En estas minas se hace la perforación principalmente con perforadoras chicas manejadas por un solo hombre y movidas por aire comprimido; también se emplea la perforación a mano, y generalmente se contratan las obras de

avance pagando los precios siguientes, que pueden considerarse como generales para las diversas minas de la región de Hostotipaquillo:

Cañones de 2,50 por 2 metros de sección	a	$	30	por metro de avance.
Tiro inclinado de 3 por 2 metros	,,	,, ,,	85	,, ,, ,, ,,
Cruceros de 2 por 2 ,,	,,	,, ,,	16	,, ,, ,, ,,
Contra-cielos de 2 por 1.50 ,,	,,	,, ,,	15 a 16	,, ,, ,,

Cuando se emplean las perforadoras, la compañía suministra a los contratistas el aire comprimido necesario, para lo cual tiene instalado un compresor de 150 H. P., que suministra 900 pies cúbicos de aire comprimido a 100 libras de presión por minuto. También se usa este aire comprimido para poner en movimiento dos bombas de desagüe instaladas en el piso más bajo de la mina, cerca del plan del tiro inclinado.

Las bombas que se usan en el desagüe son tres y están instaladas a 150 metros de profundidad y extraen aproximadamente 300 litros de agua por minuto, como mínimo y 560 litros también por minuto en tiempo de lluvias. La capacidad de estas bombas es muy superior al trabajo que desarrollan en esa instalación, pues una es Cámeron número 9 B, otra Gould triplex de capacidad de 500 galones a 800 pies de profundidad y la otra Lidgerwood de capacidad de 300 galones a 300 pies de profundidad.

Espada Mines Co.—Esta compañía es sucesora de la Vick Mining and Milling Co. y está incorporada como sociedad anónima americana, con un capital social de $ 250,000 oro, representado por 25,000 acciones de a $ 100 cada una. De este capital social se habían invertido hasta mediados del año de 1913, en los negocios de la Compañía $ 225,000 oro. Los Sres. Eduardo Thomson y A. J. Vick tienen el dominio de esta compañía.

La propiedad minera de la Espada Mines Co. está formada por los fundos mineros especificados en seguida:

	H.	A.	C.a.
San José	6	26	00
El Crestón	1	00	00
San Pablo	27	00	00
La Esperanza	16	00	00
San Pablo Anexas	76	74	00
La Esperanza Anexas	21	02	70
La Oyama	10	00	00
Ampliación de Oyama	10	00	00
El Velador	8	00	00
La Deseada Anexas	48	0C	00
La Famosa Deseada	6	00	00
La Paralela	4	00	00
San Andrés	21	71	00
La Espada	6	45	00
1ª Ampliación de la Espada	15	22	25
Suma	277	40	95

Todos localizados en la margen izquierda del río Grande de Santiago, frente a la confluencia del río de Jora, en el Municipio de Hostotipaquillo.

Los trabajos mineros de esta compañía son poco activos, pues ha dedicado atención preferente al aprovechamiento industrial de los terreros antiguos de sus minas; los minerales de baja ley de esos terreros formaron la base de la compra de aquellas minas, pues desde entonces se comprendió que es fácil su aprovechamiento por medio de la cianuración, puesto que se ha podido disponer para su beneficio de la Hacienda de Beneficio Planta de Marquetas, situada muy cerca de las minas, que pertenece a la Virginia and Mexico Mining Corporation y que está arrendada en $ 2,000 oro al mes a la Espada Mines Co.

Para que al terminarse el beneficio de los terreros antiguos, que en esa región se denominan "chorrillos," no tengan que suspenderse los trabajos de la compañía en la planta de beneficio, se han hecho exploraciones sobre las vetas

y se han preparado las minas, principalmente la de San José. Las principales exploraciones dentro de los fundos de esta compañía son las efectuadas por los socavones denominados de La Vida y Velázquez, el primero con un desarrollo de 380 metros y el segundo con 350 de avance, además de otras labores mineras de poca profundidad practicadas sobre los criaderos irregulares que se encuentran en aquella región, los cuales contienen sulfuros de plata y oro libre. También en la mina de San José se han continuado las exploraciones por el antiguo socavón de esta mina, y como se han encontrado minerales de ley aprovechable en el beneficio de cianuración, se han formado blocks de mineral o reservas de la mina que pueden estimarse en 100,000 toneladas, con ley media de 500 gramos de plata y 1½ gramos de oro por tonelada; además de estas reservas cuenta la compañía con los terreros de sus minas, estimándose que puede disponer de 200,000 toneladas de mineral de molino de la ley antes indicada.

Las exploraciones mineras de más importancia son las efectuadas sobre la veta de San José y sobre los criaderos irregulares de la mina de La Vida; en cuanto al Socavón Velázquez, no ha encontrado ningún criadero en su trayecto, pudiendo considerársele como un socavón aventurero; pero presenta la ventaja de que se le podrá aprovechar como vía general de explotación, cuando ésta se efectúe en grande escala, por estar localizado a un nivel inferior al de los labrados mineros sobre veta.

Como queda dicho, la base de esta compañía ha sido el aprovechamiento industrial de los minerales de los terreros o chorrillos y del mineral de baja ley de los labrados mineros antiguos; y para llevar ésta a buen término, se instaló una vía-cable capaz de transportar 300 toneladas de mineral cada 24 horas desde el terrero de San José a la planta de beneficio de Marquetas; ésta cuenta con 30 ma-

zos de 850 libras de peso cada uno, en los cuales se usan mallas del número 8, moliendo aproximadamente 110 toneladas de mineral cada 24 horas. De las baterías de mazos pasa la lama a una serie de concentradoras Wilfley; el desecho de éstas pasa a dos molinos tubiformes que descargan en otra serie de concentradoras Wilfley, que serán pronto cambiadas por Frue-Vanners; de la segunda serie de concentradoras pasa la lama a un gran tanque decantador y luego a 14 tanques de agitación mecánica, para lamas, y 5 tanques para arenas; después pasa la solución a los tanques asentadores, los cuales descargan en un filtro-prensa de 55 hojas.

Las 110 toneladas de mineral que entran al beneficio tienen una ley media de 480 gramos de plata y 1 gramo de oro en tonelada, y se aprovecha en esa planta el 22% de la plata y el 20% del oro en la concentración, y el 60% de la plata y el 65% del oro en la cianuración.

Durante algunas temporadas se han agregado en el beneficio, a los minerales de estas minas, los que proceden de la mina de Saturno, perteneciente a la Compañía Minera de Saturno y Anexas, S. A., los cuales tienen una ley de 2 kilogramos de plata en tonelada, sin ley de oro; no pudiendo saberse el rendimiento especial de estos últimos, puesto que los revuelven, en las tolvas de las baterías, con los minerales de los terreros sin un ensaye previo apropiado.

Para el movimiento de la planta de beneficio y para el de la vía-cable, la Espada Mines Co. usa la fuerza eléctrica que compra a la Cía. Hidroeléctrica e Irrigadora del Chapala, S. A., a razón de $ 150 caballo de fuerza al año; tomándola de la línea de transmisión que sale de la casa de transformadores instalada cerca de la planta de El Monte, de la compañía minera El Favor. En la planta de Marquetas y en la vía-cable de la Espada Mines Co. que lleva los minerales, se consumen 165 caballos de fuerza.

Amparo Mining Company.—Las minas de San Juan y Santo Domingo y sus anexas trabajadas por la compañía minera "Amparo" son actualmente las de mayor importancia en el Estado de Jalisco, tanto por lo bonancible de su criadero metalífero como por lo acertado de su sistema de explotación y beneficio de los minerales; y de esa importancia, así como de los recursos con que cuentan las minas y la compañía, se podrá tener idea con los datos que a continuación se expresan:

La Amparo Mining Company es una sociedad americana incorporada según las leyes de New Jersey, con un capital social de $ 2.000,000 oro, representado por igual número de acciones de valor de $ 1 oro, que se cuotizan en el mercado de los Estados Unidos del Norte a razón de $ 1.60.

La propiedad minera de esta compañía está formada con los fundos siguientes:

Nombre del fundo minero	Superficie H.	A.	C.a.
San Juan y Santo Domingo	11	00	00
Ampliación de San Juan y Santo Domingo	5	00	00
2ª ,, ,, ,, ,, ,, ,, ,,	19	00	00
3ª ,, ,, ,, ,, ,, ,, ,,	12	00	00
4ª ,, ,, ,, ,, ,, ,, ,,	62	30	88
5ª ,, ,, ,, ,, ,, ,, ,,	20	27	00
La Unión	34	00	00
Ampliación de la Unión	4	78	01
La Navidad	6	00	00
1ª Ampliación de la Navidad	4	21	74
El Buen Suceso	40	00	00
Ampliación del Buen Suceso	38	56	22
La Mina de Atizco	76	00	00
Anexas del Atizco	52	00	00
1ª Ampliación de Veta Grande	2	65	84
2ª ,, ,, ,, ,,	10	78	70
Guadalupe de la Cañada	2	00	00
Ampliación de la Cañada	11	00	00

Nombre del fundo minero	Superficie H.	A.	C.a.
2ª Ampliación de la Cañada	3	13	90
3ª ,, ,, ,, ,,	23	44	00
4ª ,, ,, ,, ,,	4	66	00
5ª ,, ,, ,, ,,	14	18	00
6ª ,, ,, ,, ,,	3	90	84
El Potenciano	24	00	00
Anexas del Potenciano	21	00	00
Mina de la Embocada	30	00	00
El Amparo	13	00	00
El Barejonal	24	00	00
El Ahuacate	22	45	00
Mina del Agua Hedionda	10	00	00
Mina de la Plaza	10	00	00
Mina del Fresno	29	00	00
El Refugio	16	00	00
La Jarilla	30	00	00
Por titular el fundo Veta Grande	100	00	00
Suma	716	36	12

Estos fundos están ubicados en el Mineral de La Embocada, al Norte del pueblo de Etzatlán y comunicados con él por un buen camino carretero construído por la Amparo Mining Co. (Véase croquis anexo.)

Esta compañía explota dos vetas, de las que se considera como principal la de la mina antigua de San Juan y Santo Domingo, con rumbo medio de N. 7°30′ W. y con inclinación de 80° al E.; la potencia de esta veta llega a ser de 11 metros en los niveles inferiores de la mina, y puede fijarse como potencia media de ella, 5 metros en toda la parte explorada o explotada. Esta veta arma en una andesita de hiperstena y augita, su matriz es cuarzosa y contiene sulfuros de plata, pirita amorfa con ley de oro, plata y oro nativos, y en algunos puntos una blenda amarilla y galena en pequeña proporción. Ha tenido y tiene partes bo-

nancibles de mucha importancia, tanto que una de las bonanzas producidas sirvió para organizar los trabajos de manera de establecer el negocio sobre bases industriales de gran estabilidad, y así se originó la construcción de la planta de concentración y cianuración para aprovechar los minerales de baja ley que existen en notable abundancia en la mina; y por esto se puede decir, que es este un negocio minero de gran duración en buenos rendimientos; pues tienen sus reservas aproximadamente 550,000 toneladas de mineral con un valor bruto de $ 18 por tonelada, considerando el cambio a la par.

La compañía invierte anualmente en sus trabajos de $ 390,000 a $ 400,000, moneda mexicana, y tiene una producción en bruto de 100,000 toneladas con valor de...... $ 1.990,000 a $ 2.000,000, también moneda mexicana.

Para formarse idea cabal de la importancia y del manejo de este interesante negocio minero, basta ver los cuadros anexos relativos a la explotación y beneficio de sus minerales, así como el perfil de su mina principal, en el cual aparecen indicadas sus reservas de mineral. El desarrollo de sus labrados mineros era a mediados de 1913 el siguiente: en tiros 580 metros, en cruceros 2,400 metros, en cañones o pisos sobre veta 4,980 metros y en cañones de transporte fuera de veta 540 metros.

Los trabajos mineros se llevaron de una manera irregular y sin un plan determinado, en la explotación de la parte alta del criadero; pero en los niveles inferiores se ha regularizado la preparación de la mina y se han formado grandes alcancías por el sistema de "Shrinkage" que presenta singulares ventajas en este caso, dada la inclinación de la veta (80°) y la consistencia de sus respaldos; por esta última circunstancia es poco costosa la ademación de los labrados, encontrándose en la mina grandes "comidos" de la veta que no exigen un ademe o sostenimiento especial,

pues debe agregarse que no hay agua en los labrados altos y es muy escasa en los planes de la mina.

El tiro vertical número 2 es el que se utiliza para la extracción y el desagüe, es un tiro bien ademado de tres departamentos y en él trabaja un malacate eléctrico de 125 caballos de fuerza, y también se tienen instaladas las bombas y tuberías para el desagüe.

La fuerza eléctrica empleada en los diversos servicios de esta mina se toma de la casa de transformadores que ha instalado en el Rancho de las Jiménez la compañía Hidroeléctrica del Chapala, y puede especificarse así:

1 motor de 200 H. P. para el compresor,
1 ,, ,, 125 ,, ,, ,, ,, malacate del tiro 2,
1 ,, ,, 50 ,, ,, ,, ,, ,, ,, ,, 1,
1 ,, ,, 50 ,, ,, ,, ,, quebrador y vía aérea,
1 ,, ,, 60 ,, ,, ,, bomba del desagüe,
1 ,, ,, 15 ,, ,, ,, la sierra mecánica,
1 ,, ,, 10 ,, ,, ,, las bandas de la preparación mecánica y para los talleres,
1 ,, ,, 15 ,, ,, ,, los talleres en la mina,
1 ,, ,, 2 ,, ,, ,, el muestreo,

Suma.... 527 H. P. en la mina.

En la hacienda se emplean 870 H. P. repartidos en 27 motores, formándose un total de 1,397 H. P. eléctricos para esta negociación.

La planta de beneficio de esta compañía minèra se compone de 50 mazos de 1,200 libras cada uno, usándose en las baterías mallas del número 8; para cada 10 mazos se tiene un tanque separador, un concentrador Willfly, para arenas, y uno Johnson para las lamas; hay 2 tanques Dorr para los 50 mazos y 4 molinos tubiformes que toman las arenas de los tanques Dorr; cada molino lleva un separador del cual sale la lama para los tanques de agitación, y

las arenas para los de percolación. Se tienen instalados 3 tanques Pachuca, 6 tanques de agitación de tipo anticuado, y 8 de percolación, de 100 toneladas de capacidad cada uno. Los dos filtros Oliver que se usan en esta planta han dado un resultado bastante satisfactorio.

Se benefician 300 toneladas de mineral cada día de trabajo, con ley media de 290 gramos plata y 8 gramos oro en tonelada; con un aprovechamiento del 90.5 por ciento de los valores contenidos, correspondiendo en la concentración 20% del oro y 13.5% de la plata, y en la cianuración 73.2% del oro y el 75% de la plata, o sea, en total, el 88% de la plata y el 93% del oro.

En esa planta de cianuración, con el mineral limpio, como acaba de citarse, y con los rendimientos anotados, los compuestos químicos empleados y consumidos por tonelada de mineral beneficiado son : 902 a 700 gramos de cianuro, 6 kilogramos de cal, 90 gramos de acetato de plomo y 692 gramos de zinc.

Pueden examinarse los cuadros siguientes, para ver el costo de explotación y beneficio por tonelada de mineral.

La explotación de la mina de San Juan y Santo Domingo ha originado la formación de un centro de población cerca del antiguo Mineral de La Embocada, en el cual centro se han tomado los datos estadísticos siguientes: por cada 100 familias se encuentra, una formada de 8 personas, 8 de seis, 6 de cinco, 8 de cuatro, 14 de tres, 23 de dos, y 40 de un solo individuo.

AMPARO MINING COMPANY

GASTOS de explotación y beneficio de minerales, durante el año que terminó el 29 de diciembre de 1912

FECHAS	EXPLOTACION			Quebradoras y transportes		BENEFICIO			GASTOS de mercado		GASTOS GENERALES		
	Toneladas extraídas	Gastos en la mina	Costo por tonelada	Gasto total	Costo por tonelada	Número de toneladas	Gasto total	Costo por tonelada	Gasto total	Costo por tonelada	Toneladas	Gasto total	Costo por tonelada
Enero 28.......	8,057	$ 35,118.18	$ 4,360	$ 2,744.21	$ 340	7,161	$ 24,386.02	$ 3,400	$ 2,143.05	$ 300	8,057	$ 7,288.15	$ 910
Febrero 25....	8,563	36,044.03	4,200	2,565.51	300	7,038	23,772.36	3,374	2,010.38	285	8,563	6,973.97	819
Marzo 24	8,445	32,483.64	3,846	3,039.11	359	7,144	24,244.62	3,393	2,002.41	280	8,445	7,023.80	831
Abril 21.........	6,069	27,115.64	4,468	2,932.41	453	7,264	24,935.31	3,432	2,100.87	289	7,264	8,221.10	1,133
Mayo 19........	6,909	31,424.22	4,548	2,827.11	396	7,009	23,588.18	3,365	2,102.18	300	7,009	6,612.06	943
Junio 16........	7,273	28,702.37	3,946	2,492.29	342	6,703	24,548.96	3,662	1,985.88	296	6,703	7,616.80	1,136
Julio 14.........	7,203	26,946.29	3,742	2,977.75	413	7,000	23,420.06	3,346	2,228.84	318	7,000	7,406.23	1,058
Agosto 11......	6,301	23,307.98	3,699	3,074.74	430	7,017	20,840.99	2,970	2,160.26	307	7,017	10,658.55	1,518
Septiembre 8	6,125	23,576.44	3,847	2,435.16	347	7,008	23,257.58	3,318	1,933.91	275	7,008	9,323.94	133
Octubre 8......	6,072	24,668.66	4,062	3,010.11	427	7,151	22,418.87	3,135	2,095.35	293	7,151	7,894.12	1,104
Noviembre 3.	6,113	26,368.33	4,313	2,816.60	392	7,300	21,646.39	2,965	2,337.02	320	7,300	9,360.23	1,282
Diciembre 1º	6,084	26,131.62	4,294	3,726.63	650	7,260	21,608.90	2,970	2,088.54	287	7,260	9,348.01	1,281
Diciembre 29	6,717	27,825.64	4,192	4,170.15	526	7,310	20,822.30	2,850	2,651.65	363	7,310	10,073.52	1,378
Sumas.........	89,934	$369,713.04	....	$ 38,811.78	....	92,365	$299,490.54	....	$ 27,840.34	....	96,087	$107,800.48	....

Los valores están calculados en moneda mexicana, sobre tonelada métrica de peso seco.
Los gastos están calculados como sigue:

Gastos de beneficio y mercado, según el número de toneladas de mineral beneficiado; Explotación, gastos de quebradoras y vía-cable, así como los gastos de aprovechamiento de los minerales de los terreros, según el número de toneladas de mineral puesto en las tolvas de la planta de beneficio.—Los gastos generales, según el número de toneladas de mineral beneficiado.

NOTA.—Al número de toneladas de mineral extraído de la mina, que ascendió a 89,954.5 toneladas, se deben agregar 10.496.3 toneladas tomadas de los terreros, lo que hace un total de 100,430.8 toneladas distribuidas como sigue:

Número de toneladas beneficiadas.....	92,365.0
,, ,, en reserva, en la Planta..............	6,088.9
,, ,, ,, ,, en Tiro núm. 2	1,976.9
	100,430.8

AMPARO MINING COMPANY

Complemento del cuadro de gastos de explotación y beneficio

Gasto total	Costo por tonelada	Minerales de los terreros		Total	Reducción por el aprovechamiento de los terreros
		Número de toneladas	Gasto total		
$ 71,679.61	$ 9,310	....	....	$ 71,679.61	....
,, 71,366.25	,, 8,978	....	....	,, 71,366.25	....
,, 68,793.58	,, 8,102	....	....	,, 68,793.58	$ 8,909
,, 65,305.33	,, 9,775	....	....	,, 65,305,33	,, 9,775
,, 66,553.75	,, 9,552	....	....	,, 66,553.75	,, 9,552
,, 65,346.30	,, 9,382	....	....	,, 65,346.30	,, 9,382
,, 62,979.17	,, 8,876	521.2	$ 573.35	,, 63,552.52	,, 8,450
,, 60,042.52	,, 8,924	1,720.5	,, 2,036.61	,, 62,079.13	,, 8,846
,, 60,527.03	,, 9,117	1,386	,, 2,033.12	,, 62,560.15	,, 8,926
,, 60,087.11	,, 9,021	1,695.9	,, 2,383.32	,, 62,470.43	,, 8,735
,, 62,528.57	,, 9,272	1,634	,, 2,176.04	,, 64,704.61	,, 8,863
,, 62,903.70	,, 9,482	875	,, 1,454.42	,, 64,358.12	,, 8,864
,, 65,543.26	,, 9,219	1,202	,, 1,516.19	,, 67,059.45	,, 9,174
$ 843,656.18	....	9,040	$ 12,173.05	$ 855,829.29	....

PROMEDIOS

Costo por tonelada en mina........................	$ 4.11
,, ,, transportes................................	,, 0.407
,, ,, beneficio..................................	,, 3.24
,, ,, gastos de mercado........................	,, 0.318
,, ,, ,, generales.........................	,, 1.12
COSTO TOTAL POR TONELADA.......	$ 9.195

AMPARO MINING COMPANY

Desarrollo de la mina durante el año que terminó el 29 de diciembre de 1912

NIVELES	Avances sobre veta	Contracielos y subniveles sobre veta	TOTAL	Cruceros y conecciones	TOTAL
	m	m	m	m	m
Piso 200	S. 78.03	9.54	87.57	28.77	116.34
,, 300	....	23.06	23.06	59.33	82.39
,, 400	S. 100.58	114.16	214.74	76.20	290.98
,, 500	S. 34.14	129.07	163.21	30.00	193.21
,, 600	S. 31.09	98.45	129.54	107.29	236.83
,, 700	N. 21.95	137.77	216.10	65.13	281.23
,, 700	S. 56.38	....	....	....	....
,, 900 Respaldo W	S. 65.53	242.16	307.69	72.96	385.09
,, 900 ,, E	N. 65.53	Tiro de ventilación		49.68	49.68
Sumas	453.23	754,21	1141.91	489.36	1635.75

El desarrollo total entre los Niveles "200" y "700," es de 1.250,^{m}62 c.m., con un costo de $ 52,636.91 cts., o sea a razón de $ 42,088 el metro.

El desarrollo del piso "900" es de 385,^{m}10, con un costo de $ 17,167.61 cts., o sea a razón de $ 44.58 el metro.

Se ahondó el Tiro número 2 y se ademó en 54,^{m}86, habiéndose abierto parcialmente el Despacho, Estación o Ventanilla, todo con un costo de $ 14,664.96 cts.

El Tiro número 1 se ademó desde el nivel "400" hasta abajo de "700," con un costo de $ 7,405.25.

Núm. 1.

AMPARO MINING COMPANY

Informe de la Planta de Concentración y Cianuración de Minerales, referente al año de 1912

Mes que terminó el	Días de trabajo	Toneladas beneficiadas	Núm. de tons. por mes	LEYES		EXTRACCION				TOTAL	
						EN CIANURACION		EN CONCENTRACION			
				Oro	Plata	Oro	Plata	Oro	Plata	Oro	Plata
Enero.......28	27–1/10	264	7161	8,6	292	73,8%	77,1%	18,9%	12,8%	91,3%	
Febrero.....25	27–3/8	256	7038	8	290	71,8%	73,3%	21,3%	12,5%	93,1%	
Marzo 25	27–4/10	260	7144	7,8	280	70,7%	72,3%	22,3%	14,1%	89,7%	
Abril........21	27–1/4	266	7264	7,4	271	67,8%	68,7%	22,4%	13,1%	85,7%	
Mayo.......19	27–1/4	257	7009	7,3	265	74,8%	76,0%	21,9%	13,6%	93,0%	
Junio.......16	26–7/10	251	6703	7,2	279	81,8%	83,8%	20,6%	13,5%	97,3%	
Julio........14	26–3/5	261	7000	7,3	273	68,9%	70,1%	22,7%	15,0%	88,3%	
Agosto......11	27	260	7017	8,2	300	73,8%	76,7%	19,0%	13,3%	91,4%	
Septiembre 8	27–2/5	255	7008	8	277	68,2%	76,5%	18,9%	13,6%	88,6%	
Octubre.... 6	27–2/5	261	7151	8,8	320	69,8%	71,4%	22,0%	15,1%	89,0%	
Noviembre 3	27–3/5	264	7300	8,7	326	70,8%	76,7%	19,2%	12,7%	89,7%	
Diciembre. 1	27–1/4	226	7260	7,7	291	70,5%	73,2%	23,4%	14,8%	90,8%	
,, 29	27–3/5	264	7310	8,3	308	78,2%	79,9%	18,2%	11,0%	93,5%	
	353.9	2604	92365	8	290	72,4	75,	20,8	13,4	90,9	

Núm. 2.

AMPARO MINING COMPANY

Informe de la Planta de Concentración y Cianuración de Minerales, referente al año de 1912

Metales en barras realizados

PESO		VALORES		VALOR TOTAL	DEDUCCIONES EN LA FUNDICION	VALOR NETO
Oro	Plata	Oro	Plata			
k	k					
45,00947	1.577,800	$ 60,204.92	$ 58,647.31	$ 118,852.23	$ 4,494.35	$ 114,357.88
39,76693	1.457,910	,, 53,074.53	,, 55,793.34	,, 108,867.87	,, 4,098.03	,, 104,769.84
39,33317	1.428,910	,, 52,495.63	,, 53,853.72	,, 106,349.35	,, 4,046.28	,, 102,303.07
36,17865	1.332,500	,, 48,285.45	,, 51,263.19	,, 99,548.64	,, 3,804.85	,, 95,943.79
37,93711	1.385,580	,, 50,632.41	,, 54,493.41	,, 105,125.82	,, 4,010.92	,, 101,114.90
35,51598	1.421,560	,, 47,401.05	,, 56,258.94	,, 103,659.99	,, 4,020.14	,, 99,639.85
36,04015	1.362,660	,, 48,101.80	,, 53,386.79	,, 101,488.59	,, 3,786.82	,, 97,701.77
54,84402	2.025,090	,, 72,658.42	,, 79,790.22	,, 152,448.64	,, 8,747.15	,, 143,701.49
38,01450	1.470,650	,, 50,735.69	,, 59,496.55	,, 110,232.24	,, 4,152.14	,, 106,080.10
43,56425	1.608,290	,, 58,142.60	,, 66,338.19	,, 124,480.79	,, 4,601.59	,, 119,879.20
45,29869	1.812,690	,, 60,457.44	,, 73,625.42	,, 134,082.86	,, 5,173.27	,, 128,909.59
39,39214	1.538,590	,, 52,574.43	,, 63,025.64	,, 115,600.07	,, 4,477.58	,, 111,122.49
48,34039	1.823,780	,, 64,230.35	,, 74,180.22	,, 138,410.57	,, 6,482.15	,, 131,928.42
539,23545	20.246,010	$ 718,994.72	$ 800,152.94	$ 1.519,147.66	$ 61,895.27	$ 1.457,252.39

Núm. 3.

AMPARO MINING COMPANY

Informe de la Planta de Concentración y Cianuración de Minerales, referente al año de 1912

Concentrados y escorias realizados

PESO		VALORES		PREMIO	VALOR EN BRUTO	DEDUCCIONES EN FUNDICION	VALOR NETO
Oro	Plata	Oro	Plata				
k	k						
11,52216	278,400	$ 14,301.11	$ 9,833.44	$ 185.64	$ 24,320.07	$ 871.14	$ 23,448.93
11,48968	251,216	,, 14,017.56	,, 8,745.95	,, 222.42	,, 22,985.93	,, 896.93	,, 22,089.00
12,18469	285,796	,, 14,865.80	,, 9,988.47	,, 251.36	,, 25,105.13	,, 1115.59	,, 23,989.54
12,00850	266,688	,, 14,650.36	,, 9,619.50	,, 353.74	,, 24,623.60	,, 1236.00	,, 23,387.60
10,50966	231,322	,, 12,821.76	,, 9,128.17	,, 289.11	,, 22,239.04	,, 966.75	,, 21,272.29
12,91181	336,625	,, 15,758.13	,, 13,156.92	,, 208.16	,, 29,123.21	,, 1428.53	,, 27,694.68
11,74203	272,074	,, 14,339.61	,, 10,496.95	,, 189.97	,, 25,026.53	,, 732.55	,, 24,293.98
10,91356	274,818	,, 13,327.86	,, 11,097.15	,, 419.32	,, 24,844.33	,, 931.84	,, 23,912.49
10,55426	248,055	,, 11,043.56	,, 12,028.92	,, 391.01	,, 23,463.49	,, 1041.07	,, 22,422.42
14,80971	336,237	,, 18,085.91	,, 13,604.17	,, 516.86	,, 32,206.94	,, 1833.47	,, 30,373.37
13,26531	307,854	,, 16,199.86	,, 12,483.04	,, 749.72	,, 29,432.62	,, 1225.14	,, 28,207.48
11,81398	269,166	,, 14,427.37	,, 10,804.32	,, 446.90	,, 25,678.59	,, 1188.80	,, 24,489.79
13,01425	258,794	,, 15,893.09	,, 10,399.35	,, 592.96	,, 26.885.40	,, 1269.63	,, 25,615.77
156,73970	3617,055	$ 189,731.48	$ 41,386.25	$ 4,817.15	$ 335,934.88	$ 14737.44	$ 321,197.44

Núm. 4.

AMPARO MINING COMPANY

PRODUCCIÓN TOTAL DURANTE EL AÑO DE 1912.

PESO		Valor	GASTOS DE MERCADO	VALOR NETO
Oro	Plata			
56 k 53163	1856 k 200	$ 137,806.81	$ 2,143.05	$ 135,663.76
51 ,, 25671	1709 ,, 126	,, 126,858.84	,, 2,010.38	,, 124,848.46
51 ,, 51786	1714 ,, 706	,, 126,292.61	,, 2,002.41	,, 124,290.20
48 ,, 18715	1599 ,, 188	,, 119,131.39	,, 2,100.87	,, 117,030.52
48 ,, 44677	1616 ,, 912	,, 122,387.19	,, 2,102.18	,, 120,285.01
48 ,, 42779	1758 ,, 185	,, 127,334.53	,, 1,985.88	,, 125,348.65
47 ,, 78218	1634 ,, 134	,, 121,995.75	,, 2,228.84	,, 119,766.91
65 ,, 75758	2299 ,, 908	,, 167,613.98	,, 2,160.26	,, 165,453.72
48 ,, 56876	1718 ,, 705	,, 128,502.52	,, 1,933.91	,, 126,568.61
58 ,, 37396	1944 ,, 527	,, 150,252.67	,, 2,095.35	,, 148,157.32
58 ,, 56400	2120 ,, 544	,, 157,117.07	,, 2,337.02	,, 154,780.05
51 ,, 20612	1807 ,, 756	,, 135,612.98	,, 2,088.54	,, 133,523.74
61 ,, 35464	2082 ,, 574	,, 157,544.19	,, 2,651.65	,, 154,892,54
695 k 97515	23863 k 065	$ 1.778,449.83	$ 27,840.34	$ 1.750,609.49

ZONA MINERA DE ETZATLÁN.—Además de la importante negociación de El Amparo que acaba de reseñarse, existen en esta porción de Jalisco otras minas de importancia y algunos "prospectos" de gran porvenir; entre las primeras pueden citarse La Calabaza y La Mazata, y de los otros se deben mencionar los fundos colindantes con la propiedad de la Amparo Mining Co., las catas y minas antiguas de Oconagua y otros fundos cercanos a Ahualulco y los situados en las cercanías de La Mazata. Así es que puede decirse que entre Ameca, Ahualulco y Etzatlán existe una zona mineralizada de las de mayor importancia en el Estado, zona que llamará la atención por su productibilidad y riqueza.

MINA DE LA MAZATA.—Ubicada en la Hacienda de la Estancia, hacia el Poniente de la laguna de La Magdalena. Es una mina antigua que tiene gran parte de sus vetas explotadas por los españoles, en la época colonial; se encuentran noticias de esta mina en los informes de la Diputación de Minería de Hostotipaquillo, que tienen fecha de marzo de 1824, y que se encuentran anexos a esta Reseña.

Hace doce años que se formó una compañía con capital mexicano y por hombres de negocios de Etzatlán y Guadalajara para trabajar esta mina, y hasta la fecha no se ha logrado el éxito que se esperaba, debido en gran parte a la falta de organización o plan de trabajos en el desagüe y exploración de esta propiedad minera. Se ha conseguido hacer el desagüe hasta unos 73 metros abajo del brocal del tiro vertical que perforó la referida Compañía, o sea hasta una profundidad de 140 metros abajo del crestón o afloramiento de la veta; encontrándose que los "comidos" antiguos persisten a esta profundidad, rellenos en partes con desechos de la antigua explotación de muy baja ley de plata.

En el crucero que parte del tiro vertical y llega a la parte explotada de la veta del Rosario, se encuentran cortadas las vetas siguientes: del alto al bajo:

Veta Amarilla, no explorada.
Veta Plomosa, no explorada y que parece unirse a la del Rosario.
Veta Blanca, que se reune hacia el Oriente con la del Rosario.
Veta del Rosario explotada por los antiguos, y
Veta de la Mazata, también explotada por los antiguos y cuyos labrados no han sido descubiertos por la nueva Compañía.

Para el trabajo de desagüe se emplearon dos bombas, siendo la principal una "Camerón 9 A;" tres calderas de vapor de 25, 30 y 40 H. P. que se utilizan para las bombas y para mover un malacate de 20 H. P. que trabaja en el tiro vertical, usándose cable de ¾" y baldes de fierro de ¾ de tonelada, sin guías.

El tiro vertical de La Mazata está ademado con marcos y estacadas en buen estado, pero mal colocados, lo que hará que relativamente en poco tiempo haya la necesidad de reparar toda la fortificación en él; pues el terreno es blando y en algunos tramos "muy pesado" por la presencia de gran cantidad de esteatita. A los 43 metros de profundidad en este tiro se encuentra el primer crucero que corta las vetas ya indicadas, con excepción de la denominada "Mazata;" por este crucero se ha hecho la limpia del cañón y en general de todos los labrados antiguos encontrados al practicar el desagüe.

Las vetas referidas son sensiblemente paralelas, con rumbo medio de NW. 60° SE., en los cañones de poca longitud practicados al nivel del crucero que parte del tiro vertical; estas mismas vetas presentan una inflexión, llegando a tener un rumbo de E. a W.; en el punto de in-

flexión se reunen las vetas Plomosa, Blanca y Rosario, y aun cuando no se trata de una intersección propiamente dicha, es de esperarse un enriquecimiento en ese punto.

La inclinación de las vetas es de 45° para el NNE., y están constituídas por el llenamiento de las fracturas en el gabbro, con cuarzo como matriz con algo de silicato de manganeso, y como menas se encuentran el sulfuro y el sulfoarseniuro de plata, piritas auríferas y oro libre; en algunas partes de la veta se encuentran "ojos" de cortas dimensiones de muy alta ley de plata.

Mina de la Calabaza.—Siguiendo el camino que de Etzatlán conduce al Mineral de La Embocada, y en la parte más alta de la serranía que se extiende hacia el Sur de Etzatlán, se encuentra la antigua mina de La Calabaza, localizada sobre uno de los crestones más poderosos de la región, que en diferentes épocas se ha trabajado sin éxito, a causa de la baja ley de plata de sus minerales.

La veta referida tiene un rumbo de N. 40° W. aproximadamente, con echado o inclinación al SW. 60°; estos datos son sólo aproximados, porque la anchura de la veta que en varios puntos se ha reconocido ser de 20 a 25 metros, no ha permitido precisarlos, por falta de trabajos mineros de algún desarrollo.

Esta veta, como las de las minas de San Juan y Santo Domingo, Guadalupe de la Cañada y Camiche, cerca del pueblo de Etzatlán, son true-fissure veins, o vetas formadas en fracturas preexistentes, en la andesita de hiperstena que forma la roca dominante en la región entre Etzatlán y Ameca. Esta andesita ha sido cubierta en algunos lugares poco extensos por tobas andesíticas, por riolitas, tobas riolíticas y por basaltos, y, en parte, las riolitas cubren el gran crestón de la veta de la Calabaza.

Al ascender por el camino que conduce a la mina de referencia, sorprende encontrar un crestón cuarzoso de

las dimensiones del de esta veta, que se señala notablemente en la barranca en que están localizados los trabajos mineros. Este crestón llega a tener 20 a 25 metros de potencia, pudiéndose estimar en 20 metros su anchura media.

La mina antigua se encuentra formada por un tiro inclinado, que más o menos pronto se saldrá de la veta, pues está perforado con una inclinación mayor que el echado; de este tiro parten varios "comidos" sobre veta y a la profundidad de 47 metros se encuentra un cañón que se bifurca siguiendo los metales plomosos de esta veta. En algunos labrados antiguos, como en los denominados "La Gloria," se han encontrado minerales de altas leyes de oro, pero siempre con poca ley de plata.

El llenamiento de la veta está constituído por grandes blocks de roca de los respaldos, más o menos alterada por las soluciones mineralizantes del criadero, cementados por cuarzo, que viene así a constituir la matriz de la veta, acompañada ésta de algo de cal y óxidos de fierro y manganeso; en esta matriz se encuentra en el crestón mineral cobrizo y piritas de fierro, y a poca profundidad comienza a aparecer la galena, que va aumentando con la profundidad, acompañada de blenda. Estimo que se trata de un criadero primario epigenético, plomo-piritoso, semejante al tipo Freiberg.

Es probable que a la profundidad sea abundante el mineral plomoso, y con lo explorado hasta ahora puede decirse, que será un negocio minero de abundante producción de minerales de baja ley de plata y crecido % de plomo. Es justamente este carácter del criadero lo que ha originado que en los trabajos antiguos se haya tenido poco éxito; pues se ha buscado mineral de alta ley, que pueda costear la explotación y las onerosas condiciones actuales de transporte y maquila de las fundiciones.

Hacia abajo de la barranca de La Calabaza se encuentra

el socavón sobre veta denominado de "Motolina," en el que se encuentra metal de 6 a 18% de plomo en zonas de 1 a 3 metros. Es de desearse la continuación de este socavón, como obra de exploración y preparación de grandes blocks de mineral, que darán un valor real y harán sumamente interesante este negocio minero.

Por último, aunque arman en la misma roca y están cercanos relativamente los criaderos metalíferos de El Amparo y La Calabaza, son de diferentes edades geológicas y se encuentran suficientemente diferenciados entre sí.

Región Minera de Ameca.—Si en la región de Etzatlán se han encontrado minas de gran producción de plata y oro, como la de San Juan y Santo Domingo y criaderos de mineral plomoso tan importantes como los de La Calabaza, en la región del Sur de Ameca se halla la zona cuprífera que se extiende desde La Cantería hasta El Magistral, y vecina a ésta se encuentra la región cuprífera de Guachinango del 10.° Cantón.

La zona cuprífera de El Magistral y La Cantería se extiende en una faja orientada casi de Este a Oeste en las vertientes que bajan al valle de Ameca del gran cerro denominado "Tetilla de Ameca," con una extensión de 7 kilómetros a rumbo de las vetas por 2½ kilómetros de ancho o según el echado medio de sus criaderos metalíferos.

En la misma región de Ameca se encuentran los siguientes grupos de minas de alguna importancia: de Almoloya, de Los Timones, de La Negra, de Jallamitla, de San Martín Hidalgo, de Verdiana y de Quililla; pero es de lamentarse que en un centro minero de la importancia de éste y no obstante la baratura de la mano de obra y los recursos con que cuenta la región, la mayor parte de las minas han estado sin trabajarse desde hace muchos años, y esto es más sensible para la parte N. o sea Cerro de San Francisco o vertiente S. del Cerro Grande de Ameca, en donde existen

minas antiguas que fueron notables por su producción de oro, y que según datos históricos formaron en un tiempo una industria minera próspera local, que dió origen a la formación de la población de Ameca hoy Cabecera del 5.° Cantón.

En los últimos años sólo se han trabajado las minas de El Magistral, El Zapote, El Cerrito, Almoloya y La Navidad; las tres primeras con capital americano y las dos últimas por compañías mexicanas.

Mina de El Magistral.—La Magistral-Ameca Copper Co., sociedad organizada en los Estadós Unidos, trabaja las antiguas minas del Magistral, en las que desde tiempo inmemorial se explotaban los crestones de las vetas para producir "magistral" o sulfato de cobre impuro para el beneficio de los minerales de plata por amalgamación en el "sistema de patio."

La mina de que se trata está situada al Sur de la población de Ameca, como a dos horas de camino a caballo, siguiendo el camino construído últimamente por la referida compañía, pasando por las minas de El Cerrito y El Zapote.

Como se dijo al tratar de la fisiografía (Cap. II) los cerros de El Güegüentón y La Tetilla de Ameca forman el extremo N. de la Sierra de Tapalpa, correspondiendo también al extremo NE. de la Sierra de Mascota; este carácter fisiográfico se encuentra ligado íntimamente con la repartición geográfica de los minerales cupríferos de Jalisco; pues desde los criaderos de San Martín Hidalgo, Cantería y El Magistral, se encuentran hacia el Sur minas de cobre, como las de la Sierra de Tapalpa y Chiquilistlán, hacia el Oriente los criaderos cupríferos de Guachinango, y hacia el SW., en la prolongación al Sur de la Sierra de Mascota, las explotaciones mineras de Ayutla, Unión de Tula y Purificación.

No obstante la importancia de la zona cuprífera comprendida entre El Magistral y La Cantería, no se ha estudiado debidamente la repartición de los minerales en estos criaderos y hay diferencias en el carácter de la roca dominante en la región, pues en tanto que un Ingeniero americano la ha considerado como un basalto, otros Ingenieros la clasifican como una diorita; y según el examen de las rocas que se colectaron y que se clasificaron en el Instituto Geológico de México, parece que se trata de una andesita francamente efusiva, que tiene enclaves de granitita y que está atravesada por diques de dolerita, como el que se ha encontrado en la mina de El Magistral.

En esta roca arman las vetas que tienen una forma lenticular con rumbo medio de NE. 80° SW. con inclinación de 75° al Sur y una anchura de 1 a 15 metros. Se han encontrado interesantes problemas de geología relativos a la influencia que puede haber tenido el dique de dolerita en la mineralización de las vetas de El Magistral; pero, a mi entender, no están éstos resueltos de una manera satisfactoria.

En los labrados de esta mina se nota la dificultad que presentan los criaderos irregulares para la buena marcha de las exploraciones, pues la forma de rosario de su veta y la presencia de roca de los respaldos en el llenamiento de ella, así como su estructura, hacen pensar a veces que se trata de una brecha de fricción más o menos mineralizada.

La mina se compone de un tiro vertical, de un socavón y tres cañones o niveles de 50 en 50 metros de profundidad. El nivel superior comunica con las obras antiguas de los crestones; el segundo sale a la superficie por el socavón de extracción, que está situado al nivel de las tolvas de la planta de concentración, y el tercero o más profundo comunica con el tiro y con el segundo nivel por el mismo tiro y por un “chiflón” o “contracielo.”

En los tantos o blocks de minerales que se han dejado entre estos pisos, se calcula que existen 150,000 toneladas de mineral cobrizo de 4% de ley.

La mayor parte de los minerales que ha aprovechado la Magistral-Ameca Copper Co. los ha tratado en una planta de concentración que, según parece, ha sido hasta la fecha una planta de experimentación, por haberse encontrado serias dificultades en la formación de "concentrados" ricos; pues la chalcopirita de este criadero se quiebra o muele en hojitas que se sobreaguan o flotan en los aparatos de concentración. Esta planta de concentración, construída para moler 250 toneladas diarias, se ha reformado dos o tres veces, y siempre ha dado resultados poco satisfactorios; consta de un quebrador, tres molinos de rollos, 3 mesas Wilfley, 2 Wilfley Slimers, 3 elevadores, 1 molino tubiforme y 2 concentradores Isbel. El curso de los minerales en la planta es como sigue: del quebrador a los molinos, de éstos a las mesas Isbel, de éstas pasa el mineral no concentrado al molino tubiforme, de éste a los espesadores o a las mesas Wilfley.

Minas de El Zapote, El Cerrito y la Navidad.—En la misma región de El Magistral, se han trabajado las minas de El Zapote y El Cerrito y hacia el Oriente, cerca del Rancho de La Cantería la mina de La Navidad. Las tres son de bastante interés, pues es posible que lleguen a ser minas productoras de grandes cantidades de minerales cobrizos, sólo que en los últimos años han tenido sus trabajos mineros sumamente reducidos; encontrándose como caso notable la alta ley de los minerales de La Navidad, que contienen gran cantidad de carbonato de cobre en una veta de 70 centímetros de anchura, con rumbo al NW. 78° SE., con inclinación al Sur 80°.

Region Minera de Tapalpa.—El valle de Sayula, al Sur del Estado de Jalisco, es interrumpido de una manera

brusca por las vertientes orientales de la Sierra de Tapalpa, que forman el borde occidental de la cuenca de Sayula, denominada en la localidad "Las Playas." En esta serranía existen varios y distintos sistemas de vetas, que la atraviesan en distintas direcciones; pero dominando en ellas la del SSE. al NNW.

Después de ascender del valle de Sayula, por la vertiente oriental de la sierra de Tapalpa, se sigue al Poniente una serie de cerros elevados y valles estrechos, en uno de los cuales, siendo el menos estrecho, está situado el pueblo de Tapalpa. Al internarse al Oeste y llegar a las partes más altas de la sierra, se encuentran en ella varias exploraciones mineras, entre las que se pueden citar la de "Keyston Copper Smelter Co.," "El Gavilán," "La Mariposa" y "Zacatecas;" situadas las dos primeras en el cerro de "El Gavilán," y las dos últimas en los cerros de "San Cayetano."

Para concretar las ideas sobre la naturaleza del terreno considerado geológicamente y la mineralización de él, tomaré por descripción y estudio las vetas de la mina "La Mexicana," de la "Keyston Copper Smelter Co."

La roca en que arman las vetas, y que constituye la mayor parte, si no el total, de la que forman las montañas, es una andesita más o menos alterada en sus contactos con las diferentes vetas. En los arroyos, y principalmente en los que bajan del cerro de "El Gavilán," se encuentran grandes blocks de tobas andesíticas, con estructura brechoide fácilmente reconocibles por la diferente coloración de los fragmentos.

La veta principal tiene un rumbo de N. 13°15′ W. (astronómico) y 68° de inclinación, buzando al Oeste; al bajo de esta veta hay una zona de 40 metros mineralizada de la siguiente manera: 22 metros al bajo está la vetilla denominada veta número 3; 10 metros al bajo de ésta se encuentra la veta número 2; 8 metros retirada de esta úl-

tima existe la veta número 1, formando el bajo de la zona. Estas cuatro vetas son enteramente paralelas, de diferente naturaleza en sus llenamientos y probablemente de la misma edad.

Las vetas números 1 y 2 son de igual potencia, y ésta nunca es mayor de 0 metros 60 centímetros, estando en forma de lentes en serie, tanto a rumbo como al echado, es decir, se presentan estrechamientos hasta llegar a ser sólo de 5 centímetros la potencia de la veta, y aumenta ésta en seguida hasta 60 centímetros, disminuyendo después de 60 centímetros a 5, y así sucesivamente. El llenamiento de estas dos vetas es análogo, y compuesto de cuarzo como matriz, con óxido de fierro (principalmente limonita) y cobre nativo: son, pues, vetas completamenete alteradas, aun a la profundidad de los trabajos actuales (55 metros de la superficie). En las partes de mayor potencia de la veta número 1, se presenta al alto de ella una pequeña zona de estructura brechoide, formada por pedazos irregulares de cuarzo con cobre nativo, cimentados por óxidos de fierro, cuarzo y una arcilla esteatitosa; la estructura de la porción del bajo de esta veta y de las otras 3 comprendidas en la zona, es concrecionada o de incrustación. Las vetas números 1 y 2 presentan gran número de geodas, irregularmente distribuídas con cobre nativo.

La veta número 3 no se ha explorado, por ser sumamente angosta, terminando a la profundidad por una vetilla de cuarzo con su guarda arcillosa de 3 centímetros de espesor al bajo.

La veta número 4, que, como queda dicho, es la principal del sistema, tiene igualmente la forma lenticular a rumbo y al echado, solamente que sus estrechamientos o partes angostas son de mayor potencia que en las números 1 y 2 (6 a 12 centímetros), y sus partes de mayor potencia llegan hasta 1 metro 10 centímetros. Tiene su estructura con-

crecionada y su matriz es solamente cuarzo amorfo, encontrándose geodas con cuarzo cristalizado y cristales de chalcopirita y tetraedrita. Los minerales explotados en ellas son: tetraedrita con ley de plata, y chalcopirita con ley de oro; la ley media de ellos en la actualidad es de 300 gramos de plata y 5 gramos ¼ de oro por tonelada, con 28% de cobre.

Es abundante en ellos la blenda, ya en masas, ya cristalizada, y ha aumentado con la profundidad; presentándose, en lo general, en masas amorfas de color amarillo.

Lo que hace creer que las cuatro vetas son de la misma edad, son los hechos siguientes:

1.º—Al exterior sus crestones no difieren en nada, y hay una serie de venas de cuarzo que, en la forma de ramales, los une como el afloramiento de un solo cuerpo de veta de bastante amplitud.

2.º—La composición de las vetillas números 1 y 2, está constituída por la alteración de los elementos que forman las números 3 y 4.

En los labrados de la parte superior de la mina y en los lugares en que ha sido más completa la alteración, se encuentran en las vetas 1, 2 y 3, el sulfato y carbonatos de cobre con óxido de fierro, y no se encuentra semejante alteración en la número 4.

En estas minas se tuvo alguna actividad hace pocos años y se instaló una planta de concentración y un horno para producir mattes, que se exportaban; con la idea de aprovechar los minerales de la Compañía y los de las minas vecinas en condiciones y maquilas ventajosas; pero parece que las dificultades en los transportes y la corta producción de las minas de la Keyston Copper Smelter Co. hicieron poco próspero este negocio.

Las minas de Chiquilistlán vecinas de las de Tapalpa han estado sin trabajarse en los últimos cinco años, y no

se tienen datos que, reunidos con los anotados en esta Reseña, servirían a los mineros que se interesen por la explotación del cobre en México.

REGIÓN MINERA DEL SUR DE JALISCO O DE ZAPOTLÁN.—Los trabajos mineros en esta parte de Jalisco han sido hasta ahora de poco desarrollo y son raras las negociaciones mineras que han obtenido resultados bonancibles: con excepción de los placeres auríferos de Pihuamo y las minas de Tecalitlán, puede decirse que los demás negocios mineros no han encontrado minerales costeables industrialmente, ya por las leyes bajas, ya por la poca cantidad de minerales de algún valor.

Se encuentran los siguientes centros mineros: San Sebastián con las minas de fierro de Providencia o Mata-Cristos; Tuxpan con las minas de cobre y plata denominadas Cerro del Moro, Tepehuajes, Palo Blanco y Purísima; Tecalitlán con las minas de plata de Mercedes, antes La Luz, Santa Inés, La Sultana, La Aurora y La Joya; Tamazula con las minas de El Carmen en Milpillas, Estrella del Sur, San Pedro, San Pablo, Conejo de Oro, El Refugio, Tres Estrellas, Swain Cremen, La Guadalupe, María Luisa, La Gachupina, El Malentón y San José de las Latillas; Mineral de la República con las minas de La República, Hidalgo, Pitágoras, Euclides, El Centinela, Terminante, Jalisco, Guanajuato y Cañedito; Santa María de Guadalupe con las minas de Santa Clara, San Juan, San Guillermo, La Monja y San Carlos; Jilotlán con las minas de El Pabellón, San José, El Rosario, Purísima, La Fortuna, El Tirador, San Pedro y Sagrado Corazón. También debe citarse la mina de El Favor, situada en la región de Tamazula y trabajada activamente en épocas pasadas sobre vetas angostas auríferas.

La mayor parte de las minas citadas se han localizado sobre vetas angostas y criaderos irregulares en masas, que

como se dijo antes (Cap. III) son característicos en esta región. Respecto a las vetas que se encuentran en la región de Tamazula puede decirse que ocupan el lugar de las grietas de contracción por enfriamiento del granito de mica negra que es la roca dominante en la región. Según un plano antiguo de los labrados mineros de la mina de El Favor, en el cual están anotadas las vetas angostas que se iban encontrando, se puede ver que existen dos sistemas de grietas de contracción, unas orientadas NW. 55° SE. y las otras NE. 60° SW.; las primeras con inclinación de 60° al NE. y las otras buzando al SE. Estas grietas mineralizadas tienen sus principales intersecciones dentro del fundo denominada La Contraestaca, y es posiblemente cierto que se haya encontrado una "bonanza" en esas intersecciones, según lo afirman las relaciones de los vecinos de esa región; no se puede comprobar esto, porque la mina está totalmente retacada con desechos que no tienen ley apreciable de plata ni de oro.

Toda la región comprendida al Oeste de Tecalitlán y hacia el SW de Tamazula y desde empezar a entrar a la parte montañosa del 9.° Cantón, está ocupada por una roca blanca granítica, que cambia en muchos lugares su mica blanca en negra o en bronceada; debajo de este granito común o granitita se encuentra, en las barrancas, una roca de color gris azulado, ofítica, clasificada como un gabbro de anfíbola y augita.

En la vertiente oriental de las montañas del 9.° Cantón conocidas con el nombre de Sierra del Alo, se encuentra una extensa zona de contacto entre los granitos que ocupan esas montañas y las andesitas de la gran Sierra del Nevado de Colima. En esa zona de contacto se encuentran algunos criaderos metalíferos apenas explorados, y otros que han dado poco resultado industrial, como los de Pihuamo. En esa misma zona se encuentra la veta de la mina "Mer-

cedes," cerca del pueblo de Tecalitlán, y algunas otras exploraciones mineras muy poco desarrolladas.

En la mina de "Mercedes" se encuentra un tiro vertical con su brocal derrumbado, una boca-mina aterrada y un socavón segado de la entrada; sólo se puede entrar a los labrados de la parte alta por una boca-mina recientemente arreglada, por la cual se han encontrado algunos metales de ley costeable, ley que no he conocido con detalle, en la parte oxidada de la veta; de entre estas obras mineras es especialmente interesante el socavón referido conocido con el nombre de "Socavón de San Pedro" localizado dentro del fundo "Ampliación de Mercedes," y que según informes de persona que trabajó en esa mina, tiene una longitud de 200 metros, faltándole sólo 40 metros para cortar la veta, lo que costará $ 1,500, tomando en consideración la compostura de la boca del citado socavón y el arreglo debido en su piso, para una extracción con carretillas; pues se tiene la ventaja de poder hacer este trabajo sin ademación, sino hasta lugares muy próximos a la veta y en la entrada del mismo socavón.

La veta de "La Luz," que es la que está trabajada con las labores antes indicadas, tiene un rumbo de NW. 50° SE., con buzamiento al SE., muy parada o de fuerte inclinación, y con una anchura en los metales colorados de la parte alta de 1.50 a 2 metros. Es un tipo muy común en el país de veta con matriz de cuarzo, algo de cal y manganeso y con sulfuros de plata, de fierro (piritas) y oro en esas piritas o nativo.

Los minerales que se produjeron en esa mina se sometían al beneficio de amalgamación por el "sistema de patio," en una pequeña planta que se construyó en los suburbios del pueblo de Tecalitlán; pero, según las ruinas de los aparatos empleados en esa planta, puede apreciarse todo lo deficiente de ese beneficio, en el cual se usaban minerales con ley

2 a 2½ kilos por tonelada, y sólo se extraía el 12 al 15% de la plata contenida, según lo atestiguan los "Breveteros"[1] del beneficio.

La región comprendida desde Tecalitlán hasta Pihuamo al Sur, por las vertientes orientales de la Sierra del Alo, parece muy interesante bajo el punto de vista minero, pues la zona de contacto a que antes me he referido es la que ocupa toda esta extensión; y en las rocas metamórficas del contacto deben encontrarse criaderos minerales de interés científico e industrial.

V

ESTANCAMIENTO

EN LA PRODUCCION MINERA Y PROGRAMA DE DESARROLLO MINERO DEL ESTADO DE JALISCO

Es notable y desalentadora para el desarrollo de la minería en México la desproporción que existe entre los fundos mineros con título de propiedad vigente y las minas que se trabajan de manera más o menos activa; y con los datos reseñados en el capítulo anterior se puede ver que en Jalisco existen, dentro de la región a que esta información se refiere, 817 fundos mineros que abarcan una superficie de 9,287 hectáreas, 68 áreas y 80 centiáreas, y de éstos sólo se trabajan varios grupos aislados que son:

Grupo de Cinco Minas con superficie de...........	273	h.	87	a.	96	c. a.
,, ,, El Favor ,, ,, ,, ...	162	,,	24	,,	40	,, ,,
,, ,, Mololoa y Albarradón superficie de...	155	,,	49	,,	64	,, ,,
,, ,, Los Casados ,, ,, ,, ...	114	,,	37	,,	60	,, ,,
,, ,, La Espada ,, ,, ,, ...	277	,,	40	,,	95	,, ,,

1 Libros en los que se llevaba nota detallada de la marcha del beneficio y de sus rendimientos.

Grupo de San Juan y Santo Domingo (Amparo Mining Co.) superficie de..........	716	h.	36	a	12	c. a.
,, ,, Magistral-Ameca ,, ,, ...	60	,,	00	,,	00	,, ,,
,, ,, El Cerrito ,, ,, ...	100	,,	00	,,	00	,, ,,
Suma..........................	1879	h.	76	a.	67	c. a.

Superficie que no toda está explorada o explotada por minas, sino que constituye las reservas que en terreno mineralizado han conservado cada una de las compañías mineras; pudiendo estimarse que estas mismas compañías sólo trabajan uno de los fundos que forman su propiedad, algunas de ellas dos, y cuando más tres de esos mismos fundos. Así es que, considerando que sean tres fundos cada una de las referidas compañías, resulta, que de los 817 fundos mineros se trabajan sólo 24, con una superficie realmente insignificante comparada con las 9,287 pertenencias mineras tituladas.

Son varias las causas de la desproporción anotada, que bien puede llamarse un *estancamiento minero*, y entre las principales causas existe la de que la Ley Minera vigente establece como único requisito el pago del impuesto correspondiente para conservar la propiedad de un fundo, sin fijar condiciones para el desarrollo en tiempo de las minas y para el aprovechamiento de los recursos mineros del país.

Sería largo enumerar los casos en que la ilusión más o menos fundada del minero, la ambición desmesurada de algunas compañías y el deseo de enriquecerse de manera fácil, de muchos, ha originado este estado de inacción en las minas del país. Se encuentran centros mineros de primera importancia como Zacatecas, Sombrerete, Chalchihuites, Ameca, Etzatlán, etc., en los que asombra ver la cantidad de fundos mineros en comparación con las minas en desarrollo, y en esos mismos centros, se encuentran muchos mineros esperando por años y años al capitalista que irá a comprar por sumas más o menos crecidas los fundos mineros que no

han dado otro trabajo que el denuncio, no han originado más desembolso que el pago del impuesto minero, ni han producido bien a nadie. Y lo peor del caso es, que esto favorece en gran manera el paso de la propiedad minera a compañías extranjeras (como ha pasado en Guanajuato, Zacatecas, Sombrerete, Charcas, etc.) que más emprendedoras y mejor dotadas que nuestros capitalistas para la lucha industrial, han llegado a tener un dominio asombroso en nuestra industria minera, titulada con razón la única o principal industria de México.

En nombre de esta industria y en vista de su mejoramiento y desarrollo intenso, deben tomarse en consideración, en la modificación de la Ley Minera vigente, y las que se refieren a la misma industria, los puntos siguientes:

1.°—Modificar las disposiciones relativas a las exploraciones mineras;

2.°—Fijar límite a la extensión superficial que debe conservar cada compañía minera o propietario de minas.

3.°—Fijar plazo largo para que el minero de buena fé trabaje su propiedad o la deje a otro que, con mejores elementos, la desarrolle debidamente.

4.°—Disminuir los impuestos de importación de la maquinaria para minas y de algunos implementos usados en la minería y en la metalurgia;

5.°—Nulificar el monopolio de la dinamita;

6.°—Revisar y procurar disminuir las tarifas de las fundiciones de minerales; y

7.°—Revisar y procurar disminuir las tarifas de fletes ferrocarrileros, especialmente en lo que se refiere a minerales de baja ley; así como subvencionar la construcción de ferrocarriles mineros.

1.°—Con referencia al primer punto, creo que es necesario hacer una distinción completa entre las obras generales

de exploración minera o "exploración técnica de las minas" y el gambuseo o como se dice ya "trabajo de prospectos;" y en cada caso se deberá dar amplitud de acción y prerrogativas al minero, dentro de toda equidad, ya que la minería es considerada en México como *industria de utilidad pública.*

2.°—Es incuestionable que la mayor parte de las compañías mineras que manejan grandes capitales, tienen una extensión superficial, en una o varias zonas mineralizadas del país, que les garantiza su existencia y desarrollo por tiempo indefinido; no tienen, ni remotamente, temores de que se agote el campo de sus trabajos mineros, y si acaso, después de muchos años, se limitará su explotación remuneradora; pero esta garantía de unos cuantos, está perjudicando al país, por el estancamiento de la producción minera. Y si se ha de exigir que las minas se trabajen, como requisito para conservar su propiedad, la subdivisión de las grandes propiedades mineras y el trabajo más o menos activo de cada una de las parcelas aumentará la producción de minerales.

6.° y 7.°—La parte más difícil será la revisión y disminución de las tarifas, tanto de las fundiciones de minerales como de los ferrocarriles; pues las primeras sólo podrán reducirse por medios indirectos, puesto que las leyes no autorizan la intervención en estos asuntos; y, en cuanto a las segundas, el tipo actual del cambio, que es probable se prolongue por algunos años, dificultará mucho la reducción de estas tarifas; siendo de desear que siquiera se conserven las que actualmente rigen.

PROGRAMA

DE DESARROLLO MINERO DEL ESTADO DE JALISCO

En tratándose del aprovechamiento de minerales que se encuentran en diversas regiones del Estado de Jalisco, el proyecto que en mi concepto presenta el mayor número de probabilidades de éxito y que es al mismo tiempo susceptible de un amplio desarrollo, consiste en el establecimiento de una fundición de minerales en la parte central de dicho Estado.

El lugar más adecuado para el establecimiento de una fundición de minerales en el Estado de Jalisco, que produzca mattes y plomos ricos para la exportación, es la zona de los alrededores de la población de Ameca; pues, como se verá en detalle en lo que sigue, reune las condiciones de facilidad de comunicaciones con las regiones más ricas y productoras de minerales cobrizos, plomosos, argentíferos y auríferos del Estado; tiene en sus cercanías terreros de minas antiguas con grandes cantidades de cuarzo con ley de plata y oro, así como yacimientos de carbonato de cal, en San Martín; se podrá utilizar el agua del río de Ameca, y es muy corta la distancia que hay de este lugar a la última estación de transformadores de la línea de transmisión de fuerza eléctrica de la Cía. Hidroeléctrica e Irrigadora del Chapala, S. A., que aprovecha las caídas de agua de Juanacatlán.

Para detallar por orden las ventajas que ofrecen los lugares cercanos al pueblo de Ameca, para el establecimiento de la fundición indicada, trataré los diversos puntos, que para el caso interesan, en el orden siguiente:

I.—Minerales que podrán aprovecharse y apreciaciones relativas al mercado de los mismos;

II.—Vías de comunicación en relación con los Campamentos Mineros del Estado;

III.—Medios para obtener combustibles y fundentes;

IV.—Agua necesaria para el manejo de la fundición; y

V.—Fuerza eléctrica para el movimiento de maquinarias y para las diversas manipulaciones de minerales y servicios generales.

I

Los minerales que podrán utilizarse para el sostenimiento de la fundición son: los cobrizos de los Campamentos Mineros de El Magistral, La Cantería, San Martín Hidalgo, La Embocada y Guachinango. En estos Campamentos se tienen ya desarrolladas las minas de El Magistral, El Zapote y El Cerrito, y en fáciles arreglos de preparación las de Almoloya, La Navidad, algunas de la región de Guachinango y La Calabaza en la región de La Embocada; la mina de La Calabaza es de mucha importancia por la gran potencia de su veta. En la Cantería, San Martín y Guachinango no hay minas que desde luego puedan suministrar grandes cantidades de minerales cobrizos, pero sí hay exploraciones que indican la existencia de vetas ricas de cobre de 50 cm. a 2 m. de potencia.

Al Sur de la región de Ameca se encuentran las regiones cupríferas de Talpa, Autlán, Ayutla y Mascota al Sur-Oeste de las cuales no se tienen datos precisos; pero según referencias fidedignas, se han encontrado en esas regiones bonanzas de gran importancia, y muy especialmente en las minas de El Bramador, Desmoronado, Cuale, El Mirador, Mina Prieta y algunas otras de la región de Mascota. Para precisar industrialmente la capacidad de producción de estas minas y demás condiciones en que se encuentran, habrá que hacer una expedición a la región Occidental del Estado de Jalisco.

Es tan importante la región cobriza de Ayutla, que no obstante lo caro del combustible se ha mantenido por algunos años una fundición de minerales cobrizos, de una capacidad de 60 toneladas diarias.

En la Sierra de Tapalpa hay también minerales cobrizos en relativa abundancia, y esto motivó la instalación de un horno para producir mattes ricos en la mina de La Mexicana, de la propiedad de la Keystone Copper and Smelter Co.; todos los trabajos mineros de esta región y los de la vecina, denominada de Chiquilistlán, están ahora en suspenso, y se podrá reorganizar su desarrollo, sólo que los caminos son difíciles y los fletes caros, tanto para la importación de implementos mineros, como para sacar los minerales producidos en esas minas. En Chiquilistlán hay algunas propiedades mineras ya desarrolladas por el Sr. V. Ferrara, de la Fundición de Fierro y Acero de Monterrey.

Es, sin duda alguna, de mucha importancia para el éxito de la fundición de minerales en Ameca, la vecindad de la región minera de La Embocada, Campamento Minero situado entre Ameca y Etzatlán, y en el que se encuentra la ya famosa mina de San Juan y Santo Domingo, que es propiedad de la Amparo Mining Co.; en esta mina se explota una veta muy rica y de gran producción, que ha tenido partes bonancibles desde la superficie hasta 300 metros de profundidad, en el cual nivel se encontraban los trabajos de desarrollo minero a mediados del año de 1913; en este nivel, o más precisamente en el nivel 900 pies, se encontró en una de las frentes de avance, la veta que se explota con 11 metros de potencia media, con una zona de minerales ricos, con plata nativa y con ley de 5 kilogramos de plata y 35 gramos de oro por tonelada; el resto de la veta ensayaba 1 kilogramo 200 gramos de plata y 14 gramos de oro también por tonelada. El mineral es limpio, no contiene ni zinc, ni manganeso, ni plomo y es de matriz cuarzosa.

Cerca de las minas a que acabo de referirme, en la misma región de La Embocada, existe la mina denominada La Calabaza, en la cual se encuentra uno de los crestones más poderosos de la región, que llega a tener hasta 20 metros de anchura o potencia. En los labrados antiguos de esta mina, conocidos con el nombre de La Gloria, se encuentran metales de alta ley de oro; pero la base de la explotación de esta mina ha sido el mineral de plomo argentífero en una veta que probablemente rendirá a la profundidad grandes cantidades de minerales plomosos; los minerales explotados últimamente ensayan de 6 a 18% de plomo en anchura de veta de 1 a 3 metros.

En la región al Norte de Etzatlán se encuentra la mina de La Mazata, ubicada en la Hacienda de La Estancia; en esta mina se ven labrados del tiempo colonial, que atestiguan que se sacaron de ella grandes cantidades de mineral rico en plata y oro, de la del Rosario. Se encuentran noticias de esta mina en los archivos de la Diputación de Minería de Hostotipaquillo, en las cuales se citan las bonanzas producidas en la veta referida; pero también son interesantes las otras vetas que en número de cinco se encuentran dentro de la propiedad, y son, la del Rosario, ya citada, y la de La Mazata, como principales, y como secundarias la Amarilla, la Blanca y la Plomosa. En los últimos años se llegó a desaguar esta mina, sin que hubiera sido suficiente el capital destinado a este objeto, para descubrir todos los planes o parte más profunda de las obras mineras antiguas, y por lo mismo insuficiente para precisar el plan de los trabajos futuros y necesarios; al terminarse el capital presupuestado se abandonaron los trabajos y se dejó subir el agua de nuevo. Esta región minera es notable por la facilidad en las vías de comunicación, como que está situada entre dos ramales de ferrocarril y también por lo dócil al beneficio de los minerales de sus vetas, y además, porque

se encuentran partes bonancibles de una notable alta ley de plata.

Lo anterior se refiere a minas que puede decirse están ubicadas en las cercanías de Ameca, de las cuales se pueden obtener minerales con fletes baratos, que estimo entre $ 3 y $ 5 por tonelada. En cuanto a la región de Hostotipaquillo, muy al Norte de Ameca, también cuenta con un número de prospectos mineros y minas productoras en la actualidad que por la facilidad de comunicación que presenta el ferrocarril Sur Pacífico, hasta Orendain, y el Ramal de Ameca, darán buen contingente para la fundición; y es de esperarse que así sea, porque la mayoría de los minerales que se explotan en esta región contienen grandes cantidades de óxidos de manganeso, lo cual los hace rebeldes al beneficio por cianuración.

Hay un dato que sobre otros muchos es favorable a la instalación de la fundición de minerales en Ameca, y es que: la única empresa compradora de minerales en el Estado de Jalisco ha sido por muchos años la Fundición de Aguascalientes o sea la American Smelting & Refining Co., por medio de su agente para ese Estado Sr. D. Furness que estableció la compra de minerales en Ameca desde hace varios años; en esta agencia se contrata la compra-venta de minerales cuando son en cantidad relativamente pequeña, y cuando son en grande cantidad se formulan contratos directamente con la Fundición de Aguascalientes en los términos generales siguientes:

PAGOS.—Por la plata: siempre que el contenido no baje de 50 gramos por tonelada, se paga el 95 del contenido a la cotización oficial por onza troyana entregada a Western Union Telegraph Co. por los Sres. Handy y Harmon de Nueva York. Nada se paga cuando el contenido es menor de 50 gramos por tonelada. *Por oro:* siempre que el contenido no baje de 2 gramos por tonelada, se paga todo el contenido a

razón de 62 cts. 77 dinero americano por gramo; nada se paga cuando el contenido es menor de 2 gramos por tonelada. *Por plomo:* siempre que el contenido no baje del 5% en ensaye de fuego, se paga el 90% del contenido (en ensaye de fuego) a razón de 3 cts. dinero americano por kilogramo, cuando el precio en Londres por 22,40 libras de plomo español cotiza a 13 £. Por cada 15 peniques de variación en este precio, se agrega o se deduce 2½ cts. dinero americano por cada 100 kilogramos de plomo contenido. Nada se paga por el plomo cuando el contenido sea menor del 5%. *Por cobre:* siempre que el ensaye no baje del 3% ensaye seco, es decir, húmedo, menos 1.3 unidades, se paga el 90% del contenido a la cotización de Nueva York por Electrolitio Cathodes, menos diez centavos, dinero americano, por kilogramo; nada se paga cuando el contenido sea menos del 3%. Los pagos antes mencionados se convierten en dinero mexicano al tipo de cambio a que los banqueros de la Ciudad de México compran giros a la vista sobre Nueva York correspondiente al día de la llegada del lote de mineral a la fundición. *Por fierro:* se paga todo el contenido a 17 cts. dinero mexicano por cada unidad. *Por cal:* siempre que el ensaye no baje de 5% se paga por todo el contenido a 15 cts dinero mexicano por cada unidad. Nada se paga cuando el contenido es de menos del 5% o que la cal se encuentre en floruro de calcio.—DEDUCCIONES. *Por insoluble:* se cobra todo el contenido a razón de 25 cts. dinero mexicano por unidad. *Por azufre:* se cobran 75 cts. por cada un por ciento en exceso del 1% hasta llegar a $ 9.50 dinero mexicano por tonelada, que es el mayor cobro por esta substancia. *Por zinc:* se cobran 75 cts. dinero mexicano por cada un por ciento en exceso de los primeros 5%. *Por arsénico, antimonio y bismuto:* nada se cobra cuando el contenido es menos de 3%; y si el contenido excede de esta cantidad, se cobran por todo él, 75 cts. dinero mexicano por cada un por ciento.

—MAQUILA. se hacen las siguientes deducciones, basadas sobre la entrega del mineral en la fundición, por tonelada de 1,000 kilos en dinero mexicano:

Minerales conteniendo hasta e incluyendo el 5% de plomo según ensaye de fuego			$ 10.00
Más de 5%	hasta e incluyendo el	6%	,, 9.70
,, ,, 7%	,, ,, ,,	,, 8%	,, 8.80
,, ,, 8%	,, ,, ,,	,, 9%	,, 8.30
,, ,, 9%	,, ,, ,,	,, 10%	,, 7.80
,, ,, 10%	,, ,, ,,	,, 11%	,, 7.20
,, ,, 11%	,, ,, ,,	,, 12%	,, 6.60
,, ,, 12%	,, ,, ,,	,, 13%	,, 6.00
,, ,, 13%	,, ,, ,,	,, 14%	,, 5.30
,, ,, 14%	,, ,, ,,	,, 15%	,, 4.50
,, ,, 15%	de plomo, base		,, 4.00

y por cada un por ciento de plomo contenido en exceso del 15% se deducen 25 centavos dinero mexicano de la cuota de base de $ 4.00. Si los minerales son concentrados o polvillos, se cobra $ 2.50 por tonelada métrica.

A las maquilas y demás cobros de las fundiciones, debe agregarse el costo de fletes de las minas a las Estaciones del Ferrocarril, y además el de las Estaciones a Aguascalientes, con valor en junto de CATORCE PESOS como minimum, pudiendo llegar este cargo hasta el de $ 30.00 por tonelada. Se ve, por lo anterior, que las condiciones de compra-venta de minerales son demasiado onerosas para los mineros, y que es imposible la explotación de las minas, que no puedan rendir en relativa abundancia metales de más de 6% de cobre, o 25% de plomo, o 1½ kilo de plata, como leyes mínimas; por lo que se comprende que la industria que tenga por base el aprovechamiento de los minerales de leyes semejantes a las indicadas, será de seguros resultados, puesto que existen en abundancia en los campamentos mineros de Jalisco.

II

Puede examinarse el Mapa de las principales Vías de Comunicación del Estado de Jalisco, así como lo que a este respecto se dice en el capítulo primero de esta Reseña; y se notará la situación ventajosa que tiene Ameca para ser un centro minero y buena localidad para la instalación de una fundición de minerales.

III

En San Martín Hidalgo existen grandes criaderos de carbonato de cal, de los cuales se ha extraído la cal consumida en las construcciones de Guadalajara y de algunas otras poblaciones del centro del Estado; esta cal se puede obtener a precio bajo, justamente por su abundancia, y el flete hasta Ameca es bien reducido, variando éste un poco según la estación del año, por motivo de las lluvias que son abundantes en la región.

En San Martín y también al N. de Ameca se encuentran criaderos de hematita y magnetita de fácil adquisición: los de San Martín ligados probablemente con la formación de la caliza antes mencionada. También se pueden comprar grandes cantidades de mineral de fierro en Ferrería de Tula, y tenerlo con flete barato en Ameca.

No obstante que en regiones próximas a Ameca se puede conseguir leña barata, por existir grandes bosques, principalmente hacia el Poniente, creo que para tener los combustibles apropiados y muy especialmente el cock para los hornos, habrá que recurrir a la importación de ellos, y aunque esto se puede hacer por la vía Veracruz-México-Ameca, estimo más conveniente esperar, para poner la fundición en alta producción, que se termine el ferrocarril de Ameca al Puerto de las Peñas, que en mi concepto será una de las bases para el buen éxito de la misma fundición;

pues además de facilitar y hacer económica la importación de combustibles, podrá traer a ella grandes cantidades de minerales de las regiones de Autlán, Ayutla, Cuale, Bramador y Mascota.

IV

El agua necesaria para los diversos servicios de la fundición se puede obtener del río de Ameca, solicitando del Gobierno Federal las aguas sobrantes de este río que son en regular cantidad, no calculada hasta la fecha.

V

La fuerza eléctrica para el manejo de las diversas máquinas y para los transportes se puede obtener de la Compañía Hidroeléctrica e Irrigadora del Chapala, S. A., que suministra fuerza a varios distritos mineros del Estado, y que tiene sus líneas de transmisión establecidas como puede verse en el mapa de las principales vías de comunicación en Jalisco. La línea que sale de Guadalajara lleva 2,500 caballos de fuerza y llega a la primera casa de transformadores, establecida en Lo de Guevara, entre Tequila y Magdalena; de estos transformadores sale la línea que va hacia el Sur, que pasa por cerca de Etzatlán y termina en el Rancho de Las Jiménez, en donde está la casa de transformadores para el servicio de una hacienda de beneficio por cianuración, de propiedad de la Amparo Mining Company. De esta casa de transformadores en Las Jiménez se puede desprender la línea que lleve fuerza eléctrica para Ameca, teniendo que construírse sólo como unos 8 ó 9 kilómetros de línea de transmisión.

Se puede obtener el caballo de fuerza eléctrica a razón de $ 100 o $ 125 como máximo.

El desarrollo intensivo de la minería en México y espe-

cialmente en Jalisco, en condiciones normales, depende principalmente de la subdivisión de la propiedad minera o limitación superficial de la extensión de los fundos mineros, de los fletes de minerales baratos y de los precios reducidos en el beneficio de ellos o sea "maquilas baratas."

México, 12 de mayo de 1915.

ANEXOS

DATOS CLIMATERICOS DE GUADALAJARA

ING. MARIANO BARCENA (1)

"La comparación que hemos hecho de los elementos meteorológicos observados en Guadalajara en el espacio de seis años, nos pone en aptitud de deducir los principales rasgos del clima de esta ciudad, así como con grande aproximación del correspondiente al valle en que se halla situada.

TEMPERATURA.—Juzgando por la temperatura media anual, podemos decir que el clima de Guadalajara toca el límite superior del clima templado y principio del cálido, pues la temperatura media deducida de las medias de dichos seis años, es de 19°.76, y el clima cálido comienza a contarse de 20 grados en adelante; las medias anuales fueron subiendo sucesivamente en tres años, hasta llegar a 20°.90, y descendieron después. Las temperaturas medias mensuales indican, de un modo general, un ascenso desde Enero hacia el Verano, que se acentúa o falta algunas veces entre Febrero y Abril; pero llega a su límite superior en Mayo o Junio, pues siempre la llegada de la estación lluviosa detiene la marcha ascendente del calor, el que baja con cierta moderación hasta principio del Otoño, descendiendo en seguida, con alguna rapidez, hasta el Invierno.

Los meses más cálidos son Abril y Mayo y a veces Junio;

(1) Ensayo estadístico del Estado de Jalisco. *Anales del Ministerio de Fomento*, t. IX, 1891, p. 299.

las máximas extremas varían de 31°.20 a 35°.50, que ocurrió en el año de 1882; la máxima más repetida ha sido de 34°. La mayor alza se verifica cuando faltan las lluvias de Primavera y dominan los vientos de SW., y así la falta de lluvia en los primeros meses del año hace esperar un verano más cálido.

Los descensos bajo cero han acontecido solamente en dos años, 1880 y 81, en que fueron —4°.50 y —3°.20; las mínimas tienen lugar entre Diciembre y Febrero, siendo más repetidas en Enero, que en consecuencia es el mes más frío: como hemos dicho, con indicaciones del termómetro a la sombra, de 4 a 5 grados sobre cero, todavía puede haber heladas en los campos. Los abatimientos notables de la temperatura se relacionan con el dominio de vientos del NW.; las temperaturas mínimas ya pasan de 4 grados sobre cero desde Marzo.

Las heladas tienen lugar entre Diciembre y Febrero, y son accidentales en Marzo y muy raras en Abril; estas últimas generalmente acontecen por el súbito despejamiento del cielo después de temporales procedentes del Sur. Las nevadas son verdaderamente accidentales; y dos, que con gran sorpresa han sido observadas en estos últimos años, han reconocido por causa hondas perturbaciones atmosféricas extendidas sobre grandes regiones. Las mayores oscilaciones mensuales observadas entre las temperaturas máxima y mínima, han sido de 38°.70 y 37°.20, siendo la menor de 27°.20 y que ha sido repetida en dos años; esa mayor diferencia entre las temperaturas extremas, generalmente ocurre en lapsos de 5 a 6 meses en la primera mitad del año.

Los meses en que la temperatura media se aproxima más a la media anual, son Abril y Octubre.

PRESION BAROMETRICA.—La presión media anual del barómetro es de 636 milímetros, deducida de las observaciones correspondientes a seis años, y ha venido variando

de 634^{mm}.28 a 636^{mm}.69, subiendo y bajando de dos en dos años.

La presión mínima minimorum observada, ha sido de 631^{mm}.60 en 1881, y la más alta de 642^{mm}.24 en 1882; por consiguiente, la mayor amplitud en que ha variado el barómetro en esos seis años, es de 10^{mm}.64; pero la mayor oscilación en un año, sólo ha sido de 9^{mm}.49, y la más reducida de 4^{mm}.74.

Respecto a la presión media mensual, puede decirse que generalmente va subiendo al principio de las estaciones; su mínima es común en el mes de Mayo, y el mayor ascenso en Invierno.

Estas oscilaciones se verifican con cambio en las direcciones del viento. Al principio de 1881 fueron notables las variaciones barométricas, y trajeron por consecuencia las lluvias, temporales y nevadas que en aquel año ocurrieron; en Octubre del propio año en que aconteció el mínimum minimorum de las presiones, hubo recios temporales que ocasionaron pérdidas de consideración en los mares, y aun se internaron al continente.

HUMEDAD ATMOSFERICA.—En general el estado higrométrico del aire aumenta entre Enero y el principio de la Primavera, con alguna vacilación, a veces entre Enero y Marzo; asciende la humedad en Estío y Otoño, y desciende, para subir de nuevo en Invierno. La mínima minimorum observada, ha sido de 12% y la más alta de 90; el mayor grado de humedad corresponde a dominio de vientos del NW. y del SE., y estos últimos traen la humedad, de los vapores que se elevan del lago de Chapala, el cual se encuentra en esa región respecto de Guadalajara.

NUBLOSIDAD.—De Enero a Mayo proceden generalmente las nubes del tercer cuadrante, y se pasan en seguida al primero, dominando en la estación de lluvias las de Oriente, y después vuelven a proceder del tercero. Se obser-

va que en los primeros meses del año están generalmente uniformes en sus direcciones las nubes y el viento, pero aquellas proceden siempre del Oriente al iniciarse la estación lluviosa, avanzándose ésta si se anticipa también aquel cambio de dirección. Verificada tantas veces esta regla, puede proporcionar preciosa ayuda al agricultor para normar la época de sus siembras.

Es muy común en Guadalajara que en los meses de Estío comiencen a levantarse hacia el Oriente pequeñas masas de nubes a eso de las tres de la tarde, y después de una hora ya se ven unidas a la tierra por cortina de lluvia; aumenta con rapidez la masa nimbosa, y al caer la tarde se avanza, llena de electricidad, a descargar repetidos truenos y copiosa lluvia sobre la Ciudad y el valle.

VIENTO.—Revisando las direcciones de los vientos en los diversos meses del año, se puede decir de un modo general, que en los primeros seis meses el viento vira entre los cuadrantes 3.º y 4.º, o como si dijéramos en la región occidental del meridiano de Guadalajara; en la segunda mitad del año el viento vira entre los cuadrantes 2.º y 1.º, o sea en la región oriental del meridiano.

Respecto a las direcciones dominantes en el año, hemos visto que han sido las de SW., NE., SE., NW. y E., en las proporciones de cuatro, dos, dos, uno, uno; y por consiguiente, por la ley observada en los seis años referidos, podremos decir que el viento más dominante en Guadalajara es del tercer cuadrante o SW.

Buscando las relaciones de los vientos con algunos de los otros fenómenos meteorológicos, se ve, que el NW. trae las perturbaciones atmosféricas, así como las lluvias y mayores abatimientos de temperatura en el Invierno: el SW. es el más cálido; el NW. y el SE. los más húmedos; los vientos más veloces se desarrollan generalmente entre Fe-

brero y Abril. La estación de lluvias se establece cuando el viento viene del lado oriental del meridiano.

LLUVIA.—En Guadalajara hay dos estaciones bien marcadas; la de lluvias y la de secas, comenzando la primera en Mayo y terminando en Octubre. También hay a veces lluvias de principio de año, llamadas cabañuelas, y según lo observado en los años que venimos comparando, esas lluvias accidentales se han venido repitiendo cada dos años y se relacionan con vientos del 4.º cuadrante.

Los meses más lluviosos, o aquellos en que cae más cantidad de agua, son los de Julio y Septiembre; la mayor altura de lluvias registrada en 24 horas, llegó a 69 milímetros en los años comparados.

De las alturas anuales de lluvia registradas durante 12 años, se deduce que la mínima es de 605 milímetros y la más alta de 1,129; la altura media correspondiente a diez años, es de 872 milímetros 30 centésimos.

Uno de los datos meteorológicos prácticos de mayor importancia para un agricultor, es sin duda la determinación de la ley de la periodicidad de lluvias en cada comarca. Se comprende que para nosotros es imposible, por ahora, hacer aquella determinación, puesto que no contamos más que con doce años de observación, y para buscar la concomitancia de los otros elementos meteorológicos como las lluvias, así como las variaciones accidentales que éstas puedan tener, es necesario revisar largas series de observaciones.

Sin embargo, para fundar el principio de este estudio citaremos las observaciones que se desprenden de estos datos de doce años.

Construyendo la curva con esas anotaciones, y poniendo por abscisa la línea que represente la media anual de diez años, tenemos sobre de ella las alturas correspondientes a los años de 1874, 1878, 1880, 1881 y 1885, quedando deba-

jo los otros años comprendidos entre los citados, distribuídos de modo que hay primero tres inferiores juntos, después uno aislado, y en seguida otros tres precedidos por dos superiores, de manera que podemos representar esa ley en forma de fracciones del modo siguiente:

$$\frac{1}{3} : \frac{1}{1} : \frac{2}{3}$$

Para graduar mejor la diferencia de las alturas de unos años y otros, tomemos 100 milímetros por unidad, y traduzcamos con esta notación la secuela seguida por aquellos datos. Las diferencias entre las alturas medias de cada uno de los doce años, y la media de 10 años, que es 872.30, son las siguientes:

+ 27 milímetros 90 centésimos: — 28.30; — 185.30
— 42.30; + 235.10; — 202.30; + 256.80 + 163.80;
— 81.10; — 143.80; — 266.90; + 80.70.

Tenemos primero que para una altura positiva de menos de una unidad, se siguen tres negativas, dos menores que la unidad, comprendiendo entre ellas una de cerca de dos unidades.

A tres alturas negativas, dos inferiores a la unidad, comprendiendo una de cerca de dos unidades, se sigue una positiva de más de dos unidades.

Para una altura positiva aislada, de más de dos unidades, se sigue una negativa aislada de dos unidades.

Para una altura negativa aislada de dos unidades, se siguen dos positivas; una de dos unidades y otra de una.

Para dos alturas positivas, una de dos unidades y otra de una, se siguen tres negativas; una inferior a la unidad, otra de una y la última de dos.

En fin, para tres negativas anteriores se sigue una positiva de menos de una unidad."

INSTITUTO GEOLOGICO NACIONAL

Clasificación de las rocas enviadas a la Secretaría de Fomento, por los señores ingenieros Amado Aguirre, Ed. Thomson y W. J. Pentlan, de las regiones de Etzatlán y de Hostotipaquillo, Jalisco, y tres ejemplares de rocas colectadas por el ingeniero A. Villafaña, en la región de "El Favor" y Tecalitlán, 9.° Cantón del Estado de Jalisco.

Número de Lámina 3646. Número de entrada 60 (1914).

Número 26.—Barranca de la Navidad, Camino entre Tecalitlán y el Mineral del Favor, roca que aflora bajo el granito, en los arroyos y barrancas.

Gabro de amfíbola y augita; estructura ofítica; plagioclasa (labrador—bytownita, Ab_{40}—Ab_{25}) de formas prismáticas, amfíbola común (primaria ?) y augita diopsítica transformada en uralita.

Número de Lámina 3647. Número de entrada 61 (1914).

Número 27.—Lomerío del Mineral del Favor, Tamazula. Roca dominante en las sierras del Alo, El Perico y Tamazula.

Granitita (alcalina ?); cuarzo, albita (Ab_{90}) ortoclasa y biotita.

Número de Lámina 3648. Número de entrada 62 (1914).

Número 28.—Cuesta Alta, en el Camino de Tecalitlán.—Mineral del Favor, Tecalitlán.

Andesita de anfíbola, alterada, con inclusión de rhyolita.

Número de Lámina 3649. Número de entrada 63 (1914).

Número 28 A.—Mineral de la Embocada, Etzatlán, 12.° Cantón. Roca empleada en las construcciones.

Rhyolita devitrificada.

Número de Lámina 3650. Número de entrada 64 (1914).

Número 29.—Mina de San Juan y Santo Domingo, Etzatlán, Nivel 300 m.

Andesita muy alterada (con clorita).

Número de Lámina 3651. Número de entrada 65 (1914).
Número 29 A.—Mina de San Juan y Santo Domingo, Etzatlán, Nivel 300 m. Respaldo.
Andesita alterada de hiperstena (?) con olivino y augita.

Número de Lámina 3652. Número de entrada 66 (1914).
Número 30.—Mina de San Juan y Santo Domingo, Etzatlán, Nivel 400 m., W. Respaldo.
Andesita propilitizada.

Número de Lámina 3653. Número de entrada 67 (1914).
Número 31 A.—Mina de San Juan y Santo Domingo, Etzatlán, Nivel 500 m., W. Respaldo.
Andesita brechoide silicificada.

Número de entrada 68 (1914).
Número 31.—Mina de San Juan y Santo Domingo, Etzatlán, Nivel 500 m.
Andesita brechoide silicificada.

Número de entrada 69 (1914).
Número 33 A.—Mina de San Juan y Santo Domingo, Etzatlán, Nivel 700 m.
Andesita propilitizada.

Número de entrada 70 (1914).
Número 34.—Mina de San Juan y Santo Domingo, Etzatlán, Nivel 900 m. frente S.
Andesita propitilizada.

Número de Lámina 3654. Número de entrada 71 (1914).
Número 34 A.—Mina de San Juan y Santo Domingo, Etzatlán, Nivel 900 m. Respaldo E.
Brecha andesítica.

Número de Lámina 3655. Número de entrada 72 (1914).

Número 40.—Mina del Magistral, Ameca. Roca a la entrada del socavón principal.

Granitita alterada (propilitizada); cuarzo, ortoclasa y albita (Ab_{90}) alteradas, biotita alterada en clorita (peninita) y pirita como producto secundario de la magnetita y apatita.

Número de Lámina 3656. Número de entrada 73 (1914).

Número 41.—Mina del Magistral, Ameca. Nivel del socavón principal, cerca de corte de veta.

Andesita alterada (propilitizada) impregnada de sílice y de epidota.

Número de Lámina 3657. Número de entrada 74 (1914).

Número 42.—Minas del Refugio, Mineral de Buenos Aires, Tepic.

Diorita cuarcífera de bastita y augita, estructura hipidiomórfica, plagioclasa—labrador (Ab_{50}—Ab_{40}) poca ortoclasa y cuarzo, bastita y augita diopsídica fresca.

Número de entrada 75 (1914).

Números 43—52.—Minas del Refugio, Mineral de Buenos Aires, Tepic.

Andesitas y rhyolitas.

Número de Lámina 3658. Número de entrada 76 (1914).

Número 53.—Minas del Refugio, Mineral de Buenos Aires, Tepic.

Basalto de plagioclasa de augita y olivino (holocristalino-porfírico).

México, 23 de abril de 1914.—El Jefe de la Sección, *Paul Waitz.*—V.º B.º El Director, *José G. Aguilera.*

Clasificación de unas rocas del Mineral de La Embocada, Etzatlán, Jalisco, remitidas por la "Amparo Mining Co."

Número de Lámina 3250. Número de entrada 1 (1913).

Número 476. Roca. Pared S. de la Estación. Nivel 900.

Andesita propilitizada, impregnada de carbonatos y clorita.

Número de Lámina 3251. Número de entrada 2 (1913).

Número 477. Roca. Crucero E. del nivel 600′ entre las vetas "Verde" y "Tepehuaje."

Andesita de augita e hiperstena, holocristalina porfírica, de color pardo rojizo. De una pasta fundamental microcristalina, sobresalen cristales pequeños de plagioclasas incoloras y manchas verdosas de piroxenas.

Al microscopio la estructura es holocristalina porfírica y la roca se compone de una pasta fundamental microcristalina de feldespatos con óxidos de fierro y de fenocristales de plagioclasa, augita e hiperstena.

Las plagioclasas se presentan en formas equidimensionales, están rotas y arredondadas; demuestran frecuentemente una estructura zonal a causa de zonas concéntricas de mezclas diferentes por una parte, y a causa del cambio de zonas llenas de inclusiones con otras sin ellas por otra parte. Por lo regular la zona marginal es transparente y homogénea, mientras que el centro es turbio por dichas inclusiones. Las mezclas de las plagioclasas varían entre las de labradorita básica y bytownita básica con mezclas más ácidas en las partes marginales. La gemelación de albita y la de Karlsbad son las más frecuentes.

Las augitas aunque también están frecuentemente rotas, que llevan un margen de opacita y que parecen arredondadas por una reabsorción magmática, en el interior están

muy bien conservadas y son de una transparencia muy alta y casi sin color. Esta circunstancia permite distinguirlas inmediatamente de la piroxena rómbica (bastita) que se presenta en forma de prismas alargados verdosos, con un ligero dicroísmo, extinción recta y bajos colores de interferencia. Esta piroxena es más antigua que la augita, que de vez en cuando la envuelve. Esta última demuestra el crucero típico de la augita con toda claridad lo mismo que una frecuente gemelación. La hiperstena ya no tiene crucero ni se presenta en forma de gemelos y su transformación en serpentina está muy adelantada. Como inclusiones llevan los dos minerales solamente óxidos de fierro.

Además de estos fenocristales hay uno que otro de un mineral completamente alterado en serpentina antigorita; el mineral original de este producto de alteración, por la forma cristalográfica y el producto de su transformación, parece haber sido olivino.

Los óxidos de fierro se presentan en granos de diferentes tamaños y algunas veces, sobre todo en las aglomeraciones de las piroxenas, en forma de esqueletos de cristales.

Número de Lámina 3252. Número de entrada 3 (1913).

Número 478. Roca. Frente del crucero á la veta del "Tepehuaje."

Andesita propilitizada, alterada impregnada de carbonatos y clorita.

Número de Lámina 3253. Número de entrada 4 (1913).

Número 479. Roca. Crucero W. a la veta "A," nivel 900′.

Dacita propilitizada, impregnada de carbonatos.

La muestra es una roca de color gris rojizo con manchas verdes, de estructura porfírica con fenocristales de feldespatos blancos.

Al microscopio resaltan grandes fenocristales de un feldespato de la composición de una labradorita básica ya

algo descompuesta y turbia por los productos de su alteración. La pasta fundamental se constituye de una mezcla hipocristalina de plagioclasas y cuarzo, impregnada de carbonatos y epidota.

Número de Lámina 3254. Número de entrada 5 (1913).
Número 471. Roca. Crucero al E. de la veta "Verde", nivel 700′.
Andesita de hiperstena y amfíbola (?), alteradas, impregnada de carbonatos y substancias cloríticas.

Número de entrada 6 (1913).
Número 482. Roca. Crucero W. entre San Juan y San Miguel, nivel 700′.
Brecha andesítica con pedazos de andesita propilitizada.

Número de Lámina 3255. Número de entrada 7 (1913).
Número 483. Roca. Ventanilla del Tiro número 2, nivel 900′.
Andesita propilitizada de hiperstena (transformada en clorita), alterada e impregnada de carbonatos. La roca es parecida a las de los números 3250, 3252 y también 3253, pero no contiene cuarzo como esta última, mientras que su contenido en hiperstena es mayor.

Número de Lámina 3256. Número de entrada 8 (1913).
Número 485. Roca. Crucero W., en el túnel, nivel 320′.
Andesita de hiperstena y augita, bastante fresca con fenocristales de una labradorita básica.

Número de Lámina 3257. Número de entrada 9 (1913).
Número 484. Roca. Frente N. de la campana, nivel 700′.
Brecha de fricción de material dacítico. La roca tiene la estructura de una arenisca, compuesta de ortoclasa, pagioclasa y cuarzo con un cemento criptocristalino. En grietas hay infiltraciones de cuarzo (Ametista), blenda y galena.

Número de Lámina 3258. Número de entrada 10 (1913).
Número 502. Roca. Superficie. Mesa Colorada.
Andesita compacta basáltica (Labradorita) de amfíbola alterada.

Número de Lámina 3259. Número de entrada 11 (1913).
Número 507. Roca. Superficie del fondo de los Arros.
Dacita brechoide alterada.

Número de Lámina 3260. Número de entrada 12 (1913).
Número 508. Roca. Superficie, Mesa Colorada.
Andesita microcristalina (Labradorita) con amfíbola e hiperstena.

Número de Lámina 3261. Número de entrada 13 (1913).
Número 511. Roca. Superficie cerca del vértice 7.
Dacita alterada muy semejante a la muestra número de lámina 3253, impregnada con cuarzo y epidota.

Número de Lámina 3262. Número de entrada 14 (1913).
Número 512. Roca. Superficie región central del Distrito.
Andesita algo propilitizada, de hiperstena alterada en clorita con feldespato plagioclasa de la composición de la Bytownita.

Número de entrada 15 (1913).
Mena común, nivel 300′.
Roca completamente alterada y kaolinizada.

Número de entrada 16 (1913).
Mena común, nivel 600′.
Brecha de andesita propilítica con clorita y cuarzo.

Número de Lámina 3263. Número de entrada 18 (1913).
Nivel 760′.
Roca finamente triturada, compuesta de feldespatos.

Número de entrada 19 (1913).
Mena común, nivel 900′.
Brecha de andesita propilítica con clorita y cuarzo como los números de entrada 16 y 17.

Número de entrada 20 (1913).

Sin localidad.

Conglomerado andesítico.

Número de entrada 21 (1913).

Número 513. Roca. Superficie, al E. del tiro número 2.

Toba rhyolítica.

Número de entrada 22 (1913).

Número 514. Roca. Superficie, al E. del Tiro número 2.

Rhyolita alterada.

Número de entrada 23 (1913).

Número 515. Roca. Superficie, cerca de la presa número 4.

Rhyolita.

México, febrero 22 de 1913.—El Jefe de la Sección, *Paul Waitz.*—V.º B.º El Director, *José G. Aguilera.*

FUNDOS MINEROS DE LAS REGIONES CENTRAL Y SE. DEL ESTADO DE JALISCO

(ANOTADOS DESDE EL SUR DEL RIO GRANDE DE SANTIAGO HASTA EL LIMITE SUR DEL ESTADO)

RESUMEN

			h.	a.	ca.
En varios Municipios del I Cantón	5	fundos con superficie de	34	00	00
En Ajijic, VII Cantón	24	,, ,, ,, ,,	139	31	00
En Tequila, XII Cantón	12	,, ,, ,, ,,	81	00	00
En Hostotipaquillo, XII Cantón	296	,, ,, ,, ,,	3,418	20	38
En Etzatlán, XII Cantón	110	,, ,, ,, ,,	1,228	00	00
En Ameca, S. Martín, Juchitán y Tecolotlán, V Cantón	160	,, ,, ,, ,,	1,757	98	36
En Guachinango, X Cantón	49	,, ,, ,, ,,	757	30	42
En Tapalpa, Chiquilistlán y Atemajac, IV Cantón	106	,, ,, ,, ,,	819	65	64
En varios Municipios del IX Cantón	55	,, ,, ,, ,,	1,052	23	00
Totales	817	,, ,, ,, ,,	9,287	68	80

FUNDOS MINEROS UBICADOS EN EL I CANTON (GUADALAJARA)

Nombre de la mina	Municipalidad de	Minerales que se trata de explotar	Superficie	Nombre del dueño o del denunciante	Núm. del título
—	—	—	—	—	—
La Reforma	Yahualica	Plata	3	Pablo Gaurigué	37,442
San Miguel	,,	Oro y plata	20	Margarito Pérez	52,989
La Abundancia	Tlajomulco	,, ,,	4	Carlos León y Socios	4,958
Providencia	Ixtlahuacán	,, ,,	6	Vicente F. Villanueva y Socio	45,476
La Providencia de Guadalupe	Portezuelo	,, ,,	1	Francisco Barba	53,227

Fundos mineros ubicados en el XII Cantón (Ahualulco)

Nombre de la mina	Municipalidad de	Minerales que se trata de explotar	Superficie	Nombre del dueño o del denunciante	Núm. del título
Eureka	Tequila	Oro y plata	4	Guillermo A. Frost	23,480
Las Tinieblas	,,	,, ,,	4	Francisco M. Silva	1,735
La Paz	,,	,, ,,	12	R. M. Uruchurtu	3,067
La Blanca	,,	,, ,,	14	Gustavo A. Wagner	3,068
La Malinche	,,	,, ,,	2	R. M. Uruchurtu	5,216
La Trinidad	,,	,, ,,	2	Guillermo A. Frost	23,481
Nevado	,,	,, ,,	2	,, ,,	23,318
Padre Martínez	,,	,, ,,	10	R. M. Uruchurtu	3,066
San Francisco	,,	,, ,,	2	,, ,,	2,697
San Salvador	,,	Plata	26	,, ,,	2,696
San Cayetano	,,	,,	2	,, ,,	2,698
Veta Grande	,,	Oro y plata	1	,, ,,	5,232

Fundos mineros ubicados en el VII Cantón (Chapala)

Anexas de minas El Tepehuaje	Ajijic	Oro y plata	2	Leopoldo Walkup	34,781
Anexas a mina La Trinidad	”	” ”	6	Quién Sabe Mining Co.	40,403
Ampliación al O. de Proveedora	”	Oro	5	Charles H. Maús	43,659
Anexas a La Providencia	”	Oro y plata	8	” ” ”	46,634
Ampliación al N. de La Proveedora	”	” ”	16	” ” ”	46,781
Ampliación al E. de La Proveedora	”	” ”	10	” ” ”	47,375
Ampliación al N. de La Soledad	”	” ”	5	Sabino Aguilar y Socio	50,811
Ampliación del Moro	”	” ”	15	Víctor Hunton y Socio	51,591
El Tepehuaje	”	Plata	2	Quién Sabe Mining Co.	943
El Cacique	”	Oro y plata	4	” ” ” ”	43,143
El Oro	”	Oro	2	Patrick E. Blalock	41,559
Estrella de Oro	”	Oro y plata	2	Víctor Hunton	53,419
El Moro	”	” ”	5	A. G. Hermosillo	53,510
El Morito	”	” ”	2	” ”	53,817
La Proveedora	”	” ”	10	Cía. Minera de Ajijic	22,749
La Oriental	”	” ”	5	Patrick E. Blalock	36,004
La Trinidad	”	” ”	4	Walter Wheeler	37,257
La Guadalupe	”	” ”	4	Timoteo Aldana y Socio.	46,881
La Soledad	”	” ”	9	Sabino Aguilar y Socio	49,794
La Mesa	”	” ”	2	A. G. Hermosillo	53,926
Planeta	”	” ”	1 31	Víctor Hunton	53,352
San Carlos	”	” ”	5	Walter Wheeler	45,964
Tres Marías	”	” ”	3	Aurelio Hermosillo	51,927
Viola	”	Oro	12	Walter Wheeler	46,049

Fundos mineros ubicados en el XII Cantón (Ahualulco)

Nombre de la mina	Municipalidad de	Minerales que se trata de explotar	Superficie	Nombre del dueño o del denunciante	Núm. del título
Ampliación de la Reina.......	Hostotipaquillo......	Plata y oro.........	 12	C. W. Schmeling.........	20,305
América Anexas.................	,, ...	,, ,, ...	 2	Daniel B. Nichols.........	20,190
Ampliación de San Gregorio.	,, ...	,, ,, ...	 8	Compañía Minera Grande y Anexas.............	20,589
Aguila Anexas	,, ...	Plata y plomo.....	 26	Aguila Amalg. Mining Company	24,849
1ª Ampliación de Cinco Minas..............................	,, ...	Plata y oro.........	 4	Martínez y Cardona......	24,970
Albanadín Anexas.............	,, ...	,, ,, ...	... 3 58	Mololoa Mining Co......	25,179
Anexas a La Plomisa..........	,, ...	,, ,, ...	 5	R. González Rubio.......	26,735
4ª Ampliación de Cabrera....	,, ...	,, ,, ...	 2	E. R. de Parra Sucesores	27,170
Anexas a Santa Fe.............	,, ...	,, ,, ...	... 11 41	A. J. Escobedo...........	29,437
Ampliación del Tepehuaje...	,, ...	,, ,, ...	 4	Mauricio Topete y Socio.	
Ampliación N E. de Cinco Minas	,, ...	,, ,, ...	 19	Martínez y Cardona......	30,012
5ª Ampliación de Cabrera....	,, ...	,, ,, ...	9 49 99	Sara P. de Blanco.........	31,549
1ª Ampliación de La Espada	,, ...	,, ,, ...	24	J. Ventura Parra.........	32,861
6ª Ampliación de Cabrera....	,, ...	Plata.................	2	E. R. de Parra Sucesores.	35,990
Ampliación de la Restauradora..............................	,, ...	Plata y oro.........	12	Republic Mining Co......	31,630
Ampliación de Cristóbal de Oñate............................	,, ...	,, ,, ...	5 39 ...	Mololoa Mines Company	32,727
7ª Ampliación de Cabrera....	,, ...	,, ,, ...	3	E. R. de Parra Sucesores.	32,696
3ª Ampliacion de Cinco Minas..............................	,, ...	,, ,, ...	2	Martínez y Cardona......	32,068
Animas y Cabrera	,, ...	Plata.................	 11	Virginia & Mexico Mines Company...........	1,661 1,662

Ampliación del Favor y N. Favor	Hostotipaquillo	Plata	...	4	...	Zacarías Topete	7,762
Ampliación Hundido o Salomón	"	"	...	...	10	Luis Martínez	15.808
Ampliación de El Nogal	"	"	...	3	40	D. Funess y Compañía	19.943
Ampliación de Santiago	"	"	...	2	74	" "	23,354
Ampliación de Cabrera	"	"	...	...	45	Virginia & Mexico Mines Company	20,935
Ampliación de Peralta	"	"	...	...	4	Virginia & Mexico Mines Company	16,401
4ª Ampliación de Peralta	"	"	...	...	15	Virginia & Mexico Mines Company	21,382
Ampliación América y Buenavista	"	"	1	20	16	American Mining Co.	14,581
Ampliación de la Trinidad	"	"	...	...	6	David H. Sands	15.643
Ampliación de Casados	"	"	...	...	1	Dwiglit Funess Co.	17,907
Ampliación de La Colorada	"	"	...	...	7	Isaac P. Martínez y Socio	16,538
Albarradón	"	"	...	...	7	Mololoa Mining Co.	24.365
Ampliación de Mina Grande	"	"	...	...	9	Dwiglit Funess Co.	18,011
Ampliación Sur del Hundido	"	"	6	38	25	Lino Martínez	19,632
Ampliación de Támara	"	Plata y oro	2	52	41	Carlos Romero	55,004
Amelia Anexas	"	" "	15	...	...	Mololoa Mines Co.	33,881
Ampliación de Saturno	"	" "	3	...	...	Daniel B. Nichols	33,912
Aguila Anexas núm. 3, El	"	Plata	24	...	...	E. S. Graham	35,024
Ampliación de Mololoa	"	Plata y oro	5	77	51	Mololoa Mines Co.	35.555
Alvarado	"	" "	4	...	...	Carlos P. Adams	36,924
Ampliación del Títere	"	" "	28	...	...	José Castellot	35,600
Ampliación de la Cruz del Sur	"	" "	10	27	22	" "	38,531
Ampliación de Oyama	"	" "	10	...	...	Vick Mining Company	36,108
Ampliación 2ª de La Cruz del Sur	"	" "	14	...	...	José Castellot	37,725

Nombre de la mina	Municipalidad de	Minerales que se trata de explotar	Superficie	Nombre del dueño o del denunciante	Núm. del título
Ampliación 2ª de Saturno....	Hostotipaquillo......	Plata y oro.........	61	José Castellot..............	37,449
Ampliación de La República.	,, ...	,, ,, ...	9	R. González Rubio	37,775
Ampliación de Santa Fe......	,, ...	,, ,, ...	7 51 50	Carlos E. Hall.............	39,891
Anexas de Palmillas	,, ...	Plata.................	9	,, ,, ...	38,247
Aguila Anexas núm. 4, El...	,, ...	Plata y oro	13 89 18	C. P. Bowker..............	41,807
Ampliación de Quebradilla...	,, ...	Plata y cobre.....	10	Carlos Romero............	43,735
Ampliación de El Refugio ...	,, ...	Plata y oro.........	6	G. R. Valderrama.........	41,658
Ampliación 4ª de Cinco Minas..............................	,, ...	,, ,, ...	13 96 60	Martínez y Cardona......	42,240
Ampliación 3ª de Saturno....	,, ...	Plata.................	83	Daniel B. Nichols.........	43,826
Ampliación del Cetro..........	,, ...	Plata	6 25 12	Cía. Minera El Ancla...	43,658
Ampliación 2ª de Quebradilla	,, ...	Plata y oro.........	19	Compañía Minera Grande y Anexas.............	45,363
Ampliación de El Aguila.....	,, ...	,, ,, ...	55	C. P. Bowker..............	44,549
Anaconda.........................	,, ...	,, ,, ...	14	Guy W. Warden.........	44,997
Ampliación de Alvarado......	,, ...	,, ,, ...	9	C. P. Adams................	45,986
Aguila Anexas Nº 5...........	,, ...	,, ,, ...	4 94 29	C. P. Bowker..............	46,341
Ampliación de La Josefita..	,, ...	,, ,, ...	6	José Castellot..............	46,619
Ampliación 6ª de Cinco Minas..............................	,, ...	Plata	67	Henry E. Crawford	47,028
Ampliación 4ª de Saturno....	,, ...	,, ...	90	José Castellot..............	47,507
Ampliación de La Central...	,, ...	,, ...	10 90 95	Cía. Minera El Ancla...	47,670
Ariana..............................	,, ...	,, ...	9	Cía. Min. Mina Grande.	49,335
Anita................................	,, ...	,, ...	10	Cía. Min. Sto. Domingo.	37,613
Ampliación 7ª de Cinco Minas	,, ...	,, ...	30	H. E. Crawford...........	50,426
Ampliación 8ª de Cinco Minas	,, ...	,, ...	14	,, ,, ,, ...	50,437
Ampliación 10ª de Cinco Minas	,, ...	,, ...	10	Cía. Min. Cinco Minas..	52,208

Ampliación 3ª de Cruz del Sur	,,	,,	30	...	...	José Castellot	52,364
Ampliación de La Camelia	,,	,,	6	...	...	A. R. Martínez	52,585
Ampliación de La Occidental	,,	,,	17	91	10	Daniel M. Conville	53,473
Ampliación 9ª de Cinco Minas	,,	,,	12	94	61	H. E. Crawford	53,129
Ampliación 11ª de Cinco Minas	,,	,,	32	42	27	,, ,, ,,	53,339
Ampliación de La Aventura	,,	,,	1	...	...	Cía. Min. Mina Grande.	53,820
Ampliación de La Reserva	,,	Plata y oro	1	...	...	Toribio Ornelas	21,476
Buena Esperanza	,,	Plata	2	...	...	Luis G. Martínez	7,273
Buenos Aires	,,	,,	2	...	...	,, ,,	7,995
Buenavista	,,	,,	44	...	...	American Mining Co.	11,138
Bonanza Anexa, La	,,	Plata y oro	13	...	...	C. P. Bowker	46,714
Cabrera Ampliación	,,	,, ,,	7	...	...	Virginia Mex. Min. Co.	16,400
Cabrera Demasías	,,	,, ,,	9	61	...	,, ,, ,, ,,	10,021
Cinco Minas	,,	,, ,,	40	...	...	Martínez y Cardona	23,079
Coronel	,,	,, ,,	6	...	...	Mauricio Topete y Socio.	11,449
Casados	,,	,, ,,	4	...	...	Carlos Romero	34,244
Casados Anexas Nº 1	,,	,, ,,	15	...	...	William R. Ramsdell	37,529
Consuelo Anexas	,,	,, ,,	10	59	70	Cía. Santo Domingo	42,080
Camelia Anexas	,,	,, ,,	6	...	...	Frank G. Stevens	45,732
Canadá Anexas	,,	,, ,,	12	...	...	S. M. Graham y Socio	47,853
Cómo No, 2ª	,,	,, ,,	48	...	...	E. L. Porch	51,488
Demasías de El Hundido	,,	Plata	0	80	...	Luis Martínez	21,606
Doña Emma	,,	,,	10	...	...	Daniel M. Conville	28,039
Doña Martha	,,	,,	18	...	...	,, ,, ,,	30,626
Doña Emma Anexas	,,	,,	7	32	...	,, ,, ,,	33,890
Dos de Febrero	,,	,,	10	...	...	J. G. Povedano	52,592
Demasías de la Cruz del Sur.	,,	,,	1	10	40	José Castellot	53,633
El Organo	,,	,,	9	47	...	Luis G. Martínez	6,478

Nombre de la mina	Municipalidad de	Minerales que se trata de explotar	Superficie	Nombre del dueño o del denunciante	Núm. del título
El Tesoro	Hostotipaquillo	Plata	12	Luis L. Blanco	4,899
Eureka	,,	,,	8	E. R. de Parra y Socio...	7,556
El Orito	,,	Plata y oro	2	E. de B. Luekis	8,434
El Nogal	,,	Plata	5	,, ,, ,,	8,176
El Cabo	,,	,,	2	,, ,, ,,	9,395
El Caporal	,,	,,	2	,, ,, ,,	14,843
El Nuevo Favor	,,	,,	3	Zacarías Topete	7,761
El Refugio	,,	,,	2	Fco. Ríos Valderrama ...	20,621
El Favor y Demasías	,,	,,	6 95 ...	D. Funess y Comp.	23,124
El Tepehuaje	,,	,,	2	Carlos Romero	19,752
El Títere	,,	,,	4	José Castellot	19,839
El Nombre de Dios	,,	,,	1	Cía. Min. Sto. Domingo.	14,909
El Guajolote	,,	,,	8	W. N. Humings	19,809
El Aguila, Anexas Nº 2	,,	Plata y oro	13	Aguila Amalg. Min. Co.	22,635
Eva María	,,	,, ,,	24	J. J. Mann	24,945
El Favor y La Esperanza....	,,	,, ,,	10	Atanasio R. Martínez....	25,976
El Crestón	,,	,, ,,	16	Isaac P. Martínez	25,357
El Mono	,,	,, ,,	11 30 55	William Matew	25,945
Esperanza Ampliación	,,	,, ,,	2	Mololoa Mines Co.	26,812
El Divorcio	,,	,, ,,	6	Carlos Romero	30,387
El Fénix	,,	,, ,,	22	W. R. Ramsdell	30,628
El Divorcio Anexas	,,	,, ,,	6	,, ,, ,,	37,453
El Refugio	,,	,, ,,	32	Juan N. Soto	37,256
El Consuelo	,,	,, ,,	8	Cía. Min. Sto. Domingo.	38,157
El Tesoro	,,	,, ,,	12	Cía. Minera El Ancla....	40,594
El Ancla	,,	,, ,,	10 88 93	,, ,, ,, ,, ...	41,117
El Zapote	,,	,, ,,	4 50 ...	W. M. Matheios	40,762
El Vínculo	,,	,, ,,	5 72 98	Cía. Minera El Ancla....	41,668
El Tecolote	,,	,, ,,	4	W. M. Matheios y Socios.	42,066
Elena	,,	,, ,,	8	A. R. Martínez	43,931

El Cetro	,,	,, ,,	4	44	36	Cía. Minera El Ancla	43,226
El Canadá	,,	,, ,,	12	...	...	Geo. S. Cumine	43,694
Escocia Anexas	,,	,, ,,	33	59	48	Juan K. G. Stevens	44,151
El Velador	,,	,, ,,	8	...	...	Espada Mines Co	44,552
Eureka	,,	,, ,,	5	...	...	R. González Rubio	46,227
Esperanza Anexas	,,	,, ,,	26	...	...	Espada Mines Co	45,930
El Roble	,,	,, ,,	12	...	...	Stanley Graham	47,875
El Triángulo	,,	Plata	1	16	80	Cía. Min. Mina Grande	49,236
El Roble Ampliación	,,	Plata y oro	14	22	59	S. M. Graham	49,419
El Crestón Anexas	,,	,, ,,	39	...	...	R. González Rubio	50,433
Fortuna Anexas	,,	Plata	7	...	...	Manuel Parra	32,039
Gachupines	,,	Plata	2	...	...	Domingo González	14,896
Guarda Raya	,,	Plata y oro	7	...	...	Mololoa Mines Co	33,525
Guadalupe Anexas	,,	,, ,,	13	80	...	Isaac P. Martín	18,787
Internacional Anexas	,,	,, ,,	26	...	...	El Javer Mining Co	36,841
Juárez	,,	Plata	2	...	...	Jesús López	13,085
José Rosendo	,,	Plata y oro	8	...	...	R. González Rubio	50,427
Keystone	,,	,, ,,	4	...	...	Rosendo González Rubio	37,686
La Espada	,,	Plata	6	45	...	E. R. de Parra y Socios	1,470
La Famosa Deseada	,,	,,	6	...	...	Espada Mines Co	2,264
La Candelaria	,,	,,	1	...	...	Aristeo L. Ibarra	7,997
La América	,,	,,	3	...	...	G. R. Straw	15,802
La Colorada	,,	,,	1	...	...	Francisco L. Valderrama	8,734
La Fortuna	,,	,,	2	...	...	Manuel Parra	7,501
La Justicia	,,	,,	6	...	...	E. de B. Lukis	13,632
La Providencia	,,	,,	2	...	...	Benito Ulloa y Socios	20,008
La Esperanza	,,	Plata y oro	16	...	...	Espada Mines Co	21,914
La Guadalupana	,,	Plata	3	06	75	American Mining Co	15,710
Leahr	,,	,,	2	...	...	Gachupines Mining Co	14,890
La Aurora	,,	,,	0	41	46	,, ,, ,,	14,895
La Mexicana	,,	,,	2	...	...	David H. Sands	15,642
La Belona	,,	,,	2	...	...	,, ,,	15,641
La Purísima	,,	,,	4	...	...	J. P. Velázquez y Socios	18,283

Nombre de la mina	Municipalidad de	Minerales que se trata de explotar	Superficie	Nombre del dueño o del denunciante	Núm. del título
La Restamadora	Hostotipaquillo	Plata	2	Pablo Velázquez	19,754
La Sultana	,,	,,	3	D. H. Sando y Socios	19,753
La Fe	,,	,,	4	Marcos Reinaga y Socios	16,955
La Meta	,,	,,	5	C. W. Sehmeling	21,326
La Guadalupe	,,	Plata y oro	20	I. P. Martín	15,677
Las Delicias	,,	,, ,,	6	,, ,,	15,709
La Proveedora	,,	Plata	4	J. P. Velázquez	18,284
La Reina	,,	,,	12	C. W. Sehmeling	21,782
La Catalina	,,	Plata y oro	0 32 50	Daniel B. Nichols	16,376
La Regeneración	,,	Plata	14 06 ...	Mauricio Topete y Socio	17,908
La Colombia	,,	,,	8	R. González Rubio	17,906
La Helena	,,	Plata y oro	5 74 50	Gachupines Mining Co..	16,377
La Hada	,,	,, ,,	3 69 87	Daniel B. Nichols	17,400
La Asunción	,,	Plata	3	Juan N. Fernández	16,956
La Aguila	,,	,,	4	Federico Orendain	18,113
Las Mercedes	,,	Plata y Oro	25 20 ...	Isaac P. Martín	18,849
La Reserva	,,	,, ,,	1 95 ...	Toribio Ornelas	24,123
La Soledad	,,	Plata	2	J. M. Santiago	19,811
La Helena Anexas	,,	Plata y Oro	7	Mach B. King	20,969
La Nevada	,,	,, ,,	7	R. J. Williams	21,203
Luki Find Anexas	,,	Plata y plomo	3	Jalisco Mining Co	23,723
Las Animas	,,	,, ,,	2	Laureano García	23,795
La República	,,	,, ,,	30 05 ...	Isaac P. Martín	23,771
La Descubridora	,,	Plata y oro	4	J. V. Parra y Socios	25,650
La Plomosa	,,	Plata, oro y plomo	3	G. A. Rodríguez	25,982
La Esperanza	,,	Plata y oro	4 34 ...	Mololoa Mines Co	26,174
La Estrella de Oro	,,	,, ,,	30	D. M. Ryan	25,734
La Occidental	,,	,, ,,	36	Mololoa Mines Co	26,663
La Aurelia	,,	,, ,,	10	,, ,, ,,	26,858
La Fortunita	,,	Plata	1	Manuel Parra	27,074

La Escocia	,,	......	Plata y oro	7	96	10	El Favor Mining Co	27,703
La Perla	,,	......	Plata	4	...	...	Espada Mines Co	28,295
La Deseada Anexas	,,	......	,,	48	...	...	,, ,, ,,	29,243
La Emperatriz	,,	......	Plata y oro	15	...	...	Eliseo Guzmán	30,969
La Cruz del Sur	,,	......	,, ,,	39	...	...	Daniel B. Nichols	30,842
Las Angustias	,,	......	,, ,,	0	04	68	Mololoa Mines Co	34,321
La Soledad	,,	......	,, ,,	6	...	...	Manuel Parra y Socios	30,488
La Argentina	,,	......	,, ,,	15	...	...	Daniel M. Conville	30,742
La Clavija	,,	......	,, ,,	1	50	82	W. R. Ramsdell	31,407
La Esmeralda	,,	......	,, ,,	2	...	...	A. R. Epringer	31,457
La Francisca	,,	......	,, ,,	3	...	...	,, ,,	31,559
La Internacional	,,	......	,, ,,	15	...	...	El Favor Mining Co	31,323
La Constancia	,,	......	,, ,,	18	...	...	,, ,, ,,	31,285
La Esperanza	,,	......	,, ,,	24	19	48	W. M. Mathews	33,926
La Oportunidad	,,	......	,, ,,	4	...	...	Daniel H. Sands	32,935
Los Rincones	,,	......	,, ,,	9	...	...	W. R. Ramsdell	33,998
La Luz	,,	......	,, ,,	1	...	...	Frank Stevens	34,907
La Independencia	,,	......	Plata	10	...	...	Carlos P. Bowker	34,915
La Cumbre	,,	......	Plata y oro	7	36	44	Cía. Minera Sto. Domingo	35,216
La Restitución	,,	......	,, ,,	3	...	...	C. P. Bowker	35,087
La Higuera	,,	......	,, ,,	3	...	...	Mololoa Mines Co	35,905
La Bonanza	,,	......	,, ,,	6	...	...	C. P. Bowker	38,191
La Camelia	,,	......	,, ,,	9	...	...	Atanasio R. Martínez	37,776
La Estrella Polar	,,	......	,, ,,	10	17	50	El Aguila Amalgameted Corporation	39,163
La Niña Josefita	,,	......	,, ,,	4	...	...	D. H. Sands y Socios	39,896
La Reina de los Angeles	,,	......	,, ,,	6	...	...	Chas E. Kehud	41,649
La Roja	,,	......	Fierro	2	...	...	Macedonio Delgado	42,945
La Anaconda	,,	......	Plata	17	79	90	Cía. Minera El Ancla	42,744
La Central	,,	......	Plata, oro y cobre	15	...	...	,, ,, ,,	43,764
Las Víboras	,,	......	Plata y oro	18	50	...	Víboras Mining Corporation	45,584
La Realización	,,	......	,, ,,	34	...	...	W. R. Ramsdell	45,276

Nombre de la mina	Municipalidad de	Minerales que se tratá de explotar	Superficie	Nombre del dueño o del denunciante	Núm. del título
La Aventura	Hostotipaquillo	Plata y oro	38 86 91	Cía. Mina Grande Anexas	45,487
La Bonanza Anexas	,,	,, ,,	13 15 57	C. P. Adams	46,714
Las Víboras Anexas	,,	,, ,,	15	Viboras Mining Corporation	48,127
La Occidental	,,	Plata	22	Sanford C. Primti	51,098
La Novedad	,,	Plata y oro	5	,, ,, ,,	50,923
La Libertad	,,	Plata	6	F. R. Valderrama	51,021
La Corona	,,	Plata y oro	5	A. A. Haydey y Socio	51,459
La Libertad	,,	,, ,,	12	Samuel Orrin Morris	51,661
La Aurífera	,,	,, ,,	10	R. González Rubio	52,999
La Trinidad	,,	Plata, oro y cobre.	8	Clemente Orendain	53,076
La Ultima Esperanza	,,	Plata y oro	5	Carlos P. Bowker	53,012
Mina Grande	,,	Plata	4	E. de B. Lukis	9,358
Mololoa	,,	,,	2	Mololoa Mining Co	19,657
Machen	,,	,,	2	Gachupines Mining Co.	14,894
Mamá Grande	,,	Plata y oro	4	Marcos B. Catze	20,242
Mamá Antonieta	,,	Plata	6	R. G. Rubio y Socio	19,810
Moctezuma	,,	,,	22 88 ...	Daniel M. Conville	22,659
Mina de la Fábula	,,	Plata y oro	20	C. P. Bowker	35,755
Metamorfosis	,,	,, ,,	4	Viboras Mining Corporation	37,074
Mono Anexas	,,	,, ,,	4	Cía. Min. Sto. Domingo.	42,036
México	,,	,, ,,	8	P. H. C. Mitchel	44,295
Mina Grande y Anexas	,,	Plata	6	E. de B. Lukis	9,359
Neptuno	,,	Plata y oro	4	Daniel B. Nichols	42,132
Nueve Cinco Lunas	,,	,, ,,	43	S. B. Morris y Socio	53,262
Oyama	,,	,, ,,	10	Espada Mines Co	34,954
Orión	,,	Plata	20	Guillermo Maldonado	43,703
Occidental Anexas	,,	Plata, oro y plomo	9	Luis M. Fouts	37,323

Peralta.	,,	Plata	3	...	...	Virginia y México Mines Co.	1,660
Peralta Ampliación	,,	,,	7	...	...	Virginia y México Mines Co.	23,061
Pancho	,,	Plata y plomo	14	...	...	Isaac P. Martín	23,724
Palmillas	,,	Plata y oro	7	62	...	A. J. Escobedo	31,651
Philadelphia	,,	Plata, oro y cobre	4	98	87	R. González Rubio	52,278
Quebradilla		Plata	4	...	...	Francisco E. Romero de Parra	23,078
Quebradilla Anexas	,,	Plata y oro	4	...	...	C. P. Adams	47,068
Restauradora Anexas	,,	,, ,,	4	...	...	Isaac P. Martín	20,968
Rayas	,,	,, ,,	3	36	...	Guadalupe Zepeda	30,780
Regeneración Anexas	,,	,, ,,	21	60	58	Frank Stevens	34,002
San José	,,	Plata.	3	...	...	Luis G. Martínez	5,389
Santiago	,,	,,	5	...	...	E. de B. Lukis	9,556
San Gregorio	,,	,,	4	...	...	,, ,, ,, ,,	9,357
San José	,,	,,	2	...	...	Vda. de R. de la Mora	19,734
San Pablo	,,	Plata y oro	27	...	...	Espada Mines Co.	21,874
San Felipe	,,	Plata	16	...	...	Daniel M. Conville	21,213
San Felipe Anexas	,,	Plata y oro	3	...	...	,, ,, ,,	22,659
Santa Clara	,,	,, ,,	6	...	...	Wiliam Matews	26,203
San Juan	,,	Plata	3	...	...	F. R. Valderrama	20,158
San Juan	,,	Plata y oro	6	...	...	Mauricio Topete	34,921
San Miguel	,,	,, ,,	4	36	40	Mololoa Mines Co.	26,811
Saturno	,,	,, ,,	33	...	...	Daniel B. Nichols	29,242
San Jorge	,,	,, ,,	16	...	...	Daniel M. Conville	31,646
San Jorge Anexas	,,	,, ,,	8	80	...	Luis M. Foust	38,641
San Marcos	,,	,, ,,	24	...	...	Daniel M. Conville	37,578
San Luis del Oro	,,	,, ,,	30	...	...	Federico Orendain	40,310
Santa Fe	,,	,, ,,	14	...	...	T. H. C. Mitchel	42,673
Soledad Anexas	,,	,, ,,	19	09	25	Mololoa Mines Co.	49,716
San Andrés	,,	,, ,,	...	21	50	Espada Mines Co.	48,623
San Pedro	,,	,, ,,	6	...	...	R. González Rubio	48,627

Nombre de la mina	Municipalidad de	Minerales que se trata de explotar	Superficie	Nombre del dueño o del denunciante	Núm. del título
Santa Elena	Hostotipaquillo	Plata y oro	11	Cía. Minera Mina Grande	49,334
San Pablo Anexas	,,	,, ,,	74	Espada Mines Co.	50,982
Santa Felia	,,	,, ,,	15	R. González Rubio	51,570
San Francisco de Asís	,,	Plata, oro y cobre	10	,, ,, ,,	54,033
Támara	,,	Plata	2	Mololoa Mines Co.	19,656
Trinidad	,,	,,	2	David H. Sands	12,874
The Luki Find	,,	,,	20	Y. P. Martín	15,678
Trinidad Anexas	,,	,,	1	Jalisco Mining Co.	21,396
Támara Anexas	,,	Plata y plomo	8 75 ...	Carlos Romero	23,131
Támara Anexas	,,	Plata y oro	8 95 85	Mololoa Mines Co.	30,095
Treviño	,,	,, ,,	8	,, ,, ,,	31,344
The Tive Mines	,,	,, ,,	30	J. Sublayrrobles	31,039
Urano	,,	,, ,,	12	Maura Niño	47,180
Vallarta	,,	Plata	2 39 ...	Lino Martínez	20,124
Veta Grande	,,	Plata y oro	6	R. González Rubio	37,490
Veta Grande Anexas	,,	Plata	12	,, ,, ,,	43,480
Venus	,,	Plata y oro	10	A. R. Martínez	49,984
Zopilote	,,	Plata	2	E. R. de Parra y Socios.	12,922
Zopilote Anexas	,,	,,	3 92 ...	Carlos Romero y Socios.	12,903

Fundos mineros ubicados en el XII Cantón (Ahualulco,)

Ampliación de la Descubridora	Etzatlán	Plata y oro	5	Domingo F. Manzano	13,032
Ampliación al Zopilote	,,	,, ,,	2	Ignacio Cárdenas	22,546

Ampliación de Calabaza	,,		Plata, oro y plomo	15	William N. Hummings.	24,884
Ampliación de la Mazata	,,		Plata y oro	6	Ignacio Cárdenas	24,202
Ampliación de la Cañada	,,		,, ,,	5	Marcelino Rodríguez	26,614
1ª Ampliación de Navidad	,,		,, ,,	5	Amparo Mining Co	25,354
2ª Ampliación de la Cañada.	,,		,, ,,	2	,, ,, ,,	25,937
Ampliación de la Central	,,		,, ,,	8	Juan N. Soto	31,063
2ª Ampliación de San Juan y Santo Domingo	,,		,, ,,	19	Amparo Mining Co	28,399
3ª Ampliación de San Juan y Santo Domingo	,,		,, ,,	12	,, ,, ,,	28,296
4ª Ampliación de San Juan y Santo Domingo	,,		,, ,,	60	,, ,, ,,	30,195
Ampliación al Porvenir	,,		,, ,,	2	Salvador Cárdenas	32,012
5ª Ampliación de San Juan y Santo Domingo	,,		,, ,,	21	Amparo Mining Co	32,870
Ampliación de El Magistral.	,,		Plata, oro y cobre	4	Albino García	32,092
Anexas a El Gran Favor	,,		,, ,, ,,	4	Eduardo S. Pots	32,201
3ª Ampliación de la Cañada.	,,		Oro y plata	24	Amparo Mining Co	34,963
4ª Ampliación de la Cañada.	,,		,, ,,	5	,, ,, ,,	35,736
5ª Ampliación de la Cañada.	,,		,, ,,	15	,, ,, ,,	37,342
Ampliación de El Buen Suceso	,,		,, ,,	39	,, ,, ,,	36,064
Argentina Anexas	,,		Plata, oro y cobre	16	Juan N. Soto	36,169
2ª Ampliación de Veta Grande	,,		,, ,, ,,	11	Amparo Mining Co	52,163
2ª Ampliación de la Argentina	,,		Plata y oro	2	Juan N. Soto	53,380
3ª Ampliación de la Argentina	,,		,, ,,	1	,, ,, ,,	53,381
4ª Ampliación de la Argentina	,,		,, ,,	5	,, ,, ,,	53,382
2ª Ampliación de la Mazata.	,,		Plata, oro y cobre	21	Albino García	51,662
Antigua Culebra	,,		Plata, oro y cobre	10	Carlos Romero	53,396
Ayllenes	,,		,, ,, ,,	11	Miguel Romero	54,589

Nombre de la mina	Municipalidad de	Minerales que se trata de explotar	Superficie	Nombre del dueño o del denunciante	Núm. del título
Anexa a Peñoles	Etzatlán	Plata, oro y cobre	1	Jalisco Mines and Dppmen	54,659
Colón	,,	Plata y oro	24	Carlos Romero	21,152
Colón Anexas	,,	Plata, oro y plomo	9	William N. Hummings.	22,826
Camichi, Tecolote y Sauz	,,	Oro y plata	9	Cía. Minera La Asturiana	44,347
Conopiojas	,,	Plata oro y cobre.	3	Carlos Romero	49,651
Cinco Señores	,,	,, ,, ,,	38	Juan N. Soto	54,651
Demasías de Calabaza	,,	,, ,, ,,	1	Carlos Romero y Socio	17,490
Demasías	,,	Fierro	3	Eugenio Tolletete	23,587
El Mosco	,,	Plata, oro y cobre	3	Amparo Mining Co	19,958
El Amparo	,,	Plata y cobre	13	Ignacio Cárdenas	14,974
El Padre Oca	,,	,, ,,	4	Domingo Manzano	19,797
Esperanza Anexas	,,	Plata y oro	2	Samuel Rodgers	22,840
El Favor	,,	Plata y cobre	3	Pío Medina	24,073
El Magistral	,,	Plata y cobre	8	Albino García	27,892
El Porvenir	,,	Plata y oro	4	Salvador Cárdenas	29,101
El Gran Favor	,,	Plata, oro y cobre	10	Eduardo S. Pott	29,917
El Fénix	,,	Plata y oro	9	Ignacio Cárdenas	30,180
El Buen Suceso	,,	,, ,,	40	Amparo Mining Co	31,160
El Edén	,,	Plata, oro y cobre	12	José García Romero	30,813
El Humboldt	,,	Plata y oro	20	Daniel V. Serrano	31,214
El Rosario	,,	,, ,,	4	Carlos Romero	32,019
El Potenciano	,,	Plata, oro y cobre	24	Amparo Mining Co	37,879
El Barejonal	,,	,, ,, ,,	24	,, ,, ,,	37,763
El Aguacate	,,	,, ,, ,,	23	,, ,, ,,	42,101
El Refugio	,,	,, ,, ,,	16	,, ,, ,,	48,033
El Gran Favor	,,	,, ,, ,,	3	Cía Minera La Espectativa	52,275
El Sitio	,,	,, ,, ,	8	Aurelio Ramos	54,244

Guadalupe de la Cañada......	,,	....	Plata.................	2	Amparo Mining Co......	Hda.
Hecla..............................	,,	....	Plata, oro y cobre	4	Guillermo Oliver..........	24,232
Humboldt Anexas...............	,,	....	,, ,, ,,	12	Frank G. Shweus.........	47,867
Hidalgo Redacción.............	,,	....	,, ,, ,,	4	Jalisco Mining and Dpp-men.........................	54,652
La Mazata........................	,,	....	Plata y oro	2	Ignacio Cárdenas.........	73
La Buena Esperanza...........	,,	....	Plomo............. .	4	Carlos Romero.............	16,954
La Bohemia.......................	,,	....	Plata y oro.........	20	Eugenio Tolletete.........	21,570
Los Tres Señores................	,,	....	Plata, oro y plomo	6	Carlos Pape y Socios.....	14,484
La Gloria..........................	,,	....	Plata y cobre......	12	Eugenio Tolletete.........	20,966
La Perla............................	,,	....	Plata y oro.........	6	Albino García..............	20,491
La Concha.........................	,,	....	,, ,, ...	10	Leonardo Romero.	17,405
La Fortuna........................	,,	....	Plata, oro y plomo	7	Miguel Romero............	21,709
La Unión...........................	,,	....	,, ,, ,,	34	Juan N. Soto y Socio....	23,849
La Mazata.........................	,,	....	Plata.................	2	Albino García y Socio...	Hda.
La Esperanza.....................	,,	....	,, ...	3	H. H. Sanryer.............	23,108
Los Pozos Anexas...............	,,	....	Plata y oro.........	2	Carlos E. Canol y Socio.	22,390
La Central.........................	,,	....	,, ,, ...	10	Juan N. Soto...............	23,935
La Providencia...................	,,	....	,, ,, ...	6	Miguel de la Peña........	27,089
La Asunción......................	,,	....	,, ,, ...	2	Lucas A. Rodríguez......	27,094
La Iguana..........................	,,	....	,, ,, ...	6	William Mateheios.......	27,276
La Oca..............................	,,	....	Plata, oro y cobre	4	Eduardo S. Pott..........	28,735
La Calabaza.......................	,,	....	Plata.................	4	José M. Corvera...........	Hda.
La Argentina.....................	,,	....	Oro, plata y cobre	24	Juan N. Soto...............	32,877
La Fortuna........................	,,	....	Plata.................	6	Félix Araiza................	35,931
La Misericordia..................	,,	....	Oro y plata.........	6	Albino García..............	32,792
La Bohemia.......................	,,	....	,, ,, ...	7	Manuel García Romero..	34,774
La Proveedora....................	,,	....	Plata, oro y cobre	4	Octaviano Meza y Socio.	37,055
La Jarilla...........................	,,	....	,, ,, ,,	30	Amparo Mining Co......	48,034
La Casualidad....................	,,	....	Oro, plata y cobre	2	Carlos Romero.............	50,059
La Ventaja.........................	,,	....	Oro y plata.........	8	Manuel Vidaurázaga.....	51,573
Los Sauces........................	,,	....	Plata, oro y cobre	2	Francisco Ramos y Socios	54,353
Las Tres Estrellas...............	,,	....	,, ,, ,,	6	Fernándo Chamier........	54,194
Mina Honda	,,	....	Plata y oro.........	7	Geo L. Gumini............	25,735

Nombre de la mina	Municipalidad de	Minerales que se trata de explotar	Superficie	Nombre del dueño o del denunciante	Núm. del título
Mina de la Embocada	Etzatlán	Oro y plata	30	Amparo Mining Co	40,831
Mina del Atislo	,,	Oro, plata y cobre	76	,, ,, ,,	45,664
Mina del Fresno	,,	,, ,, ,,	29	,, ,, ,,	44,578
Mina del Agua Hedionda	,,	,, ,, ,,	10	,, ,, ,,	44,459
Mina de la Plaza	,,	,, ,, ,,	10	,, ,, ,,	44,460
Magistral Oriental	,,	,, ,, ,,	2	M. N. Chávez	45,384
Noche Buena	,,	,, ,, ,,	8	Damián García	52,536
Nogales	,,	,, ,, ,,	4	Miguel Medina	54,159
Nogales Anexas	,,	,, ,, ,,	8	Enrique González	54,164
Oro y Plata	,,	,, ,, ,,	30	C. W. Liming Co	51,185
Porvenir Anexas	,,	Plata y oro	2	Carlos Romero	16,849
Regeneración	,,	Plata, oro y cobre	6	Juan N. Soto	52,827
San José	,,	,, ,, ,,	2	Ignacio A. García	4,416
San Juan y Sto. Domingo	,,	Plata y oro	16	Amparo Mining Co	26,745
San Rafael	,,	Plata	7	Mauricio N. Morales	23,356
San Pablo	,,	Plata y oro	2	W. Matheios	26,973
San Juan y Sto. Domingo	,,	,, ,,	11	Amparo Mining Co	26,743
Santa Susana	,,	Plata y plomo	8	Timoteo Hernández y Socio	29,310
Sto. Tomás	,,	Cobre	6	Tomás J. Rowe	32,265
Santa Julia	,,	Plata y oro	11	R. R. Sandrun	53,368
Santa Cruz	,,	Plata, oro y cobre	12	Juan N. Soto	53,963
San Juan	,,	,, ,, ,,	4	Francisco Barrios y Socios	54,089
Santa Cruz Anexas	,,	,, ,, ,,	22	Juan N. Soto	54,350

FUNDOS MINEROS DE LAS REGIONES CENTRAL Y SURESTE DEL ESTADO DE JALISCO

Fundos ubicados en el V Cantón (Ameca)

Ampliación de Saturno	Ameca	Oro, plata y cobre	3	32	02	G. E. Mc. Cormick y Socios	54,211
Antorcha (La)	,,	,, ,, ,,	5	...	...	Ant. P. Verdía y Socios	49,602
Almoloya Anexas	,,	,, ,, ,,	6	...	...	Geo. E. Mc Cormick	50,339
Ampliación. de los Dolores	Juchitán	Plata y cobre	18	...	...	Tomasa Sotomayor	41,531
Antonio (San)	San Martín Hidalgo	Oro, plata y cobre	9	1	50	J. A. Hall	29,476
Almoloya	Ameca	,, ,, ,,	14	...	...	G. E. Mc. Cormick	31,512
Ampliación de Llantas	,,	,, ,, ,,	2	...	...	R. D. Landerdale	49,134
Anexas de Llav. y Purísima Núm. 2	,,	,, ,, ,,	7	...	...	,, ,, ,,	48,163
Ampliación de Monterrey	,,	Oro y plata	1	...	...	Nells Trumbrell	45,324
Anexas de la Honda	,,	,, ,,	2	...	...	W. R. Randell y Socios	44,993
Anexas de los Timones	,,	Oro y cobre	10	...	...	Cía. Min. La Expectativa	41,404
Ampliación de los Timones	,,	,, ,,	20	...	...	Cía. Min. La Expectativa	47,178
Ampliación del Zapote	,,	,, ,,	9	...	...	La Mutua Mining Co.	46,621
Anexas de la Protección	,,	,, ,,	2	10	45	James P. Harvey	47,078
Ameca	,,	,, ,,	28	47	67	J. P. Harvey	47,996
Alta Vista	,,	Oro y cobre	4	...	...	Magistral Anexas Cpr. Company	50,937
Atrevida (La)	,,	Oro y plata	12	...	...	J. O. Nestrow y Socios	20,335
Anexas Oriente de la Atrevida	,,	Plata y oro	2	...	...	Glaville Hart y Socios	21,148
Anexas Norte de la Atrevida	,,	,, ,,	14	...	...	,, ,, ,,	21,149

Nombre de la mina	Municipalidad de	Minerales que se trata de explotar	Superficie	Nombre del dueño o del denunciante	Núm. del título
Anexas Sur de la Atrevida...	Ameca..................	Plata y oro.........	6	Glaville Hart y socios...	21,150
Ampliación de Anexas de la Atrevida.................	,, ...	,, ,, ...	55	,, ,, ,, ...	22,437
Aguila (El)......................	,, ...	,, ,, ...	12	B. M. Gold & Copper Co.	22,751
Ampliación de la Soledad.....	,, ...	Oro y cobre.........	20	J. M. Taylor y Socios...	24,095
Angostura (La)................	,, ...	,, ,, ...	10	J. L. Corcuera............	33,665
Anexas Norte del Cerrito.....	,, ...	,, ,, ...	4	Francisco H. Amezcua..	40,529
Antorcha (La)..................	,, ...	Plata................	5	A. Pérez Verdía..........	49,602
Año Nuevo.......................	,, ...	Cobre y oro.........	8	Magistral Copper Co.....	51,284
Agua Buena......................	,, ...	,, ,, ...	5	J. P. Harvey..............	51,264
Ampliación de la Concepción.	,, ...	Oro y plata.........	3	Test. E. Arias..............	20,010
,, ,, ,, ,,	,, ...	Plata................	3	F. Arroniz y Socios......	23,012
Aurora Boreal....................	,, ...	Oro, plata y cobre	4	E. Arias......................	6,666
Amparo (El).....................	,, ...	Plata y oro.........	4	Tomás Preciado y Socios	26,598
Anexas de la Providencia....	Tecolotlán.............	Oro y fierro......	3	A. M...........................	46,696
Ampliación de la Envidia....	Ameca..................	Oro, plata y plomo	11 16 77	L. C. Groce.................	53,612
Beatriz Anexas..................	,, ...	Oro, plata y cobre	5	Geo. E. Mc Cormick....	46,834
Buffalo (El)......................	San Martín Hidalgo	Oro y plata.........	10	Philadelphia Copper & Gold Mining Co.........	16,249
Beatriz.............................	Ameca..................	Cobre y oro.........	10 8 7	G. E Mc Cormick........	48,240
Beatriz Anexas..................	,, ...	,, ,, ...	8 1 5	James P. Harvey.........	47,074
Bonanza...........................	,, ...	,, ,, ...	8 95 ...	James P. Harvey.........	52,058
Buena Ventura..................	Tecolotlán.............	Plata................	3	Cenobio Villaseñor.......	49,417
Barranca (La)..................	Ameca..................	Plata y oro.........	20	Silas B. Schrontz.........	33,254
Barranca y Anexas............	,, ...	Cobre y oro.........	4	Barranca Mining Co......	32,044
Boston..............................	,, ...	Cobre, oro y plata	3	B. y M. Gold & Copper Company.................	34,962
Barranca (La)..................	,, ...	Oro y plata.........	10	Eduardo Callahan.........	14,472
Cantería (La)..................	,, ...	Oro, plata y cobre	18	Samuel J. Lewis..........	53,821
Cobre Grande....................	,, ...	,, ,, ,,	10	John Harvey y Socios...	52,987

Colorada (La)...................	,, ...	Plata y oro.........	6	...	...	José Somellera............	41,136
Cont. del Magistral	,, ...	Oro, plata y cobre	16	...	...	The Dwight Furness Co..	14,338
Cerrito (El)......................	,, ...	Cobre y oro.........	4	...	...	J. H. Amezcua............	32,812
Cruz (La)	,, ...	Oro y plata.........	6	...	...	G. E. Mc Cormick	47,515
Coronilla	,, ...	Cobre y oro.........	7	...	...	,, ,, ,, ,, ...	47,705
Coronilla Anexas	,, ...	,, ,, ...	5	44	78	J. H. Amezcua............	51,216
Cerrito Anexas (El)...........	,, ...	,, ,, ...	6	...	...	La Mutua Mining Co...	41,518
Concepción (La)...............	,, ...	Oro	12	...	...	Eustaquio Arias..........	8,660
,, ,, ...	,, ...	Oro y plata.........	2	...	..	F. Arroniz y Socios......	3,757
Capulín (El).....................	Machinango...........	Oro y cobre.........	4	...	...	W. R. Askew y Socios..	43,223
Catalina (La).....................	Ameca	Plata, oro y cobre	5	...	...	Cía. Min. Los Tres Metales.........	50,728
Confianza (La)..................	,, ...	,, ,, ,,	8	...	...	Cía. Min. Los Tres Metales.......................	50,512
Central (La)	,, ...	Cobre y oro.........	10	...	...	J. M. Campbell y Socios	....
Cruz Santa........................	San Martín Hidalgo	Plata	2	...	...	Juan B. Izábal............	10,215
Cobre (El)........................	Ameca	Cobre................	12	...	...	Luis H. Taylor	19,652
Capulines (Los).................	,, ...	Cobre y oro.........	5	...	...	José L. Corcuera..........	37,014
Dolores (Los)	Juchitlán	Cobre y plata......	10	...	...	Miguel Sotomayor........	20,154
Descubridora (La).............	Ameca	Oro y plata.........	10	...	...	S. S. Gates...................	27,214
Demasías de la Negra	,, ...	Cobre y oro.........	7	22	20	José L. Corcuera..........	41,392
Escondida (La)..................	,, ...	Oro, plata y cobre	19	72	80	Michael J. Slattery......	53,449
Envidia (La).....................	,, ...	Cobre y oro.........	4	...	...	L. C. Groce.................	45,396
Elci	,, ...	,, ,, ...	11	...	...	La Mutua Mg. Co........	46,817
Esperanza (La)	,, ...	Plata y oro.........	8	...	...	L. D. Growe................	14,677
,, ,, ...	San Martín Hidalgo	,, ,, ...	10	...	...	J. P. Dalaney..............	53,150
Espíritu Santo..................	Ameca	Cobre y oro	25	...	...	G. E. Mc Cormick	24,231
Expectativa (La)	,, ...	Oro, plata y plomo	10	...	...	Cía. Minera La Expectativa	27,997
Estrella (La).....................	,, ...	Plata y cobre......	10	...	...	B. y M. Copper Mg. Co.	19,583
Esmeralda (La)	,, ...	Cobre................	22	...	...	Luis H. Taylor...........	19,651
Erin.................................	,, ...	Plata, oro y cobre	7	...	...	R. D. Landerdale.........	50,408
Fortuna (La)	,, ...	Oro y plata.........	10	...	...	H. H. Gross................	27,970
Favor (El)........................	,, ...	,, ,, ...	10	...	...	G. E. Mc Cormick	28,113

Nombre de la mina	Municipalidad de	Minerales que se trata de explotar	Superficie	Nombre del dueño o del denunciante	Núm. del título
Fe (La)	Ameca	Plata, oro y cobre	3	G. E. Mc Cormick	19,553
Grandes Vetas (Las)	,,	Cobre y oro	14	José L. Corcuera	36,796
Gato Montés	,,	,, ,,	5	G. E. Mc Cormick	47,462
Guadalupe	,,	,, ,,	22	,, ,, ,, ,,	43,794
Honda (La)	,,	Oro y plata	14	W. R. Randell y Socios	44,844
Hueco (El)	,,	,, ,,	... 42 ...	Antonio Pérez Verdía	53,257
Higuerita (La)	San Martín Hidalgo	Oro, plata y cobre	26	Philadelphia Copper & Gold Mining Co.	18,214
Hok	Ameca	Oro y plata	10	B. y M. Gold & Copper Company	24,852
Intermedio (El)	,,	Cobre y oro	7 75 29	Paulino M. Inavoso	50,508
Internacional (La)	,,	Plata y plomo	5	J. Mendiola y Socios	46,645
Júpiter	,,	Cobre y oro	6	T. W. Berriozábal y Socios	33,666
Jati (El)	San Martín Hidalgo	Oro, plata y cobre	5	Agustín F. Hallgs	17,975
Leona (La)	Ameca	Cobre, oro y plata	5	A. S. Houch y Socios	47,092
Lolita (La)	,,	,, ,, ,,	10	Willis S. Cayples y Socios	52,154
Llavitas y Purísima	,,	Plata, oro y cobre	10	R. D. Landerdale	37,652
Llavitas y Purísima Anexas.	,,	,, ,, ,,	3	,, ,, ,,	49,193
Llavitas y Purísima	,,	Plata y cobre	10	,, ,, ,,	37,652
Monte (El)	,,	Oro, plata y cobre	27 92 85	Ernesto A. Montgomery	54,006
Monterrey	,,	Cobre y oro	4	Nells Trumbell	37,364
Monterrey Anexas	,,	,, ,,	15	,, ,,	41,601
Mutua (La)	,,	,, ,,	17	La Mutua Mining Co.	47,243
Magistral y Anexas (El)	,,	Oro, plata y cobre	6	The Dwight Furness Co.	28,601
Magistral núm. 2 (El)	,,	,, ,, ,,	4	,, ,, ,, ,,	28,939
Madura (La)	,,	Oro	16 70 ...	Ameca Explotation Co.	51,409
María (Santa)	,,	Plata, cobre y oro	3	Fernando Chamier	41,570
Moctezuma	,,	Cobre y niquel	16	H. T. Payne	52,556

Nuevo San Francisco	”	Oro, plata y cobre	6	...	...	Antonio Pérez Verdía	51,849
Negra Anexas (La)	”	Cobre y oro	17	...	...	José L. Corcuera	35,943
Negra (La)	”		2	...	...	” ” ”	35,433
Noche Buena	Tecolotlán	Cobre y oro	6	...	...	G. E. Mc Cormick	46,833
Olga	Ameca	Oro, plata y cobre	7	...	...	Cía. Minera Almoloya y Anexas, S. A.	53,482
Oro (El)	”	Oro	4	...	...	Geo. E. Mc Cormick	52,556
” ”	”	Plata y oro	21	...	...	Celis Mariscal	21,918
Olvidado (El)	”	Oro y plata	...	50	...	H. H. Sares	27,970
Oro (El)	”	Oro, plata y cobre	10	...	...	Fred Pratt	51,520
Puerto (El)	”	Oro, plata, cobre y fierro	10	...	...	J. L. Corcuera	31,107
Paloma (La)	”	Oro, plata y cobre	3	75	...	Leonardo C. Groce	53,489
Pertenencia de Santa Cruz	San Martín Hidalgo	Oro y fierro	...	...	...	Philadelphia Copper & Gold Mining Co.	16,250
Providencia Anexas (La)	Ameca	Cobre, oro y plata	8	98	29	M. A. Huerta de Cortina	53,272
Patricio (San)	”	Cobre y oro	3	...	...	J. M. Campbell	43,763
Perla (La)	”	” ”	4	...	...	G. E. Mc Cormick	43,895
Protección (La)	”	” ”	5	...	...	J. P. Harvey	44,778
Providencia (La)	”	Cobre, oro y plata	10	...	...	A. Pérez Verdía	52,707
Primavera (La)	”	Cobre y oro	5	...	...	Sixto Avalos	8,433
Porvenir (El)	”	” ”	5	...	...	Glanville Hart	40,528
Porfirio Díaz	”	Oro, plata y plomo	2	50	...	A. Pérez Verdía	51,433
Providencia (La)	Tecolotlán	Oro, plata y fierro	1	...	...	A. L. Waters	45,336
” ”	”	” ” ”	4	...	...	L. González y Socios	45,595
Providencia Anexas (La)	”	” ” ”	6	...	...	Glanville Hart	34,357
Providencia (La)	Ameca	Plata y oro	12	...	...	Manuel Cortina	48,872
Padre (El)	”	” ”	4	...	...	G. E. Mc Cormick	43,583
Quo Vadis	”	Plata y cobre	4	...	...	Pablo Isaac y Socios	28,657
Rosa (La)	San Martín Hidalgo	Oro y cobre	11	...	...	Michael J. Slattery	53,154
Regina (La)	” ” ”	Oro, plata y cobre	18	...	...	” ” ”	45,277
Resolución (La)	Ameca	Cobre y oro	3	...	...	G. E. Mc Cormick	31,849
Roble (El)	”	Plata	6	...	...	Nabor Gutiérrez	30,103

Nombre de la mina	Municipalidad de	Minerales que se trata de explotar	Superficie	Nombre del dueño o del denunciante	Núm. del título
Refugio (El)	Ameca	Plata	5	Braulio Rojas	48,891
Ramón Corral	,,	Plata y oro	6	A. Pérez Verdía	49,811
Reyna (La)	,,	,, ,,	2	Patricio Torres y Socios	49,986
Sur (El)	,,	Oro, plata y cobre	22	Ernesto A. Montgomery	53,915
Sulfatos (Los)	San Martín Hidalgo	,, ,, ,,	8 59 ...	Philadelphia Coper and Gold Mining Co.	34,339
Saucito (El)	Ameca	Oro y plata	10	J. Luis Bokker	47,227
Seguranza	,,	Plata y oro	5	G. E. Mc Cormick	49,788
Soledad (La)	,,	,, ,,	20	Aniceto Rentería	20,962
Santo Tomás	San Martín Hidalgo	Cobre, oro y plata	4	Michael J. Slattery	47,457
Segunda de San Fernando	,, ,, ,,	Plata	2	Juan B. Izábal	10,214
Segunda de los Otates	,, ,, ,,	,,	2	,, ,, ,,	10,216
Silver King	Ameca	Cobre, oro y plata	10	F. Pratt	52,206
Tres Mercedes	San Martín Hidalgo	Oro, plata y cobro	31 56 39	Schuyler Laurence	33,196
Timones (Los)	Ameca	Cobre y oro	10	W. R. Randell y Socios	32,971
Taft	,,	Plata	5	F. Borcoser y Socios	48,195
Trece Negro	,,	Plata y cobre	12	R. D. Landerdale	50,413
Tierra del Oro (La)	,,	Plata y oro	96	José L. Corcuera	40,628
Unión Anexas (La)	,,	Cobre y oro	10	Nells Trumbrell	47,481
Unión (La)	,,	Plata, cobre y oro	10	Nells Trumbrell y Socios	44,721
Verdiana (La)	,,	Oro y plata	12	Pablo Bursch	22,750
Victoria (La)	,,	,, ,,	5	Harvey F. P. y Socios	48,132
Verdes (Las)	,,	Cobre, oro y plata	4	L. González y Socios	50,934
Venado (El)	,,	Plata	3	G. E. Mc Cormick	48,337
Zapote (El)	,,	Cobre y oro	4	La Mutua Mining Co.	41,664
Zapote Anexas (El)	,,	,, ,,	4	L. G. Groce	42,214

Fundos Mineros ubicados en el X Cantón (Mascota)

Ampliación de los Dolores ...	Guachinango.........	Oro y plata.........	18	...	...	Tomasa Sotomayor.......	41,531
Ampliación de San Julián...	,, ...	Oro, plata y cobre	2	...	...	J. Méndez Condon	43,891
Ampliación de la Servilleta..	,, ...	Plata	10	...	...	W. S. Gardner y Socios.	42,062
Anexas de la Verdosilla	,, ...	Oro, plata y cobre	17		...	Julio Moise y Socios	28,346
Continuación de la Concha...	,, ...	,, ,, ,,	22	59	40	Aztec Copper Smelting y Co.	29,819
Cobre y Predilecta	,, ...	,, ,, ,,	10	...	...	Julio Fleble y Socio......	52,524
El Arrayán........................	,, ...	Plata y cobre......	10	...	...	Eduardo Banda...........	51,947
El Capulín........................	,, ...	Oro y plata.........	4	...	...	W. R. Askew y Socio...	43,223
El Aguacero......................	,, ...	Plata	5	...	...	Eduardo Willemin.......	7,965
El Tecolote.......................	,, ...	Plata y cobre......	10	...	...	Cía. Ronoey................	21,098
El Guayabito.....................	,, ...	Oro, plata y cobre	4	...	...	Julio Fleble y Socio......	49,921
El Refugio........................	,, ...	Plata y cobre......	4	...	...	J. W. Davis y Socio.....	7,126
El Mirador........................	,, ...	,, ,, ...	4	...	...	Thomas H. Merritt y Socio	18,997
Italia...............................	,, ...	,, ,, ...	10	...	...	Luis de la Torre...........	44,773
La Perla...........................	,, ...	Oro, plata y cobre	8	...	...	Epigmenio Cabrera y Socio	18,689
La Concha........................	,, ...	,, ,, ,,	8	...	...	Aztec Copper Smelting Company	18,492
Le Roi..............................	,, ...	,, ,, ,,	29	70	67	J. S. Johuston y Socio...	53,372
La Servilleta	,, ...	Plata	...	...	...	G. B. Camerin	4,080
La Talache	,, ...	Oro, cobre y plomo	8	...	...	D. P. Miklejohn..........	54,527
La Coqueta	,, ...	Oro, plata y cobre	6	...	...	C. D. O. Brien	20,232
La Fe	,, ...	Plata y oro.........	3	...	...	Ladislao Langarica.......	49,805
Los Lobos........................	,, ...	Oro, plata, cobre y zinc............	3	...	...	José R. Somellera.........	52,829
La Sorpresa Anexas	,, ...	Plata y plomo.....	1	...	...	Charles E. Hall...	43,566
La Buenaventura	,, ...	Oro, plata y cobre	20	...	...	Julio Fleble y Socio......	42,614
La Justicia........................	,, ...	,, ,, ,,	42	...	...	Tomás P. Roive	39,333

Nombre de la mina	Municipalidad de	Minerales que se trata de explotar	Superficie	Nombre del dueño o del denunciante	Núm. del título
La Sorpresa	Guachinango	Plata	17	Charles E. Hall	37,783
La Cuestión	,,	Plata y cobre	8	C. W. O. Brien	29,735
La Jarilla	,,	Oro, plata y cobre	4	,, ,, ,, ,,	29,734
La Estrella	,,	Plata y cobre	12	H. H. Simpson y Socio	17,849
La Trinidad	,,	,, ,,	3	Tomás Palomera	7,947
La Candelaria	,,	,, ,,	3	J. W. Davis y Socio	18,998
Los Hidalgos	,,	,, ,,	4	,, ,, ,, ,,	7,129
Los Leones	,,	Cobre	32	E. Hogmiman	43,007
La Montenegrina	,,	Oro y cobre	30	Cía. Verdosilla y Anexas	42,691
Ntra. Sra. Ma. de los Auxilios	,,	Oro, plata y cobre	29 97 50	José Ferrigno y Socio	45,491
Ntra. Sra. del Rósario de Pompeya	,,	,, ,, ,,	27 2 85	,, ,, ,,	46,863
Pádula	,,	,, ,, ,,	8	,, ,, ,,	34,839
Pádula Anexas	,,	,, ,, ,,	8	,, ,, ,,	38,114
Roble, Tepehuaje, Bola Alta y Bola Baja	,,	Plata	12	Inde Grove	20,829
Santa Catarina	,,	Plata y cobre	10	Ezequiel Macedo	5,336
Santa Isabel	,,	,, ,,	3	J. W. Davis y Socio	18,999
Santa Elena	,,	Oro, plata y cobre	10	José Ferrigno y Socio	34,948
San Julián	,,	Oro, plata, cobre y plomo	80	Julio Fleble	41,539
San Julián Ampliación	,,	Oro, plata y cobre	10	Tomás P. Rowe	45,788
San Nicolás	,,	Plata	4	W. R. Askew	51,360
San Cristóbal	,,	Plata y cobre	7	C. D. O. Brien	22,083
Segunda Ampliación de la Servilleta	,,	Plata	11	W. S. Gardner y Socio	44,656
Servilleta Anexas	,,	,,	18	,, ,, ,, ,,	32,399
Tres Naciones	,,	Oro, plata y cobre	7	E. M. Browder y Socio	52,807

Fundos Mineros ubicados en el IV Cantón (Sayula)

Ampliación de la Azteca......	Tapalpa................	Oro, plata y cobre	6	...	...	José Straube	18,786
Ampliación de Promontorio..	,, ...	,, ,, ,,	3	...	...	,, ,, ...	21,154
Ampliación de El Porvenir..	,, ...	,, ,, ,,	4	...	...	,, ,, ...	28,084
Ampliación de la Guarda......	,, ...	,, ,, ,,	1	93	60	Keystone Copper Socio Company	32,011
Anexas de la Fortuna	,, ...	,, ,, ,,	...	6	40	José Straube................	31,332
Ampliación de El Roberto....	,, ...	,, ,, ,,	4	...	...	Keystone Copper Socio Company	48,216
Ampliación 1ª de Elena.......	,, ...	Oro, plata, cobre y fierro............	4	...	...	Alberto Palos y Socios...	....
Ampliación 2ª de Elena.......	,, ...	Oro, plata, cobre y fierro............	2	...	...	,, ,, ,, ...	52,701
Belem	,, ...	Oro, plata, y cobre	8	...	...	Tomasa Sotomayor.........	22,748
Continuación de El Porvenir	,, ...	,, ,, ,,	4	...	...	José Straube	23,256
Continuación de El Promontorio............................	,, ...	,, ,, ,,	1	...	...	Juan M. Prischer.........	30.228
Columbia	,, ...	,, ,, ,,	6	...	...	José Straube................	31,317
Cinco de Mayo	,, ...	Oro, plata, cobre y fierro...........	10	...	...	J. H. Struabe	53,613
Demasías de El Porvenir......	,, ...	Oro, plata y cobre	2	47	16	José Straube................	28,920
Demasías de la Fortuna.......	,, ...	,, ,, ,,	2	3	67	,, ,, ...	29,869
Dulcinea y Anexas.............	,, ...	,, ,, ,,	23	2	1	José Pérez Verdía	32,936
El Paraíso........................	,, ...	Plata y oro.........	5	...	...	José Straube................	7,724
El Fénix...........................	,, ...	Fierro	2	...	...	Paulino Preciado	17,576
El Promontorio	,, ...	Oro, plata y cobre	6	...	...	José Straube.........	17,785
El Porvenir o Washington...	,, ...	,, ,, ,,	8	...	...	,, ,, ...	14,064
El Roberto........................	,, ...	,, ,, ,,	30	...	...	Keystone Copper Socios Company	25,307
El Segundo Daniel.............	,, ...	Oro, plata y cobre	8	...	...	Keystone Copper Socios Company	25,306
El Centinela.....................	,, ...	Oro	10	...	...	Walter L. Wheeler......	25,996

Nombre de la mina	Municipalidad de	Minerales que se trata de explotar	Superficie	Nombre del dueño o del denunciante	Núm. del título
El Oro	Tapalpa	Oro	20	Walter L. Wheeler	27,929
El Ocote	,,	Oro, plata y cobre	5	Pascual Gómez	41,839
Elena	,,	Oro, plata, cobre y fierro	4	José Vizcaino	50,961
El Aguila	,,	Oro y plata	3 53 18	John Mc Henry	52,213
Jesús María	,,	Oro, plata y cobre	8	Abundio Vizcaino y Socio	33,246
Jesús María	,,	Plata	1	Mexican Mining Co	1,476
La Mexicana	,,	,,	3	,, ,, ,,	3,190
La Azteca	,,	Plata y oro	4	José Straube	3,509
La Dificultad	,,		... ...	Eligio González	5,647
La Palma	,,	Plata	6	Mexican Mining Co	19,941
Las Tres Gracias	,,	Plata, oro y cobre	1	,, ,, ,,	15,640
La Guadalupe	,,	,, ,, ,,	5	Leonardo Larios	20,043
La Esperanza	,,	Plata y cobre	4	Paulino Preciado	17,007
Los Reyes	,,	Oro, plata y cobre	8	Paulino Preciado y Socios	21,834
La Fortuna	,,	,, ,, ,,	... ...	José Straube	23,679
La Valenciana	,,	,, ,, ,,	5	Fernando Valencia	24,183
La Alianza	,,	,, ,, ,,	18	Manuel S. Núñez y Socio	24,122
La Gloria	,,	,, ,, ,,	5	Walter L. Wheeler	25,192
La Venganza	,,	,, ,, ,,	10	,, ,, ,,	25,191
La Poderosa	,,	,, ,, ,,	1	José R. Benítez	31,672
La California	,,	Oro y cobre	10	Jesús Sotomayor y Socio	30,868
La Argentina	,,	Oro, plata y cobre	6	Miguel Sotomayor	34,947
La Victoria	,,	Plata y cobre	8	Jesús Sotomayor	37,985
Los Laureles	,,	Oro, plata y cobre	10	Alfredo D. Lutz	48,090
Los Dulces Nombres	,,	,, ,, ,,	10	,, ,, ,,	48,846
Las Cuchillas	,,	Oro, plata, cobre y fierro	... 25 60	A. Pérez Verdía F.	....

La Lolita	,,	Oro, plata, cobre y fierro	10	...	...	J. H. Straube	53,270
Nueva Casiopea	,,	Oro y plata	3	...	...	Dwight D. Book	27,928
Nueva Alaska	,,	Oro y cobre	7	...	...	Alejandro Romo	31,519
Orión	,,	,, ,,	5	...	...	Dwight D. Book	25,997
Santa Rita	,,	Plata	1	...	...	Paulino Preciado	1,379
Segunda Mexicana	,,	Plata y oro	5	...	...	José Straube	3,507
Santa Ana	,,	Cobre	6	...	...	José Somellera	7,957
San Juan	,,	Plata y cobre	6	...	...	Mexican Mining Co.	19,942
San José del Amparo	,,	Oro, plata y cobre	4	...	...	Paulino Preciado	17,008
Segunda Azteca	,,	,, ,, ,,	5	...	...	José Straube	22,956
Santa Margarita	,,	,, ,, ,,	2	92	30	,, ,,	23,679
Sociedad de El Porvenir	,,	,, ,, ,,	3	13	42	,, ,,	28,045
San Felipe	,,	,, ,, ,,	10	...	...	Nannie L. Lutz	42,867
Tacotes	,,	Fierro	10	...	...	Manuel Corcuera	7,261
The Homestake	,,	Oro, plata y cobre	10	...	...	Ramón Ramírez	42,642
Tacotes Oriente	,,	Fierro	5	...	...	Daniel Ochoa	45,552
Tacotes Poniente	,,	,,	5	...	...	,, ,,	45,589
Tacotes Sur	,,	,,	5	...	...	,, ,,	47,430
Veta Grande	,,	Oro, plata y cobre	6	...	...	Leonardo Larios	21,917
Zacatecas	,,	,, ,, ,,	6	...	...	Alfredo D. Lutz	48,950
Ampliación de las Montañas	Chiquilistlán	Oro, plata y plomo	16	...	...	Manuel M. Corcuera	53,909
Ampliación de Italia	,,	,, ,, ,,	7	90	...	Manuel Michel	54,230
Colorado	,,	Fierro	6	25	...	Test. de J. V. Gutiérrez	843
Demasías de la Aurora	,,	Plata	3	6	23	José Straube	30,199
El Fénix	,,	Oro, plata y cobre	9	...	...	Amado L. Villagran	22,821
El Daniel	,,	,, ,, ,,	8	...	...	Mexican Mining Co.	24,454
El Rosario	,,	Plata	4	...	...	Paulino Preciado	93
El Gavilán	,,	Oro y plata	6	...	...	Antonio Pérez Verdía F.	49,802
Guadalupe	,,	Fierro	12	...	...	Test. de J. V. Gutiérrez	1,003
Guadalupe	,,	Oro, plata y cobre	3	99	74	Alejandro T. Coiffier	52,671
Italia	,,	Oro y plata	3	...	...	Miguel Ferrari	54,299
Jesús María Continuación	,,	Oro, plata y cobre	10	...	...	Carlos Velasco y Socio.	47,358
La Guarda	,,	,, ,, ,,	10	...	...	Mexican Mining Co.	24,455

Nombre de la mina	Municipalidad de	Minerales que se trata de explotar	Superficie	Nombre del dueño o del denunciante	Núm. del título
La Fortuna	Chiquilistlán	Oro y plata	4	Toribio Herrera y Socio	54,009
La Esmeralda	,,	Fierro	16	Test. de J. V. Gutiérrez	845
La Purísima	,,	,,	12	,, ,, ,, ,, ,,	1,004
La Concepción	,,	Cobre	22 47 18	,, ,, ,, ,, ,,	1,498
La Mora	,,	Fierro	9	Manuel Corcuera	7,262
La Estrella	,,			José S. Schiaffino	7,958
La Aurora	,,			,, ,, ,,	7,956
La Toscana	,,	Oro, plata y cobre	8	Américo N. Banassine	32,552
La Ramadita	,,	Cobre y mercurio	4	Vicente F. Villanueva y Socio	47,080
Las Montañas	,,	Oro, plata y plomo	4	Manuel M. Corcuera	53,479
Miramar	,,	Plata	18	Felipe Santana	1,360
Puerto Nevado	,,	Oro, plata, cobre y plomo	8	Mauricio M. Morales	46,981
San Vicente	,,	Fierro	10	Test. de J. V. Gutiérrez	844
Sin Nombre	,,	Plata y cobre	22	Vicente N. Vázquez	22,712
San Rafael	,,	Oro, plata y cobre	12	,, ,, ,,	29,302
Segunda Aurora	,,	Plata	4	José S. Schiaffino	7,986
La Prosperidad	,,	Fierro	20	Miguel Palomar	27,351
Aldasoro Mining Co	Atemajac	Oro, plata y cobre		Ricardo López	50,360
Continuación de la Nahuala	,,	Oro y plata	10	Luis Ochoa Vizcaino	50,510
La Nahuala	,,	,, ,,	12	,, ,, ,,	50,509
La Asunción	,,	Oro, plata y cobre	4	F. Martín del Campo	41,990
Segunda Ampliación de la Nahuala	,,	,, ,, ,,	13	Daniel Ochoa	53,249
Tierra Baja	,,	Oro, plata, cobre y fierro	3	Ramón Vidriales	46,566

Fundos Mineros ubicados en el IX Cantón (C. Guzmán)

Ampliación de la Providencia	San Sebastián	Fierro	12	... ...	Cenobio Sauza	42.846
Ampliación de la Esperanza	,, ,,	,,	15	... ...	Nicolás Tortolero	50,342
Divina Providencia o Mata-Cristos	,, ,,	,,	11	23 ...	Cenobio Sauza	94
La Esperanza	,, ,,	,,	4	... ...	Teodosio Martínez	2,493
Aurora Anexas	Tamazula	Oro, plata y cobre	10	... ...	Daniel Mc Conville	52,154
Cabrera y Anexas	,,	,, ,, ,,	10	... ...	Heraclio Farías	17,489
El Carmen	,,	Plata y plomo	10	... ...	Prisciliano Ramírez	47,033
La Aurora	,,	Plata y cobre	10	... ...	J. M. Baez y Socio	32,210
La Mina Verde	,,	Oro, plata y cobre	12	... ...	Daniel Mc Conville	51,956
La Mina Verde núm. 2	,,	,, ,, ,,	12	... ...	,, ,, ,,	52,748
San Juan	,,	Oro y plata	2	... ...	Carlos H. Showeis	12.038
San Guillermo	,,	Oro	3	... ...	,, ,, ,,	12,039
San Juan de las Latillas	,,	Cobre	16	... ...	Rafael F. Mendoza	32,556
San Rafael	,,	Plata y cobre	2	... ...	Rafael C. Contreras	46,613
El Peñón	Tuxpan	Cobre y plata	14	... ...	Leopoldo Rivera	49,576
Palo Blanco	,,	Plata y zinc	16	... ...	E. G. O. y Socios	51,674
Ampliación de Mercedes	Tecalitlán	Oro, plata y cobre	3	... ...	Alfredo F. Castelló	51,664
Ampliación de la Palma	,,	Plata y cobre	6	... ...	Arturo J. Stewart	48,840
Cuesta de Oro	,,	Plata, oro y cobre	4	... ...	H. J. Randall	52,748
El Salvador	,,	Cobre	10	... ...	Rafael F. Mendoza	23,075
El Sueño	,,	,,	20	... ...	Arturo J. Stewart	27,273
El Halo	,,	Oro y cobre	2	... ...	,, ,, ,,	41,383
La Luz	,,	Plata	28	... ...	Cía. Minera La Luz	2,443
La Aurora	,,	Oro, plata y cobre	12	... ...	George S. Johuston	49,319
La Joya	,,	Cobre	24	... ...	E. H. Alton	41,375
La Sultana	,,	Oro y cobre	20	... ...	Arturo J. Stewart	37,930
La Palma	,,	Cobre	12	... ...	Juan de la Mora	25,936
Mercedes	,,	Oro, plata y cobre	20	... ...	Leopoldo Rivera	50,338
Santa Inés núm. 2	,,	Cobre	24	... ...	H. C. De Long y Socio	41.375
Santa Inés núm. 6	,,	,,	12	... ...	,, ,, ,, ,, ,,	40,838

Nombre de la mina	Municipalidad de	Minerales que se trata de explotar	Superficie	Nombre del dueño o del denunciante	Núm. del título
Ciprés	Pihuamo	Fierro	40	Harmor C. Saudifer	14,750
El Porvenir del Sur de Jalisco	,,	Oro	50	B. H. Hauimet	20,588
El Virrey	,,	Cobre, plata y oro	6	Eugenio Alton	39,807
La Trinidad	,,	Oro	6	Esteban Mora	16,179
La Alabanza	,,	,,	50	B. H. Hammet	19,756
La Glorieta	,,	Plata	10	R. W. Percels	22,441
La Patria	,,	Oro y plata	3	Perfecto Balvanera	48,028
La Purísima	,,	Oro, plata y cobre	12	Leopoldo Rivera	50,111
La Purísima y Anexas	,,	Plata	18	Negociación La Purísima y Anexas	2,479
La Estrella del Sur	Tonaya	Cobre y oro	10	Ricardo J. Hernández	45,484
Providencia y Anexas	,,	Plata	10	Vicente N. Vázquez	1,157
Ampliación de la Esperanza.	Jilotlán	Cobre y plomo	20	Prisciliano Ramírez	47,644
Anexas a San Juan	,,	Oro y plata	6	Carlos H. Showers	34,085
Cristina	,,	Oro	10	Juan Andresin	51,296
El Pabellón	,,	Plata y plomo	4	M. Contreras y Socio	51,926
La Concepción	,,	Plata	4	Vicente N. Vázquez	1,016
La Alianza	,,	Oro y plata	50	Narciso Sandoval	27,444
La Sierrillera	,,	Cobre	14	Ricardo J. Hernández	42,249
La Victoria	,,	Plata	10	Jerónimo Martínez	45,658
Sin Nombre	,,	Oro	3	John N. Alkinson	8,351
Sagrado Corazón de Jesús	,,	Oro y plata	25	Rafael González	27.432
San Pedro	,,	Plata	6	J. González Rubio	37,210
San Pablo Casas Blancas	,,	Oro	20	Ricardo J. Hernández	42,480
El Centinela	San Gabriel	Oro y plata	2	Ricardo Anguiano	1,077
Hidalgo y Pitágoras	,, ,,	,, ,,	7	F. de P. Vallarta	8,015

Descripción que la Diputación Territorial de Minería de Hostotipaquillo, hace al Tribunal General del importante giro del mismo ramo, a la Corte de México, del estado de las de su comprensión, con arreglo a los informes recibidos de los Comisionados y a las constancias que hay en este Archivo, satisfaciendo a las preguntas que dicho Superior Tribunal hace en su oficio de 12 de marzo próximo pasado.

Minas de Hostotipaquillo

El C. Coronel José Schiaffino es dueño de las minas siguientes: la de San Juan, Cinco Minas, La Famosa, San Diego, Santa Eduviges, El Hundido, la de Albarradón, La Calabaza y San José que trabaja en corriente; unas con gente rayada y otras al partido en sus metales bajo de convenios con los operarios; y aunque unas le proporcionan frutos por medio del continuado y dispendioso trabajo que en ellas ha emprendido, otras continúan en obras muertas con el fin de conseguir frutos mediante las antiguas tradiciones que tiene de su bondad o por propia experiencia gastando en ellas de 8 a $10,000 para la consecución que aun no ha logrado.

La de San Juan tiene tiro de malacate; pero no es de desagüe. La del Hundido no tiene tiro y lo demanda con costo de 8 a 10,000 pesos.

Las leyes que le producen las que están en frutos son desde 2 hasta 8 onzas de plata por carga de 12 arrobas de metal; y las que aun no lo están se suponen de las mismas leyes poco más o menos; pero que son de abundantes producciones por la anchura y blandura de las vetas y el beneficio de tener tres haciendas con 26 tahonas de agua de Arte Mayor con dos morteros de lo mismo, nombrándose dichas Haciendas Santo Tomás, San Antonio y Sonora con galera, dos hornos y un vaso de fundición en corriente beneficio, por las que logra la extracción animal de 18 a 20,000 mar-

cos de plata que le producen la utilidad de 25 a 30,000 pesos después de la deducción de ciento veinte mil pesos que invierte en los gastos de sus negociaciones y de las obras nuevas. Y sin embargo de las ventajas que logra con su propia habilitación y el antiguo establecimiento de sus máquinas, enseres y demás, hace la propuesta de ceder en todas sus minas la mitad de su acción al que quiera habilitarlas, con la precisa calidad de que se le pague por delante el importe a que asciendan las existencias que tenga en las haciendas y en las minas bajo el avalúo que de ellas preceda, pues desea separarse por su avanzada edad de una profesión en que tiene 50 años, a acabar con tranquilidad su vida.

El C. Josef Remus es dueño de la mina El Salto, que trabaja corrientemente con gente rayada. Está en frutos de que produce 15 cargas semanariamente cada parada; su ley es en lo general de 3 onzas por carga con poco costo por ser blanda. Necesita una obra horizontal o socavón de 200 varas poco más o menos, que costará sobre 8,000 pesos para granjearle centro y acaso mejores frutos por la situación de la mina en panino acreditado. Beneficia en su Hacienda de Arroyo Hondo, que se compone de dos tahonas de agua que andan en el temporal y de 4 de a caballo en que muele anualmente 3,432 cargas, que le producen con todo y sus polvillos sobre 1,500 marcos de plata. Tiene también un horno de fundición con su vaso. Se gastan anualmente en el giro sobre 7 a 8,000 pesos. No tiene la mina tiro, por no tener agua manantial. Ofrece ceder la mitad de su acción en la mina, a la persona que quiera habilitarla en su totalidad.

De la mina Valenciana es dueño el C. Manuel Vallarta, que está suspenso su trabajo, hace como 8 meses a causa de no poderla trabajar por sí, solicitando aviador cediendo 15 barras al que quiera serlo. Esta mina es de acreditadas leyes

que ha producido de 8 marcos en los metales de 1.ª y los corrientes desde 12 hasta 20 onzas de plata. En el día, por estar en borra, las tiene de 6 onzas que no costean por los muchos gastos que demanda su beneficio, por ser metales rebeldes y la carestía del azogue: produce cada labor de 10 a 12 cargas por parada de barreteros cada semana: la anchura de la veta es de una y media a dos varas, teniendo seis labores abiertas. Demanda obra de tiro y malacate que costará de 12 a 15,000 pesos por la mala situación en que se halla para rebajes, y estar del otro lado del Río Grande, a 6 leguas distante de este Real, y no tiene hacienda alguna de beneficio; pero tiene proporción de haber comprado la del Pitero que dista cinco leguas a esta banda del río. De la Castellana son dueños los CC. Ramón de Saravia, Ignacio de Vallarta, Miguel Robles y José María Shev, que dista doce leguas al Noroeste de este Real: se halla trabajando en borra con la esperanza de alcanzar frutos por un cuele constante por ser de acreditadas leyes y abundancia de metal, habiéndose experimentado en el último ojo de los años de 94 al de 98 del siglo pasado, desde 10 marcos hasta 160, sin haberse trabajado desde entonces formalmente hasta el año anterior que la denunciaron los expresados: está azolvada y derrocada, demandando el gasto de 8 a 10,000 pesos en repararla, limpiarla y alcanzar frutos del modo referido sin necesitarse por ahora de obra alguna. Los actuales poseedores aunque no han ofrecido dar parte alguna por razón de avío, según el estado general de cosas y escasez de recursos, no rehusarían ceder la mitad de la acción al que quisiere aviarla, reintegrándoseles de 2 a 3,000 pesos que tienen gastados en aquellas operaciones. Tiene proporción de restablecérsele la Hacienda de Arte Mayor, que tenía en el Arroyo del Limón, para moler en el temporal de aguas. No tiene socavón, tiro ni malacate, por no ser de desagüe y sí de una regular dureza.

De la del Promontorio, que dista 5 leguas al Nordeste de este Real, son dueños los CC. Ramón de Saravia, Paulino y Antonio Ríos: está en corriente trabajo, en frutos de 6 a 8 onzas de plata por carga de metal y da cada parada de barreteros de 10 a 12 cargas semanarias: se trabaja con gente rayada, por un socavón que se le dió por beneficio sin demandar otra obra ni tiro por ahora. Los dueños por no tener las facultades correspondientes para trabajarla con el impulso que exige este ejercicio, no rehusarán ceder, al que quiera aviarla, la mitad de su acción. La hacienda en que benefician los metales es la del Pitero, que tiene dos tahonas de agua para el temporal y 4 de a caballo con distancia de 5 leguas de la mina.

De la del Zapote, que dista 6 leguas al Nordeste de este Real, son dueños los CC. Salomé Rueda, Josef de la O. Altamirano y Esteban Medina, la que es socavón dado a la mina antigua del Rosario Grande, por donde se cortan varios encajes luego que salgan de los huecos en que barrenaron esta obra. La opinión bien radicada de la prosperidad de sus metales y leyes, les animó a concluirla y seguirla trabajando en atierres hasta alcanzar el macizo, pues la tradición es que tiene metales de 25, 35 hasta 60 marcos por carga de 12 arrobas y continúan en desatierres entre los que encuentran algunas piedras de metal con escasez, con lo que se ayudan a los costos. No tiene tiro, ni perjuicio de agua; pero sí de blandura por la falsedad del cerro y los quebrados antiguos. No tiene hacienda; pero a distancia de 3 leguas hay donde ponerla de tahonas de agua para moler en el temporal. Los interesados no tienen posibilidades para trabajar la mina con fuerza, y por eso no rehusarían ceder la mitad a quien quiera fomentarla.

La de los Remedios dista 5 leguas al Nordeste de este Real, de que son dueños los CC. Josef de Guevara, Norberto Vallarta y Feliciano Piz: está en corriente trabajo

con gente rayada, y en escasos frutos de 12 onzas a 2 marcos de plata por carga de 12 arrobas. La anchura de la veta es de más de dos varas y blanda, pero no siempre limpia, pues a más de ir revuelta sufre sus trechos de borra: podrá tumbar una parada de barreteros a la semana en el estado de limpia la veta, 20 cargas de metal. Como lleva el echado a la flaqueza, necesita una obra de socavón o tiro para granjearle algún centro, y costará de 2 a 3,000 pesos. No tienen Hacienda de Beneficio; pero hay sitio para ponerla de agua, en el arroyo de Balvanera, a 4 leguas de distancia. Los dueños ofrecen dar la mitad de su acción reintegrándoseles lo gastado por el que quiera aviarlos.

La de San Nicolás está en la misma situación que las antecedentes y la trabajan Aniceto Ayllón y Timoteo Sánchez, interrumpidamente a causa de ser muy pobres infelices, que después de haber invertido en ella cuanto tenían y su personal trabajo, no han conseguido llegar por el socavón a cortar la veta en macizo, desechando los antiguos huecos. Según la tradición, es de ricos y abundantes metales, faltándoles muy poco y buena dirección para cortar la veta; de modo que con un fomento de 3 a 4,000 pesos y persona inteligente que los invirtiera con acierto y conocimiento, no sólo se lograría el fin que pretenden, sino el darle activa corriente a su laborío. No hay noticia cierta de sus leyes. La triste situación de sus dueños persuade a que entrarían por cualquier partido que les hiciera la persona que los aviara. No tienen Hacienda de beneficio; pero hay donde construirla de agua en el mismo sitio que se dijo en la partida antecedente.

De la mina nombrada La Escondida es dueño el C. Ramón de Saravia, ubicada en el Mineral de las Anonas y en el Portezuelo de Tequila, que dista 10 leguas al Sureste de este Real. Sus metales son de oro escasos: la anchura de la veta es de una y media varas y el encaje metálico no excede de un

cuarto inconstante en su limpieza, por lo que no se puede dar regla fijando las cargas que produce por parada. Sus leyes en el estado de limpieza llegan de 2 a 3 onzas y donde forma ojo la veta enancha y es de superiores leyes. No tiene socavón ni tiro, porque hasta ahora no los demanda; ofrece ceder el dueño la mitad de su acción a quien quiera aviarla, siempre que se le pague el descubierto de la mina y el valor de las existencias. No tiene hacienda inmediata; pero sí proporción de formarla con tahonas de a caballo.

De la del Divino Preso en el mismo mineral es dueño el C. Manuel Ferriz de Castro, también de metales de oro, cuyas leyes en el año de 1815 fueron de 30 onzas y demás superiores por carga de 12 arrobas en poder de otros dueños, declarándose en clavo por no haberlo hecho en virtud las testeras que se le rompieron. La mucha agua que encontraron en el plan de 80 varas, quien los hizo invencibles a un malacate que malamente construyeron sin auxilio de otro tiro perpendicular o socavón, los obligó a abandonarla hasta que dicho Castro la denunció hace cuatro años, emprendiéndole un tiro de 100 varas con un malacate en que sin haber conseguido la comunicación con el plan, ni a retirar el agua, lleva gastados por malas disposiciones como 6,000 pesos, caminando el trabajo: más a pesar de haberse disfrutado unas leyes tan exorbitantes no merece concepto dicha mina por la circunstancia de ser clavo y no veta corrida horizontalmente donde formar laborío.

Minas antiguas abandonadas en el recinto de este Real

La de Mololoa lo está desde inmemorial tiempo, sin haber quien dé noticias de sus frontones en macizo, porque sobre estar muy dilatado su laborío longitudinario y de profundidad, están impedidos los tránsitos por las chorreras e inundación de sus planes, que se ha hecho investigable a los

que se han dedicado a inculcar sus labrados. La muchedumbre de éstos, los pegados que han tumbado los raspadores y atierres que han beneficiado de 2, 3 y 4 onzas por carga de plata, dan idea de que esta mina fué buena, confirmándolo los vestigios de Capilla y otros edificios de población que están en sus inmediaciones. No tiene ninguna obra exterior, y sólo podría dársele tiro sobre la cima del Cerro, como 200 varas de elevación sobre el nivel del cañón de guía, o el de su boca con retiro de otras 200 a hilo de veta y de 50 hacia el echado, con el fin de cortarla fuera de los huecos, que costaría sobre 20,000 pesos poco más o menos.

La de Casados padece de la misma dificultad: están inundados sus planes; pero del laborío alto donde los raspadores pueden transitar tumban metales con leyes de 3 a 4 marcos por carga, aunque de venas muy angostas y las guardas excesivamente duras. No tiene obra alguna ni proporción de dárseles por estar cuasi al nivel de un arroyo de agua permanente, a menos de que no se le emprenda tiro sobre la cima del pequeño cerro en que está con la profundidad de 1,500 varas poco más o menos para desaguar sus planes con un costo de 9 a 10,000 pesos.

La de Támara es antigua y no hay otro conocimiento de sus cualidades que la de muy dura con leyes de a marco por carga con escasos metales. Estas tres tienen cerca proporción de molienda permanente de agua a 2 y 3 leguas.

La Deseada, también es antigua, y se halla intransitable a causa de estar hundida; pero según sus tradiciones es de abundantes metales con leyes de 6 a 8 y 10 onzas de plata por carga; está en terreno blando que es su perjuicio: tiene proporción de darle obra de travesía que se cortará a las 25 ó 30 varas con costo de 500 a mil pesos. No tiene agua; pero sí proporción de molienda permanente.

La Descubridora de Huajacatlán se halla enteramente ignorada de su verdadero estado, aunque la opinión es de haber sido muy rica. Está hundida y en panino acreditado.

Demanda obra de tiro o socavón con costo de 5 a 6,000 pesos: dista 5 leguas al SE. de este Real.

La de Guadalupe en Santo Domingo se halla hundida a causa de la profundidad o quebrado de la veta: está en borra; pero sus metales en el encaje del alto han sido muy ricos y abundantes el año de 802. Demanda una obra interior que atraviese todo el cuerpo del encaje que lo es de 14 varas para cortar el alto que costará 2,000 pesos.

La Española está contigua a la antecedente, es de considerable anchura y está en borra con alguna dureza. No demanda otra cosa que cuele a la testera de guía para alcanzar a las 10 ó 12 varas metal en otro ojo como los que a igual distancia disfrutaron atrás en considerables trechos de ley desde 8 onzas hasta 36 marcos la carga. Costará el cuele otros 2,000 pesos. Ceden los dueños que lo son los CC. Josef Blas de Guevara y Josef María Altamirano, media mina al que quiera habilitarla, lo mismo que en la antecedente de que también son dueños. Distan de este Real 7 leguas al Nordeste y no tienen molienda de agua.

En el antiguo mineral de Copala, distante 6 leguas al Nordeste de este Real, que se halla inhabitado, está la mina Grande que fué de D. Josef Schiaffino, que se abandonó a causa de sofocada por su profundo laborío aterrado y derrocado con leyes de 5 hasta 12 onzas con muchedumbre de labores en frutos de abundante producción, que se beneficiaban en la Hacienda de Santo Tomás, que es de molienda de agua con distancia de 10 leguas. Es muy dura, y demanda un tiro superior a su situación local que le sirve de lumbrera y por donde se extraigan los frutos y tepetates que costará 20,000 pesos.

En el mismo mineral hay comenzada una obra aventurera de socavón con el cuele de 50 varas que emprendió el C. Josef Blas de Guevara hace 3 años, con el objeto de cortar con centro considerable los encajes de las antiguas y abandonadas minas de Palmillas, Veracruz, Riojana, Dolores,

Coronel, Sanjuaneña y Blanquilla, de acreditada riqueza de leyes y abundancia de metales que se hallan derrocadas, hundidas y ensolvadas, con otros tres encajes desconocidos que sobre la superficie están en metales crudos. Demanda para su consecución el cuele horizontal de 250 varas hasta trozar el último encaje de Dolores, alcanzando en el progreso del cuele las demás vetas con caballos o intermedios de 10 a 15 varas más o menos gruesos con el echado de un 25 por ciento entregado al socavón. Se suspendió por falta de avío y proporciones del que lo emprendió. Costará su total consecución sobre 6 a 8,000 pesos con el alivio de disfrutar los metales que se encuentren en los encajes que se vayan cortando simultáneamente.

En el susodicho mineral se halla la mina de Quebradilla comida a tajo abierto por los antiguos sin haber quien dé razón de sus macizos, ni proporción de inculcarlos a causa de estar hundidos los respaldos con el derroque que perpetraron; pero los vestigios del terreno acreditan que fué de leyes considerables, porque los pobres raspadores se han mantenido pepenando de él con leyes de 6 a 8 onzas mucho tiempo.

En el Real de San Pedro Analco, distante de éste 10 leguas al Nordeste, al otro lado del Río Grande, hay muchedumbre de minas abandonadas y vetas no trabajadas a causa de sus cortas leyes; pero las de mejor opinión en la clase de desiertas son las de la Higuana, que es de ojos que los da hasta de 60 marcos por carga de metal, por beneficio de caso y de fuego, y los ordinarios por azogue de 20 onzas a tres marcos, se halla en borra. La de Tescalco, que está en los mismos términos y aterrada, tuvo metales de a medias. La de San Miguel y San Agustín de leyes de 6 hasta 25 marcos de plata, están en los mismos términos y en borra. Todas cuatro demandan obra de socavón para introducirse a sus planes sin perjuicio de las antiguas ruinas y de los ensolves, con el costo de 30 a

35,000 pesos en todas. Dicho Real no tiene molienda de agua y necesita introducción de víveres de 18 leguas de distancia.

En el mismo Real de San Pedro Analco trabaja el C. Francisco Montero la mina nombrada Santa Catarina, con leyes actuales de 6 onzas por carga por estar cuasi en borra y en dureza; pero cuando alcanzan ojo es de leyes de 4 a 6 marcos, lo mismo que otro encaje que está comprendido en su pertenencia. Demanda un tiro para desaguarla, que costará de 8 a 10,000 pesos. Su dueño cede la mitad de su acción al que quiera aviarla; tiene Hacienda de a caballo al pie de la mina con mucha comodidad.

En el de Santa María de la Yesca, al otro lado del Río Grande, a distancia de 18 leguas al Nordeste de este Real, se trabajan interrumpidamente dos minas, Descubridora y Buenavista, por el C. Manuel Tuñón, la primera en los años de 78 hasta 86 del siglo pasado, produjo en su bonanza inmensa riqueza de 4 a 9 marcos de plata por carga de metal; pero de abundantísima producción por su anchura y blandura, pues a más de abastecer a 160 y tantos hornos de fundición, extraen metales para otros lugares los arrieros que introducían gretas y demás víveres; pero en el día está hundida y quebrada a causa de haberla despilarado los anteriores dueños, y por medio de una obra de socavón que ha barrenado en los huecos antiguos se están extrayendo algunos atierres con que a mucho costo y trabajo se mantienen aquellos infelices habitantes; y sólo con la conclusión de un tiro que tiene comenzado se conseguiría su restablecimiento a costa de 8 a 10,000 pesos. En las estacas de su pertenencia se hallan la mina Estaca Norte y las de Zapopan y Loreto, todas de metales de fuego de las mismas leyes, arruinadas por iguales causas, participando también del beneficio del tiro. La de Buenavista ha sido de ojos muy ricos, pero sobre ser muy dura, es de una mezquina producción e in-

constante en sus leyes, está cuasi abandonada y no merece obra para su beneficio. No hay molienda de agua y es un país muy costoso para todo, pues está sujeto a introducciones de muy lejos, malos caminos y aislados de ríos caudalosos.

El de Santa Cruz de las Flores está situado como el antecedente, a la misma distancia en el plan del río que baja del Real de Bolaños, de temperamento muy caliente, abundante de perjuicios de moscos y otros insectos, inhabitado a causa de la inconstancia de las vetas y minas de que hay abundancia con leyes de plata exorbitantes por fuego de muy corta duración.

Entre la muchedumbre de minas trabajadas que hay, sólo se denominan 5 de las que han merecido más concepto, y son El Socorro, Los Angeles, La Penitencia, Jesús María y San Antonio, en país muy remoto y en que todo es dificultoso.

El antiguo mineral de Amatlán de Jora, por su abandono, se ha convertido en pueblo: también está a la otra banda del Río Grande a distancia de 20 leguas al Nordeste de este Real. Entre la variedad de minas arruinadas que hay en el Cerro de Ventanas, dos son las que posteriormente se han trabajado que son las del Rosario y la Angola, con leyes de 4 onzas hasta 8, con molienda permanente de agua: son de considerable dureza y angostura en sus vetas y expeditas para trabajarse. Las provisiones de víveres las proporciona con escasez el Pueblo; pero la distancia y malos caminos para los útiles de las minas y beneficio, dificultan el trabajo.

Tatepusco es otro antiguo Mineral, 15 leguas distante del anterior, en situación más remota e inhabitada: abunda de vetas y minas trabajadas de leyes inconstantes, causa de su abandono, siendo la que conserva invariable tradición la de San Anselmo, que se halla inundada, sin obra alguna.

En el Mineral del Limón a esta banda del Río Grande, que dista 12 leguas al Noroeste de este Real, está abandonada e inundada la mina de Guanajuatillo, en que por tradiciones de su riqueza, perdió el C. Josef Schiaffino 60,000 pesos hace 16 años en vencer sus aguas, con 4 malacates y dos tiros; superando otras dificultades que ofrecía para trabajarse y últimamente quedaron sus planes en borra.

El Real de Bolaños, célebre desde el año de 50 de su descubrimiento hasta el de 95 del siglo pasado, está también a la otra banda del Río Grande, distante 60 leguas al Norte de este Real, en el Departamento de Colotlán. Hay varios edificios públicos que aún se conservan como monumentos de su opulencia. Fué Cabecera de Diputación hasta su absoluta disolución el año de 810, en que por resultas de la revolución general se redujo a comisión, mandándose agregar a ésta. Las minas que lo hicieron recomendable son las de Barranco, Castellana, Perla, Parián, Zapopa y La Cocina, que todas ellas están comunicadas al Tiro general de Guadalupe. Se abandonaron desde el año de 95 ó 96, quedando inundadas por habérseles hecho invencible la agua a 32 malacates, norias, cigüeñas y bolapies, que andaban incesantemente a costa de la Compañía de accionistas mexicanos que eran los dueños, dejándolas en sus planes con muchedumbre de pilares y macizos, y las labores en ricos y abundantes metales, según la tradición general. Sus altos se hallan arruinados por los raspadores. Es incalculable el costo que demandan las obras que exigen para su restablecimiento, a menos de que no se les aplicara la máquina de vapor que muy bien la merecen con la seguridad de pagar su costo sea cual fuere, y la de lograrse por su medio inmensas ventajas con prontitud después de conseguirse el desagüe. A más de las minas referidas, hay otras en el Barrio de Tepec, en el mismo Real, de menos profundidad y acce-

sibles a un desagüe de 4 malacates, como son la de San Cayetano, La Cruz, Santa Fé, La Concepción y otra porción de catas que hay a hilo de veta desde la nombrada Diamante hasta la última, comprendiéndose entre ellas la mina del Camichin, que con sólo expeditar los tiros, de San Cayetano y La Cruz con dos malacates, por ahora, cada uno, se conseguiría antes de un mes la evasión de las aguas de las primeras y se disfrutarían sus planes en abundancia de metales de 3 a 5 marcos por carga, pues la veta tiene 6 varas de anchura en limpio, y con la cortedad de 30,000 pesos se conseguiría no sólo la felicidad del particular interesado y de aquel Real, sino también la de todo el Estado de Jalisco. Tiene una Hacienda de agua arruinada que le nombran del Marquez; y de a caballo otras tres Haciendas, vastas también, ya arruinadas, dentro del mismo Real. Su temperamento es caliente y sano a la vez: es de abundantes introducciones de víveres de los Cañones de Juchipila, Tlaltenango, Atolinga y otros lugares que abastecen con profusión cuando se trabajan las minas a precios cómodos.

El de Borrotes dista del anterior 3 leguas al Norte. También están abandonadas las cuatro minas de que se compone, que no merecen concepto alguno. Hay una Hacienda de agua del temporal, que pertenece a los herederos del finado D. Josef Sánchez Sevillano.

En el de San Martín, cuatro leguas río abajo de Bolaños hacia esta parte, hay otra variedad de minas abandonadas antiguas, arruinadas que demandan obras costosas y no hay datos de sus cualidades.

Por el rumbo del Poniente se hallan los Minerales de Acuitapilco, El Liso, Cuapilla, Ahuacatancillo, San Bartolomé, Miravalles, Huichichila, San Francisco Tenamache, Motajo, El Frontal y Caramota, con muchedumbre de minas abandonadas por sus cortas leyes de 3 a 4 onzas de

plata por carga: No tienen concepto apreciable ni sus dueños han ofrecido dar parte.

Por el Sur se hallan otra muchedumbre de minas en el Departamento de Etzatlán, abandonadas por sus ruinas y cortas leyes, como son La Posesión, San Antonio de la Cañada, La Candelaria y otras; comprendiéndose también las de La Estancia de los Ayones, que son La Mazata, Santa Cruz y El Rosario, de mucha riqueza en sus metales, según la antigua tradición; pero inundadas e imposibilitadas por sus ruinas, demanda su restablecimiento sobre 60,000 pesos. Sus leyes son desde 12 onzas de plata por carga a 6 marcos de abundante producción.

La mina de Santa Cruz del Palmarejo, a 5 leguas de Ameca, al Sur de este Real, con distancia de 30 leguas, ha sido de la propiedad de D. Timoteo Dávila; se trabaja en compañía de D. Benito Gil; es de metales de mucha riqueza, pues los ha dado de más de a medias; está arruinada, ensolvada y actualmente en borra: tiene tiro para su desagüe y extraer los frutos y escombros. La disposición de sus dueños cedería la mitad de la mina al que quiera aviarla con 20,000 pesos para restablecerla; tiene Hacienda y está en país abastecido y barato.

La del Refugio (a) Las Bolas, en el Real de Guachinango, distante 40 leguas al Sur de este Real, está suspensa por falta de habilitación: pertenece a Mariano Blas Sandoval, quien cede la mitad a quien quiera hacerlo, con 10 a 12,000 pesos que se necesitan para la continuación de cuatro malacates, darle profundidad al tiro que tiene nuevo, desensolvar otro antiguo de 60 varas y emprender otro de 100 varas para disfrutar los ricos metales de 60 y más marcos que tiene. La Hacienda está en la planilla de la mina, aunque de a caballo. Es país abundante de víveres y en buen temperamento.

En el mismo Real de Guachinango hay muchedumbre de minas y haciendas abandonadas por las causas genera-

les que han paralizado la minería, y entre ellas llama la atención un socavón aventurero de más de 100 varas dado en el cerro de cuadras, que al conseguirse cortará los encajes de San Esteban, Apozolco, San Jerónimo, San Antonio y otros que han sido de acreditada opinión en leyes y abundancia de metales, dejando encampanadas las antiguas ruinas, demandando 25,000 pesos para su continuación. Las Haciendas son de molienda, de a caballo e igualmente arruinadas.

El Mineral del Rojo dista 5 leguas al NE. del anterior y 40 también al Sur de éste: entre la variedad de minas antiguas y abandonadas que hay por falta de aviadores, como son la Mina Grande, Tepeguaje, Verdosilla y otras, se trabajan la de la Servilleta, perteneciente a D. Pablo Ibarra, en abundantes frutos, desde 6 onzas hasta 4 marcos de plata por carga de metal, habiendo tenido que emprenderle socavón de cerca de 300 varas que duró cuatro años para conseguirse en el presente con costo de más de 20,000 pesos, dejando encampanadas las antiguas ruinas. Se le está construyendo Hacienda de agua. Su dueño no ha ofrecido dar parte porque su floreciente actual estado ya no demanda avío. También se trabaja por D. Pedro Afanador la mina de los Negros en dicho mineral que también le emprendió obra de largo tiempo, y ha conseguido frutos de 4 a 6 onzas por carga, con alguna abundancia. La situación de este minero demanda una habilitación de 10 a 12,000 pesos para organizar su negociación con el interés de media mina que cederá: no tiene hacienda de beneficio.

En el Mineral antiguo de la Navidad, en el Departamento de Mascota, distante 60 leguas al SO. de este Real, hay variedad de minas abandonadas por el entorpecimiento de sus ruinas, y sólo se trabajan la del Mirador, que es perteneciente a una compañía de pobres con crecidas leyes conseguidas a costa del afán de su personal trabajo. Sus leyes son desde 12 onzas por carga los metales corrientes,

y los de 1.ª hasta 150 marcos, con la escasa saca que les produce su corto fomento. Aunque no han ofrecido dar parte al que se ofrezca aviarles, su inferior situación persuade el que cederán la mitad a quien quiera hacerlo. También trabaja bajo una misma pertenencia el C. Francisco Xabier Curiel la mina Descubridora y Nuestra Señora de Guadalupe: son minas antiguas que por medio de obra para desechar sus ruinas se les ha emprendido; sus leyes son desde 6 onzas por carga de metal, hasta 36 marcos y de abundante saca. Con 6 a 8,000 pesos se conseguirá ponerlas en corriente. Hay sitios para poner Hacienda de agua en el temporal. Su temperamento es frío y muy abastecido de víveres. El dueño cede la mitad de la mina al que quiera habilitarlo con la cantidad expresada.

En la comprensión del mismo Departamento se hallan otros cuatro minerales con distancia de 60 leguas al Poniente de este Real, que se nombran Hostotipac, Reyes, San Sebastián y las Avillas, hacia el Valle de Banderas; el primero y el último se hallan enteramente abandonadas todas sus minas, a pesar de que éste las tiene de buenas leyes y alguna producción; pero por su abundancia de agua, situación en la costa que abunda de calor y perjuicio de moscos, a más de las causas de la paralización general, no se trabajan desde el año de 810, en que quedó desierto. El de Hostotipac es antiguamente abandonado, quedando reducido a Ranchería, sin encontrarse otra mina que la de un profundo tajo que se dilata horizontalmente como mil varas sin haber quien dé razón del estado de sus planes o labores, ni de sus dueños. Los metales que los raspadores han podido conseguir hasta donde con bastante riesgo han penetrado, acreditan de riqueza, y la confirma el socavón de más de 200 varas que tiene comenzado al pie del cerro con bastante amplitud, regulándose el costo de 30,000 para su consecución. Tiene dos Haciendas antiguas de Artes de agua permanente por la abundancia de un arroyo que baja

a los Reyes, no quedando de ellas más que los vestigios. En el Real de los Reyes se trabajan la mina de San Juan Nepomuceno, de que es dueño el C. Juan Josef Guzmán, que se halla con tiro y dos malacates por ser abundante de agua y con bastante ensolve; es de crecida producción de metales con leyes de 1 a 5 marcos de plata por carga. Con 12 o 15,000 pesos se conseguirá el desaguarla y expeditarla, y no será remoto que el interesado ceda la mitad al que la habilite. Tiene Hacienda de agua de todo el año y no carece de víveres que introducen de los lugares circunvecinos a precios cómodos. También se trabajan en dicho Real otras minas como son la de Animas y la de Santa Bárbara, hallándose otras abandonadas; la de Animas pertenece al C. Josef Francisco Camacho y Santa Bárbara a Justo Barraza. Ninguna de ellas merece concepto por su angostura, dureza y hallarse arruinadas. Tienen Haciendas de agua de molienda permanente. En el Real de San Sebastián, distante cuatro leguas de los Reyes, se trabajan las minas de Leones, Terronera, San Francisco y Santa Gertrudis, que pertenecen a los CC. Luis Guzmán, María de Jesús Peña, Juan Josef Patiño y Josef Antonio Enríquez del Castillo; no merecen concepto alguno por sus cortas leyes, angostura y dureza de las vetas y por sus ruinas. Tienen Haciendas de agua de molienda del temporal. Entre las muchas que en dicho Real hay abandonadas por inferiores, sólo la nombrada Rosario, merece emprenderle obra por socavón, que costará sobre 20,000 pesos para dejar sus labrados altos encampanados y disfrutarla en macizo. Sus leyes, según la tradición común, son desde 2 marcos hasta 25 por carga.

En el Distrito del mismo Departamento de Mascota, en la distancia de 67 leguas que hay de este Real al Pueblo de Talpa, por el rumbo del Sur, se halla la mina de Aranjuez (a) Descubridora, por haberlo sido desde el año de 1800 hasta el de 10 en que se abandonó a causa de la revolu-

ción general, después de haberla arruinado los dueños y raspadores, inundándose. Demanda obra de socavón o tiro con costo de 15 a 20,000 pesos para disfrutar los ricos y abundantes metales que en ella hubo desde tres y medio marcos hasta 8 de plata por carga. No tiene Hacienda de agua, pero sí de a caballo, en país abierto y abundante de víveres.

A 20 leguas de distancia, al Poniente de dicho Pueblo de Talpa, en el mismo Departamento de Mascota, a las 87 leguas al Sur de esta Diputación, se halla otro descubrimiento que se hizo el año de 804, nombrado San Antonio de Cuale, y más posteriormente otro conocido por el de San Fernando del Socorro, a 3 leguas al Poniente del primero. Se trabajan en uno y en otro las descubridoras pertenecientes a los CC. Manuela Bustamante y Matías de Orozco, en abundantes metales con leyes de 3 a 4 onzas por carga. La de Animas y Lumbrera de los CC. Tomás de Rivas e Ignacio Monroy, con leyes de 4 a 5 onzas de abundante producción. Las de San Antonio y El Carmen, pertenecientes a dicho Rivas, de 3 a 4 onzas; las del Rosario de Talpa del C. Vicente Ignacio Ferriz Monroy, de 3 a 4 onzas; la de San Rafael a los CC. Luis y Néstor Jiménez, de las mismas leyes; la de San Cayetano al C. Luis Gonzaga de Castro, de 6 a 8 onzas; la del Santo Cristo al C. Tomás de Rivas, en San Fernando, de 2 a 3 onzas de abundante producción; y abandonada la del Patrocinio por escasa de metales y leyes. Las nueve minas referidas tienen Hacienda de agua permanente, es un país remoto, sujeto a introducción de víveres y de todo lo necesario de países distantes. A pesar de sus cortas leyes producen anualmente de 12 a 15,000 marcos de plata. No rehusarían sus dueños ceder la mitad de sus minas a quien quisiera habilitarlos con 60,000 pesos para darles a sus negociaciones toda la amplitud que necesitan, repararlas de las ruinas y de la mucha agua a que propenden por la falsedad de los cerros.

En el Departamento de Autlán de la Grana, distante 60 leguas al SE. de esta Diputación, están los minerales del Parnaso, San Joaquín y Las Peruleras: en el primero se trabaja por el C. Rafael Villas y otro compañero, una mina que está en la pertenencia de un antiguo y profundo tajo que se dilata como 800 varas horizontales sobre la superficie, sin haber quien dé razón de su laborío perpendicular; está en metales abundantes de 4 a 6 onzas; no tiene laborío por estar al principio; no tiene agua ni perjuicio alguno, con molienda permanente de agua en país remoto escaso hasta de pastos. Sus dueños no han ofrecido dar parte por habilitación. En San Joaquín se trabaja la mina del Calvario por el C. Urbano Antonio de Luna y otro compañero; es nueva con leyes de 2 a 4 marcos por carga de abundante producción; no tiene perjuicio de agua ni otro alguno, mas que estar en país remoto escaso hasta de pastos. Tiene proporción de molienda de agua permanente a 3 leguas de distancia. Sus dueños no han ofrecido dar parte por razón de su avío. Hay otra variedad de minas antiguas abandonadas por haber quedado unas en borra y otras en ruinas. El panino de este mineral es de leyes crecidas; se ignora las obras que demandan y sus costos. En la Perulera se trabaja la mina de este nombre por el C. Domingo Antonio Ferriz y compañeros; es la veta de considerable anchura y sus leyes de 6 onzas hasta 4 marcos por carga de metal; es dura y la han trabajado arbitrariamente hasta ponerla en estado ruinoso; a pesar de sus leyes y anchura, no merece concepto apreciable por su veleidad y hallarse en un país muy remoto sujeto a introducciones de mucha distancia. No tiene aviador ni han ofrecido dar parte. Tiene molienda de agua de temporal. En el mismo mineral hay otra mina abandonada por muy angosta su cinta y dura; no merece concepto apreciable. A inmediaciones de dicha Villa de Autlán hay otra variedad de minas abandonadas por sus cortas leyes; no merecen concepto alguno.

En los Distritos de los Ayuntamientos de Chiquilistlán y Tapalpa, del Departamento de Sayula, se hallan dos minerales de fierro nombrados Capula y Tacotes, a distancia de dos leguas uno de otro; son en uno manto situado en un cerro, y el otro se da en grandes masas apenas enterradas en una ladera: producen abundancia de metal con buena calidad el fierro. El mineral de Capula pertenece al C. Josef María Guerra y el de Tacotes al C. Esteban Montes de Oca: tienen en corriente entre los dos como 20 hornos de fundición para este metal, que afinan después en fraguas con costo de 15 a 16 pesos quintal para venderlo sobre labrado a 25 pesos. La falta de máquinas de que usan en las ferrerías de Vizcaya para su fundido y elaboración, no proporciona la baratura de que es susceptible su abundancia y calidad.

En el mismo Departamento de Sayula se halla el mineral antiguo de San Rafael, que dista 70 leguas al SE. de esta Diputación. Se trabaja la mina Rondanera por los CC. Vicente Novelles y Josef Antonio Guerra, que hace dos años le emprendieron el desatierre de un socavón con 300 varas de longitud hasta llegar a las ruinas de los antiguos labrados para alcanzar por un crucero la veta en macizo con leyes de 12 a 15 marcos de plata en abundancia de metal, según las antiguas tradiciones que hay de dicha mina, y emprenderle otro crucero de 80 varas para cortar otra veta que nombran de la del Naricero, también antigua y arruinada, en leyes de 60 marcos, según las mismas tradiciones. Tiene tiro para desaguar y extraer los enzolves. Está en país remoto para las provisiones. Sus dueños no ofrecen dar parte. No tiene hacienda construída de agua por no haberla; pero hay vestigios de que la hubo de molienda de a caballo. Aún les falta mucho para conseguir sus obras.

A tres leguas de distancia del mineral antecedente se halla en el Cerro de San Taraco otra mina nombrada Santísima Trinidad, perteneciente al C. Elías Sotomayor y com-

pañeros; tiene poca profundidad y abunda en agua, por lo que demanda por ahora cigüeña interin se le emprende rebaje sobre el cerro para colocarle tiro y un malacate, que todo costará sobre 3,000 pesos. Sus metales son de una regular producción, y hasta ahora se ignoran sus leyes. No han ofrecido dar parte por razón de avío, ni tiene hacienda de agua, pero proporción de ponerla de molienda de a caballo. Su situación local está en paraje remoto sujeto a introducciones. Hay por sus inmediaciones varias minas abandonadas que no merecen concepto, según los informes adquiridos, entre los cuales no se omite la indicación de la de La Palma, de metales de oro de corta ley, de ochava por carga, que pertenece al C. José María Flores, que a pesar de ser ancha la veta, la tiene parada por falta de aviador, que cedería la mitad a quien quiera serlo; no demanda otro gasto que el de su cuele para alcanzar algún ojo de los que ha dado.

En el Departamento de Zapotlán el Grande se hallan los minerales del Favor y del Limón, que antes del año de 10 pertenecían a la Diputación de Inguarán, de la Provincia de Valladolid; dista el primero de ésta 85 leguas al SE., y el segundo otras 18 al mismo rumbo. Se trabajan en aquel la mina Contraestaca, que denunció el C. Manuel Pardo de Malavear, hace un año, sin adjudicársele por contradicción que han hecho sus antiguos poseedores; la denunció por inobservancia de ordenanza, esto es, por arruinada y sofocada; la ha desaguado, desaterrado y ademado, Malavear, emprendiéndole tiro. Tiene 7 labores en frutos de 3 marcos por carga con saca de 12 cada semana por parada. Costará el acabarla de expeditar, hasta la conclusión del tiro y malacates, sobre 12,000 pesos. Solicita Malavear aviador, cediendo la mitad de su acción. A cuatro leguas de distancia hay proporción de poner hacienda de agua permanente. Las introducciones de víveres son de 12 leguas de distancia, a precios cómodos y no escasean; es buen temperamento. También

se trabajan en el mismo real, por el C. Pedro García, las minas de La Gloria y de La Trinidad, que le están produciendo preciosos frutos de crecida ley en La Gloria, pues además de que sus leyes ordinarias son desde 20 onzas a 7 marcos de plata por carga, se ponen en la cima piedras y alambres gruesos de plata maciza, aunque es de escasa producción. Tiene hacienda de molienda de a caballo en el mismo Real. No ha ofrecido dar parte por razón de avío. Además de las dichas minas que se trabajan, hay otras suspendidas por falta de aviadores; pero que son de buenas leyes desde la superficie, por ser el panino platero. Tales son las Animas y San Antonio, que pertenecen al C. Juan Lorea; el Corazón de Jesús y San Jerónimo, al C. Manuel Pardo de Malavear, quien en la referida del Corazón de Jesús alcanzó una maza de plata maciza. La de la Lealtad, perteneciente al C. Pedro García; la de la Concepción, a una Compañía de que hace cabeza el C. Lic. Juan Francisco Palafox, y Descubridora, abandonada por ruinosa e inundada; y aunque las precedentes se hallan con agua, está vencida en una semana con achichinques, pues son de ninguna profundidad, y lo que más ha obrado en ellas para su paralización, es el no ser minero ninguno de sus dueños para saber distribuir el trabajo y laborío, pues las leyes cuasi generales de los metales corrientes no bajan de 3 marcos por carga, y aunque por ahora la saca es escasa, no lo será en prolongándole el laborío. Con un fomento de 60,000 pesos para las minas referidas, se pondrían en floreciente estado, y los dueños no rehusarían ceder la mitad de su acción.

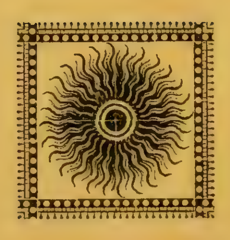
Los minerales del Socorro, Cerro del Perico, Sauces, Limoncito, Limón y Río del Oro, se hallan abandonados de menos de un año a esta parte. La del Limón, que fué de Don Antonio Olarte, quedó en borra y expedita; ha producido leyes hasta de 90 marcos. La del Limoncito, perteneciente al C. Aniceto Sierra, quedó en leyes de 2 marcos y regular

producción de metal en la corta profundidad que tiene. Se retiró por falta de aviador. La de los Sauces se abandonó en leyes de 6 marcos por la mucha agua que manaba en la corta profundidad que tenía y no tener avío ni recursos el interesado en un país tan desierto, con mucho perjuicio de moscos y calor. Hay proporción de poner haciendas de agua permanente, además de la que se nombra el Apaste.

NOTA.—Que por la falta de exactitud en los informes y noticias adquiridas de las minas que se hallan a larga distancia de esta cabecera, nos hemos separado de la individualidad con que hemos hablado de las inmediatas; omitiendo también la descripción de otros minerales y minas abandonadas por carecer de los datos requerientes con que fundar sus cualidades y causas de su abandono.

Hostotipaquillo, agosto 25 de 1824.

INDICE



Tomo 34. Número 10.

MEMORIAS Y REVISTA
DE LA
SOCIEDAD CIENTIFICA
"Antonio Alzate"

publicadas bajo la dirección de

RAFAEL AGUILAR Y SANTILLAN

SECRETARIO GENERAL PERPETUO

SUMARIO.—SOMMAIRE

(Memorias, pliegos 22 a 26. Láminas XL-XLIII y XLIa a XLIe.—Mémoires, feuilles 22 à 26.

(SE REPARTEN LÁMINAS 1-10 CORRESPONDIENTES A LA RESEÑA MINERA DE JALISCO, PÁGS. 153-327).

MEXICO

SOCIEDAD CIENTIFICA "ANTONIO ALZATE"
Ex-Volador, 3er. Piso, núms. 15 y 16

DEPARTAMENTO DE TALLERES GRAFICOS DE LA SECRETARIA DE FOMENTO
Primera calle de Filomeno Mata número 8

Octubre de 1916

Publicación registrada como artículo de segunda clase en 12 de Febrero de 1907

LOS TAPAYAXIN (PHRYNOSOMAS) DE MEXICO

Y LA IMPROPIEDAD DE SU NOMBRE

Por el Doctor S. J. BONANSEA, M. S. A.

A MI MUY ESTIMADO AMIGO EL DR. D. MANUEL M. VILLADA, CON TODO AFECTO.

(Sesión del 1º de Diciembre de 1913)

En México no hay quien no conozca un curioso e inofensivo reptil, al que vulgar é impropiamente se da el nombre de *Camaleón,* y que los naturalistas conocen con nombres muy diferentes, siendo el más generalmente adoptado, el de *Phrynosoma*. Este reptil pertenece a los Iguanidos, y lleva varios nombres, los que, en mi concepto, deberían ceder lugar al nombre primitivo mexicano, quedando los demás, como simples sinonimias. En efecto, en 1651, el gran naturalista español, Hernández, dió a conocer el reptil, objeto de mi estudio, bajo el nombre de *Tapayaxin,* nombre que debe tener la prioridad, puesto que fué el primero con que se conoció en el mundo científico, el llamado Camaleón de México.

En el año de 1828, Wagler dió el nombre de *Phrynosoma,* que es el nombre hoy admitido por los naturalistas.

En 1843, salió a la luz el *Systema Reptilium,* de Fritzinger, dando el nombre de *Batrachosoma.*

Posteriormente, el Prof. Girard, propuso el nombre de *Tapaya,* nombre que no fué aceptado por los naturalistas, quienes alegando derechos de prioridad, admitieron el nombre de *Phrynosoma,* lo que, repito, en mi concepto, no es justo, pues por derecho cronológico, la prioridad pertenece al nombre dado por Hernández en 1651, es decir, el nombre de *Tapayaxin.*

Ahora bien, la denominación propuesta por Girard, de *Tapaya,* no siendo otra cosa, sino una contracción de la palabra *Tapayaxin,* debería ser admitida universalmente por los naturalistas.

También en la Historia de México por Clavijero, se presenta al Phrynosoma con el nombre de *Tepayaxin,* nombre que indudablemente goza el derecho de ser el primero en la nomenclatura dada a ese reptil.

Deseando conocer la etimología de esa palabra, me dirigí a mis excelentes amigos, nuestros ilustrados consocios, los señores licenciados don Ramón Mena y don Francisco Belmar, ambos muy competentes en tan difíciles estudios lingüísticos, y debo a la exquisita galantería del señor Lic. don Ramón Mena, los datos que a continuación reproduzco: "La palabra *tapayaxin* es corruptela de *tlapayaxtli,* palabra compuesta de *tlapalli,* pintura, *ayaxtic,* ayate, retícula, y de la terminación *tli,* de los substantivos.

El nombre Nahuatl del Camaleón, (Phrynosoma), es *huitztepachtli,* palabra compuesta de *huitztli,* espina, *tepachoa,* aplastar, y de la terminación *tli.*

Este último nombre hace referencia al dorso del Camaleón de México.

Los indígenas conservan la tradición de que la muchacha que coje y acaricia un Camaleón, hace muy bien las tortillas; y las indígenas los toman y los conservan adornados con hilos o con estambres de colores vivos.

Creen, los indígenas, que ese animal solo es ponzoñoso

cuando se le irrita, y que entonces, por dos pequeños cuernos o espinas *(huitztli)*, que tiene en la cabeza, como continuando las del dorso, arroja un jugo lácteo, que provoca el cáncer en el sitio de la piel en que cae. Dicen, además, que, cuando el animalito está colérico, mueve una membrana roja en la garganta, membrana a la que denominan con el aztequismo *cocobandera*, de *cocolli*, que quiere decir enojo, riña.”.......

Como se ve, por la etimología de la palabra *huitztepachtli*, los indígenas han pintado magníficamente al animal, haciendo alusión a las formas muy singulares del cuerpo del simpático reptil.

La palabra *tapayaxin* quizás no sea tan demostrativa, pero *tlapalli* hace referencia a los diferentes colores, y *ayaxtic*, quizás quiera hacer alusión a la forma y a los colores del animal que, cuando está como aplastado, muy bien simula un pedazo de ayate reticulado, por sus colores y sus espinas, así que la denominación de *tapayaxin* o la de *tapaya*, está muy bien aplicada.

Creo, pues, que los naturalistas que pretenden establecer la regla de que deba siempre tener la prioridad el nombre primitivo, en el caso que nos ocupa, se debería adoptar el nombre de *tapayaxin*, o cuando menos, el de *tapaya*, nombres mexicanos que caracterizan al animal mucho mejor, que no la denominación de *phrynosoma*.

Los naturalistas mexicanos deberían usar esta denominación, invitando a los naturalistas de otros países, a emplear el nombre mexicano, que por su antigüedad, es el que debe aplicarse a estos animales.

Dejando ahora la cuestión del nombre científico, diré pocas palabras, para aclarar algunas dudas relativas a estos Iguanidos.

Parece que los *tapayaxin* habitan solamente en algunas regiones de nuestro país y los Estados del Sur de los Esta-

dos Unidos de América, desde Nebraska, Utah, Colorado, Kansas, hasta las tierras mexicanas.

Actualmente van descritas cosa de 12 especies de *Tapayaxin,* pero no es aventurado decir que los autores sufrieron lamentables equivocaciones, y más de una especie ha sido descrita como especie diferente, debido a las grandes diferencias individuales que se notan en estos animales, ya en tamaño, ya en color, puesto que los *Tapayaxin* cambian de color en el tiempo de los amores, así como cambian por el frío y el calor.

Las especies conocidas bajo los nombres siguientes:

Phrynosoma o *Batrachosoma asio, Coper,* encontrada en el Norte de México y Baja California;

Phrynosoma cornutum, Harlan, encontrado en el Norte de México, Texas y Kansas;

Phrynosoma orbiculare, L., común en muchos lugares de la República, especialmente en la Mesa Central;

Son tres especies, que con demasiada frecuencia son confundidas una con otra, y los naturalistas, aun los especialistas, para la determinación, se fundan más bien en la procedencia de los ejemplares, que no en caracteres positivos y fijos, morfológicos y anatómicos especiales.

Tanto es así, que habiéndose remitido varios *Tapayaxin* colectados en la misma localidad, a especialistas en Saurianos, pero con la indicación que procedían de puntos diferentes, esos especialistas, nótese bien, especialistas en el ramo, dieron nombres diferentes a los *Tapayaxin* remitidos; y, habiendo vuelto a enviar la misma especie, pero diciendo que procedía de otro lugar, se recibió una determinación diferente; lo que vino a comprobar que las determinaciones no son fundados sobre caracteres fijos y demostrables.

Los naturalistas de todo el mundo están acordes en afirmar que la especie que más comunmente se encuentra en las altas planicies de México, es el *Phryonosoma orbiculare,*

L.; pero yo remití a unos especialistas algunos *Tapayaxin*, coleccionados en el Distrito Federal, diciendo que procedían de la Baja California, y en contestación se me dijo, que los *Tapayaxin* remitidos por mí, pertenecían a la especie *Phrynosoma asio,* mientras se trataba, indudablemente del *Ph. orbiculare.*

Tengo gran acopio de datos y hechos, demostrando irrefutablemente los graves y continuos errores que se cometen por sabios y naturalistas de todo el mundo con quienes sostengo correspondencia, y veo, que para lo que se refiere a México, existen errores enormes tanto en Zoología, cuanto en Botánica.

Una publicación relativamente reciente acerca de reptiles y batracios, es la elegante obra de A. E. Brehm, publicación muy bien impresa y rica de muchas láminas y grabados más o menos exactos; libro magnífico por cuanto se refiere a la parte tipográfica, pero la parte científica, y en lo que se relaciona a México, adolece de gravísimos errores, debido a que muchos datos son meramente fruto de la fantasía de algún viajero, que por cierto no conoció a nuestro país, más que sobre algún mapa muy antiguo.

Volviendo a nuestro *Tapayaxin*, diré que sus costumbres, su vida, sus hábitos y su régimen, son poco o nada conocidos; lo que se escribe, es más leyenda o suposición, que no fruto de observaciones serias y concienzudas.

Desde hace varios años vengo ocupándome casi únicamente de Zoología y Botánica, observando las especies propias de México, y tuve en esclavitud, para estudio y curiosidad, a centenares de *Tapayaxin* capturados en diferentes localidades del país, habiendo podido hacer algunas observaciones, que muy en breve, condenso en este trabajo.

Nuestro finado consocio, el Dr. Alfredo Dugès, con quien sostuve larga correspondencia, me decía que él había observado muchos *Tapayaxin,* que los había visto llorar sangre,

pero que no conocía bien su manera de reproducirse, y los creía *vivíparos*, o cuando menos, *ovo-vivíparos*.

Sumichrast escribe que los *Tapayaxin* son vivíparos, y que ponen de 10 a 12 crías, las que inmediatamente echan a correr.

Pero ni Dugès ni Sumichrast, aclararon bien este hecho de la reproducción.

Ahora bien, tengo el gusto de asegurar a ustedes, que en una misma localidad, *Tapayaxin* que, aparentemente son de una especie única, unos son *ovíparos*, y otros *vivíparos*.

Hasta la fecha no he podido observar *Tapayaxin ovo-vivíparos*.

El día 6 de febrero de 1913, en la Hda. de Santa Catarina, ubicada en San Juan Teotihuacán, Estado de México, capturé tres *Tapayaxin* hembras, muy grandes y bellísimas, de elegantes y brillantes colores ocre, amarillo, naranjado casi colorado; y graduaciones obscuras, desde el color ocre hasta al negruzco, pero con la particularidad que todos los colores eran muy brillantes, caso que hago notar, pues en muchos casos estos animales ostentan colores muy pálidos, tanto que su color parece casi uniforme.

Traje las tres *Tapayaxin* a esta capital, y las puse juntas en un gran cajón con un buen substrato de arena, tierra y piedras, para que los animales estuviesen en un medio ambiente, lo más parecido al natural.

Allí dejé a las *Tapayaxin*, notando que cada día aumentaban de tamaño, su cuerpo se ensanchaba y los colores se ponían siempre más brillantes.

El 28 de abril de 1913, noté que había unos *Tapayaxin* muy hermosos, recién nacidos, que corrían por el cajón. Al mismo tiempo observé que una de las madres había disminuido algo en su volumen; la separé de las otras dos, por creer que era la que había puesto. Efectivamente, a las pocas horas encontré que esa hembra había vuelto a poner

unos huevecitos que encontré pegados a una piedra bien expuesta al sol.

Recogí tres de esos huevecillos, conservándolos en alcohol glicero-fenicado, como se pueden ver en el frasquito número 1 que presento. Mirando esos huevitos por transparencia a la luz de un foco eléctrico, se percibe la silueta del embrión en formación del *Tapayaxin* por nacer.

En el frasquito número 2, presento un huevo en vía de adelantada transformación, tanto que ya se nota al embrión casi formado, pudiéndose reconocer ya las formas perfectas del pequeño *Tapayaxin* por nacer.

El número 3 contiene unos *Tapayaxin* a la hora de haber nacido del huevo; en la región umbilical se notan aún residuos del huevo del que nacieron.

El frasco número 4 contiene *Tapayaxin* nacidos de huevos, a los dos días de nacidos.

No me fué dable seguir a vista de ojo la evolución de los huevos. Solo averigüé que la madre trata de ponerlos sobre piedras bien expuestas al sol, y, esos huevecillos dan al *Tapayaxin* completo entre el segundo y el tercer día de haber sido puestos.

La evolución se cumple muy de prisa, y una vez que el embrión ha llegado al tamaño del que se ve en el frasco número 2, para llegar al completo desarrollo, es cuestión de dos horas; luego el recién nacido echa a correr.

Por haber notado demasiado tarde la presencia de los huevecitos, solamente pude observar a dos, uno que rompí para observar su interior, y el otro que formó el embrión número 2, así que no pude notar con la debida precisión el tiempo exacto que pasa, desde el momento que la madre pone el huevo hasta que nace el *Tapayaxin* completo.

De todas maneras, esta observación pone fuera de duda, que hay en la Mesa Central de México, *Tapayaxin netamente ovíparos.*

Los huevos son sin cáscara, envueltos en una película muy ligera y delgada; son blandos, amarillos, aparentan la yema cocida del huevo de gallina; están envueltos por una especie de barniz o substancia gelatinosa, que los aglutina o afianza a las piedras, sobre las que la madre los pone.

La madre hace la emisión de los huevos cuando hay sol. El tamaño de los huevos apenas puestos, es el de un grueso garbanzo; su forma es ovalada, irregular, una de las extremidades es más grande y más redonda que la otra.

La hembra, a la que hago referencia, puso 14 huevos.

El día 23 de mayo, en el cajón en donde quedaban las otras dos hembras, apareció un pequeño *Tapayaxin* que parecía recién nacido, y corría con gran facilidad. Al fijarme si encontraba huevos, vi sobre una piedra a un paqueñísimo *Tapayaxin,* todo mojado, inmóvil, y lo creí muerto, por quizás haber caído al agua. Màs mientras estaba observando, el que yo creía muerto, dió una violenta sacudida a su cuerpecito y echó a correr.

Entonces vi cómo una de las madres tomaba posturas muy raras, y al rato dió a luz un pequeñito, envuelto en su alantoide, el que pronto se rompió soltando un poco de líquido amniótico, y como ya había observado antes, el recién nacido dió una sacudida como el anterior, y corrió por el cajón.

Me puse en observación, y pude ver una continuación de partos, pues la hembra hinchándose, se levantaba sobre las patas posteriores, y haciendo dos pujos, llevaba al huevo hacia el orificio anal; el huevo, las más de las veces, queda por mitad en el alvo y por mitad afuera, y entonces un nuevo pujo lo echa por completo.

El feto sale envuelto en un alantoide delgadísimo, queda inmóvil como medio minuto, da una sacudida muy recia, el alantoide se rompe, el líquido amniótico se desprende, y al

minuto, el recién nacido corre muy lleno de vida, perfectamente formado.

La madre emplea de 2 a 3 minutos entre la emisión de uno a otro chiquito.

En 45 minutos vi nacer a 12 pequeños *Tapayaxin;* unos de éstos, tan pronto como fueron expulsados por la madre, los puse en alcohol glicero-fenicado, y se ven en los frasquitos I A, y II B.

En el frasquito III C., un *Tapayaxin* vivíparo a los dos días de nacido.

Como se nota muy fácilmente, los *Tapayaxin* nacidos de madre vivípara, a igualdad de tiempo de nacidos, son un poco más grandes que los nacidos de madre ovípara; pero ya al quinto día de edad, su tamaño es igual, y no es posible ya reconocer a los nacidos de madre ovípara, de los de madre vivípara, nacidos el mismo día.

Los colores son perfectamente iguales, a lo menos en los que yo pude observar. Los recién nacidos no ostentan colores brillantes.

El día 27 de mayo de 1913, parió la otra hembra de *Tapayaxin,* y como la segunda, fué vivípara, dando a luz, en la misma forma que la precedente, 12 chiquitos.

Mis observaciones carecen de importancia; sin embargo, demuestran que:

1.° En una misma localidad, hay *Tapayaxin* que, a la vista no presentan ninguna diferencia entre sí, y fueron clasificados por la especie muy común de *Phrynosoma orbiculare;* pero sobre tres hembras colectadas en la misma localidad, y al mismo tiempo, una resultó *ovípara,* y las otras dos *vivíparas.*

2.° Queda fuera de duda que los *Tapayaxin* son vivíparos y ovíparos; esto no excluye que haya *Tapayaxin* ovo-vivíparos, como suponen varios autores, pero la reproducción ovo-vivípara aun no está comprobada.

3.° Como las tres hembras fueron declaradas pertenecer a la especie de *Ph. orbiculare,* resulta que la misma especie puede ser ovípara y vivípara. Pero yo creo más bien, que se trata de un error que sufrió el naturalista que hizo la clasificación, y esto robustece lo que antes dije, que tratándose de estos animales, los sabios de Europa y de Estados Unidos de América, han sufrido grandes equivocaciones, pues para sus clasificaciones se fundan sobre la procedencia de los animales, lo que en mi concepto no es en nada suficiente para determinar una especie zoológica.

4.° Que la gestación de los *Tapayaxin* es bastante larga, pues las hembras observadas por mí, las colecté el día 6 de febrero, y vinieron a parir, una ovípara, el día 28 de abril; de las otras dos vivíparas, una parió el día 23 de mayo, y la última, el día 27 de mayo; esto lleva a creer que la gestación no dura menos de 4 meses, pues al capturar las hembras el 6 de febrero, hay que suponer que estaban fecundadas ya desde hacía días, muy probablemente la fecundación se haría en enero, si no antes. De todos modos, suponiendo que esas *Tapayaxin* hubiesen sido recién fecundadas, la gestación habría durado 4 meses, pero yo opino que la gestación de esas *Tapayaxin* ha de ser de 6 meses.

5.° Que esos animales tienen colores más brillantes durante la gestación, y quizás durante el tiempo de los amores; pues después de haber parido, los colores de las hembras se atenúan, empalidecen y pierden su brillo.

6.° Que las hembras paren 12 chiquitos cada vez.

En cuanto a que los *Tapaxayin lloren sangre,* o echen sangre por los ojos, como lo afirmaron Hernández, Dugès y el Prof. Luis Murillo, es fenómeno que yo nunca he podido observar, a pesar de que han pasado por mis manos algunos centenares de *Tapayaxin.*

Tampoco he visto que el animal se irrite, creo que este animal es el verdadero símbolo de la calma y de la paciencia,

pues, alguna vez he jugado largo tiempo con *Tapayaxin,* en el campo, en su medio ambiente, tratando de estorbarle su marcha, molestarlos en cuanto es posible, y jamás noté que el animal demostrara su enojo, ni se irritara.

Lo único que hace cuando se cree o está en peligro, es aplastarse al suelo lo más que puede, pero al agarrarlo, no intenta siquiera defenderse.

Además, con algunos ejemplares que se mostraron muy obstinados en no comer, he logrado alimentarlos a fuerza, abriéndoles la boca y metiéndoles moscas: con esta operación, por cierto muy molesta para el animal, nunca observé ni que les saliera sangre ni que echasen ningún jugo o líquido lácteo por las espinas del cuello, como afirma la tradición india; como tampoco observé la pretendida membrana roja en la garganta, a menos que por esa membrana roja, los indios no hagan alusión a la piel de la garganta, que sí, en muchos ejemplares, en ciertas épocas, es muy llamativa por sus colores amarillos naranjados muy brillantes.

Por supuesto, la mayor parte de las afirmaciones de los indios no son más que errores de observación, cuando no mera fantasía y mito.

Largo sería, señores, relatar a ustedes las muchas y curiosas observaciones que en tantos años vengo haciendo sobre esos para mí graciosos animalitos, y para no cansar a ustedes, en vez de relatarles mis observaciones, los invito a que las hagan, pues así será más fácil aclarar las dudas que aun existen, sobre la vida y costumbres de esos animales.

Para los que deseen emprender la tarea, diré que es bastante difícil mantener esos animales más de seis meses en las casas, debido a que la mayor parte se rehusan a comer y mueren por extenuación.

Duran sin comer de 3 a 4 meses.

Para lograr que los *Tapayaxin* vivan en esclavitud, es pre-

ciso darles un ambiente lo más parecido a lo natural, y abrigarlos de la humedad y del frío.

Si se puede disponer de algunos metros cuadrados de terreno, en un jardín, pero en un lugar bien expuesto al sol, en pleno mediodía, se debe cercar con tela de alambre de mallas finas ese lugar, poner mucha arena, en la que los *Tapayaxin* gustan hundirse para abrigarse; ponerles piedras, algunas matas de hierbas, o mejor formar un montecito con algunas Cactáceas, arena y piedras volcánicas, entre las que los *Tapayaxin* harán sus escondites.

Yo acostumbro ponerles agua, pero nunca logré ver a un *Tapayaxin* beber. Hay que procurarles insectos, larvas de Coleópteros, moscas y otros insectos, que son el pasto favorito de los *Tapayaxin.*

Algunos llegan a comer lombrices, harina, salvado, miga de pan, azúcar y harina de maíz mezclados, pero su alimentación preferida es la que se procuran cazando insectos.

Se pueden tener en cajones, pero es preciso que sea un cajón grande, y arreglado con arena, tierra, piedras y plantitas, como antes dije, de otra manera se verán morir a todos los huéspedes.

El estudio es fácil y divertido, no se corre ni el menor peligro, pues los *Tapayaxin* son del todo inofensivos.

Ojalá que entre mis ilustrados consocios haya algún observador más afortunado que yo, y pueda llegar a demostraciones más concluyentes y más perfectas que las mías, para extirpar los grandes errores que autores extranjeros van diariamente publicando, relativo a cosas de México; y quede a México la honra de hacer progresar y dar a conocer las mil maravillas de Historia Natural que están encerradas en esa grande y hospitalaria tierra, que es la noble y generosa Nación Mexicana.

México, D. F., diciembre 1.° de 1913.

OBSERVACIONES PLUVIOMETRICAS

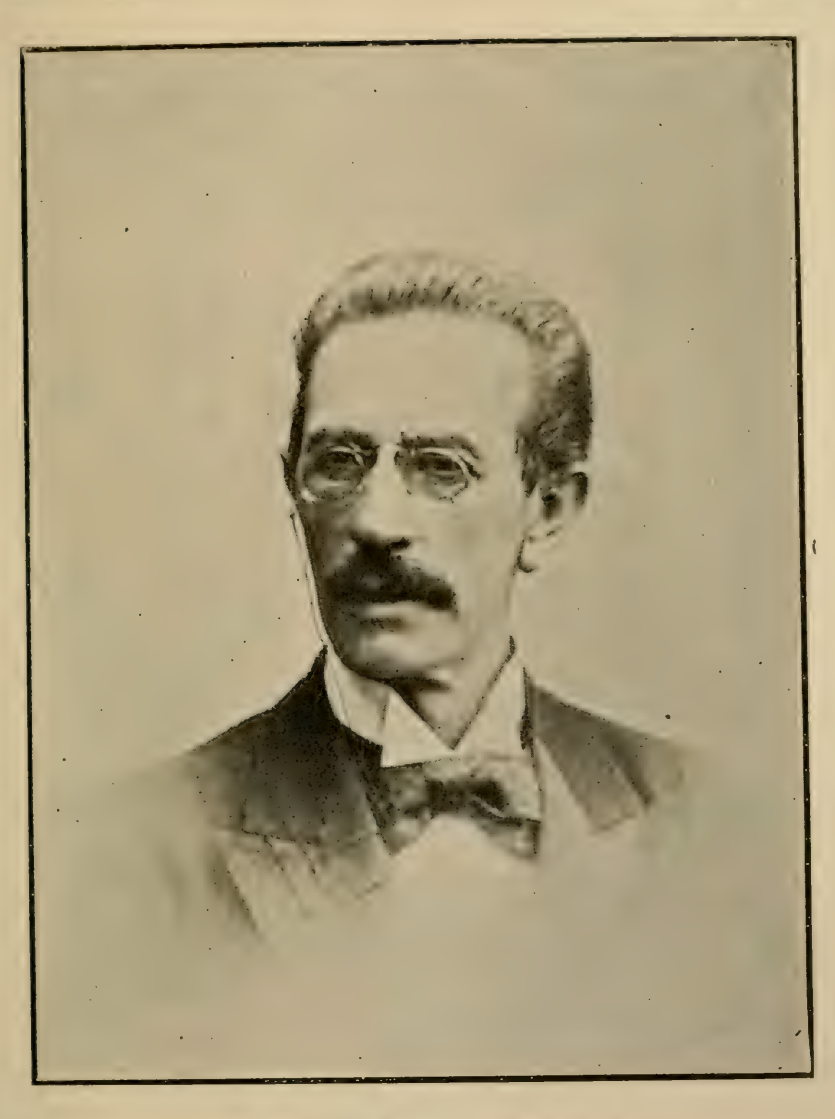
EJECUTADAS EN LAS ESTACIONES DE LA

COMPAÑIA MEXICANA DE LUZ Y FUERZA MOTRIZ

DE 1911 A 1913

	1911	1912	1913
	mm	mm	mm
Los Reyes, Distrito de Tulancingo, Hidalgo......	1752.5	1697.6	1857.0
Necaxa, Distrito de Huauchinango, Puebla.......	2144.9	2025.0	2569.5
El Carmen, Distrito de Huauchinango, Puebla..	1007.0	1108.6	1132.3
Huauchinango, Distrito de Huauchinango, Puebla..	....	....	1255.8
San Lorenzo, Distrito de Huauchinango, Puebla (*)	....	....	3011.0
Zempoala, Distrito de Huauchinango, Puebla (*)	....	....	3520.0
Tlaxco, Distrito de Huauchinango, Puebla (*)..	....	....	2106.0
Laxaxalpan, Distrito de Zacatlán, Puebla (*)...	....	....	808.5
Tepeixco, Distrito de Zacatlán, Puebla (*).......	....	....	2227.5
Quamanala, Distrito de Zacatlán, Puebla (*)....	....	....	1505.5

(*) Sólo de julio a diciembre.



Dr. Antonio J. Carbajal, M. S. A.
1847–1914

EL SEÑOR DOCTOR DON ANTONIO J. CARBAJAL, M. S. A.

ELOGIO HECHO POR EL SEÑOR DOCTOR DON ALFONSO PRUNEDA, PRESIDENTE DE LA SOCIEDAD CIENTIFICA "ANTONIO ALZATE,"

EN LA SESION CELEBRADA EL 3 DE AGOSTO DE 1914

(LÁMINA XL)

El 30 de junio del presente año dejó de existir, en esta capital, después de penosa enfermedad, el señor doctor don Antonio J. Carbajal, miembro distinguido que fué de esta Agrupación, desde el año de 1901, y que desempeñó en la misma el cargo de Presidente en 1907.

En nombre de la Sociedad, y como un justo homenaje al honorable desaparecido, vengo a hacer un breve recuerdo de la vida y de la obra, de quien tuvo siempre especial cariño por la Corporación, y en cuyo seno presentó diversos trabajos de importancia.

Ojalá quede establecida desde hoy la práctica de hacer públicamente el elogio de los consocios muertos, cuando hayan prestado servicios importantes a nuestra Sociedad, sea por medio de sus estudios o por haber laborado activamente por la mayor prosperidad de ella. Hacer esos elogios, será cumplir solamente con una deuda y aprovechar la ocasión que se presenta, para recordar existencias que deben servirnos siempre de estímulo.

El señor doctor don Antonio J. Carbajal nació en la ciudad de México, el 16 de julio de 1847, siendo sus padres el señor

Lic. don Antonio Carbajal, y la señora doña Dolores Arias y Caballero. Hizo sus primeros estudios en la Seminario Conciliar, en donde cursó latín y fisolofía, mereciendo un segundo premio en la primera de esas asignaturas. En 1862 ingresó a la Escuela N. de Medicina, para hacer los estudios preparatorios y profesionales de médico-cirujano, habiendo obtenido el título respectivo, en febrero de 1869, es decir, cuando apenas iba a cumplir 22 años de edad.

Durante los tres últimos años de sus estudios, fué practicante de cárceles, y al recibirse, sentó plaza como Médico-cirujano del Ejército, puesto que desempeñó solamente durante un año, por haber obtenido licencia absoluta.

De 1872 a 1884, ejerció, sucesivamente, en Córdoba, Atlixco, Alamos, Cuernavaca y San Juan del Río, desempeñando en esas diversas ciudades, el cargo de Director del Hospital y Médico Legista. En Atlixco estableció un hospital de sangre, sostenido merced a la caridad de algunos de los habitantes del lugar, en el que puso de relieve sus grandes cualidades morales.

Inventó en 1888 una careta antiséptica, que fué a hacer que se fabricara en Europa al año siguiente, aprovechando la oportunidad que se le presentaba para asistir al Instituto Pasteur y a las diversas clínicas de los hospitales de París.

Nombrado inspector sanitario del Consejo Superior de Salubridad, desempeñó ese cargo durante catorce años; de 1891 a 1905.

En 1895 se presentó al concurso abierto para cubrir la cátedra de clínica de obstetricia en la Escuela N. de Medicina, y un año después, al fundarse el Museo Anatomo-Patológico en el Hospital de San Andrés, fué nombrado ayudante de bacteriología de la nueva institución. En 1903, al establecerse el Instituto Patológico Nacional, se le confirió el cargo de primer ayudante de la Sección de Bac-

teriología, pasando en 1905, a ser Jefe de la misma, puesto que desempeñó hasta su muerte.

Nombrado en 1897, delegado del Estado de Durango, en el Congreso Internacional de Medicina que se reunió en Moscou, presentó en esa asamblea una interesante memoria sobre obstetricia, pasando después a París, para hacer en el Instituto Pasteur nuevos estudios de bacteriología, y especialmente, algunos prácticos sobre el cultivo de las levaduras.

En 1903 fué nombrado perito químico-legista del Distrito Federal, en unión del señor profesor don Andrés Almaraz, siendo ambos fundadores de esa importante sección del Servicio Médico Legal.

El Ministerio de Fomento comisionó en 1904 al señor doctor Carbajal, para estudiar la fiebre carbonosa y preparar la vacuna de la misma; habiendo obtenido un éxito del todo satisfactorio, después de ocho meses de estudio continuado y repetida experimentación. Cinco años después, es decir, en 1909, la Compañía Expendedora de Pulques le confirió el encargo de instalar un Laboratorio de Fermentaciones, en el que trabajó durante trece meses.

Perteneció a la Sociedad Agrícola Mexicana, a la Academia Nacional de Medicina, a la Sociedad de Medicina Interna, a la Academia de Ciencias Físicas y Naturales, correspondiente de la de Madrid, a la Vinotécnica de Burdeos y a nuestra Sociedad Alzate, y fué vocal de la Comisión de Organización del Primer Congreso Científico Mexicano, efectuado en 1912.

La actividad científica del señor doctor Carbajal, se ejercitó especialmente como partero, como químico y como bacteriólogo.

Como partero, ejerció cerca de cuarenta años, siendo muy estimados sus servicios. Escribió algunas monografías y artículos muy interesantes sobre obstetricia, entre los cua-

les deben mencionarse, especialmente, la tesis titulada "El embarazo y el parto complicados de cáncer de la matriz," que presentó en el concurso para cubrir la cátedra de clínica de obstetricia, y la memoria que leyó en el Congreso de Moscou, sobre el "Tratamiento de las presentaciones occípito-posteriores para evitar que se hagan permanentes." Además, en una memoria presentada a la Academia Nacional de Medicina, dió a conocer algunas maniobras propuestas por él, para prevenir algunas presentaciones fetales viciosas.

En el dominio de la química, dedicó especial atención al estudio de las fermentaciones, consagrándose de preferencia al estudio de la fabricación del pulque, para hacerla más racional y científica y, sobre todo, con la intención de que se llevara a efecto en las mejores condiciones de pureza. Sus trabajos de química industrial a este respecto, son muy dignos de señalarse, y no es aventurado asegurar que si hubieran podido continuarse satisfactoriamente, tal vez se habría logrado aun exportar el pulque, y, en todo caso, conservarlo por algún tiempo en buenas condiciones: evitándose de esta manera, muchos de los efectos perniciosos de esa bebida nacional, que, además de ser una fuente de riqueza para el país, tiene propiedades alimenticias no despreciables. También son dignos de mencionarse los trabajos del doctor Carbajal sobre química legal, por cuanto a que fueron de los primeros que se emprendieron en México, para ayudar a la Justicia en su alta labor.

Como bacteriólogo, se le deben estudios importantes sobre diversos asuntos, que emprendió en el Instituto Patológico Nacional. Entre ellos hay que mencionar, sobre todo, los relativos al tifo, llevados a cabo con gran constancia y aun a riesgo de perder en ellos la vida, por la manipulación incesante de productos cadavéricos de tifosos. Esas investigaciones condujeron al señor doctor Carbajal a afirmar

que había encontrado un germen al que llamó "diplococus glutinosus," sin que, sin embargo, se apresurara a considerarlo como el germen productor del tifo; quién sabe si los estudios posteriores le hubieran permitido llegar a tan importante conclusión! Sobre el mismo asunto hizo diversos y muy rigurosos estudios para comprobar las investigaciones de otro profesor del Instituto, el señor doctor don Ignacio Prieto, sin que hubiera llegado a las mismas conclusiones que éste.

Un lugar muy importante ocupa en la actividad científica del señor doctor Carbajal, el estudio y la preparación de la vacuna anti-carbonosa, que, como dije antes, le fuera encomendada por la Secretaría de Fomento: resultado de esos trabajos fué la distribución de viente mil quinientas dosis de vacuna, en muy corto tiempo, y la publicación hecha, a iniciativa de la Sociedad Agrícola Mexicana, y bajo los auspicios de la "Antonio Alzate," de una edición especial del estudio titulado "La fiebre carbonosa y su tratamiento profiláctico por la vacuna respectiva."

Además de estos trabajos, deben citarse los numerosos exámenes bacteriológicos hechos en el Instituto Patológico; los estudios sobre la etiología de la rabia y del vómito negro, y las investigaciones sobre la reacción de Wassermann, para el diagnóstico de la sífilis; y, por último, las que había iniciado últimamente, en compañía de nuestro consocio, el señor doctor Ricardo Cicero, para conocer las variedades de los parásitos que producen las tiñas observadas en nuestras escuelas primarias.

Como resultado de todos esos estudios, corren publicados numerosos trabajos en la "Gaceta Médica de México," en el "Boletín del Instituto Patológico," en la "Revista Médica," en el "Boletín de la Sociedad Agrícola Mexicana," y en otros periódicos científicos.

En las "Memorias" de la Sociedad "Antonio Alzate" es-

tán publicados los siguientes: *Los laboratorios zimotécnicos,* (tomo XVI, página 191 y tomo XIX, página 159); *Cólera de las gallinas,* (tomo XIX, página 213); *La fiebre carbonosa y su tratamiento profiláctico por la vacuna respectiva,* (tomo XXIII, página 315); *La etiología del vómito o fiebre amarilla, considerada desde el punto de vista bacteriológico,* (tomo XXVI, página 81); *Etiología de la fiebre amarilla, considerada desde el punto de vista de su transmisión, por la picadura del mosquito,* (tomo XXVI, página 369); *Complicaciones cerebrales del tifo exantemático, considerado desde el punto de vista bacteriológico,* (tomo XXVII, página 5); *Métodos clínicos de laboratorio aplicables al diagnóstico de las enfermedades,* (tomo XXVII, páginas 5-21), y *La fermentación racional del pulque,* (tomo XXXII, páginas 219-266).

El doctor Carbajal fué un profesionista de conducta intachable y de honorabilidad por todos reconocida. Ejercía su profesión con altruísmo indiscutible y nunca tuvo en cuenta para ello la cantidad o calidad de los honorarios que recibía. Pertenecía a la vieja generación de médicos que todavía consideraban como un sacerdocio el ejercicio de su noble profesión: estaba pues, muy distante, de las modernas "teorías" del utilitarismo profesional.

Su actividad era asombrosa; trabajaba constantemente y con el mayor escrúpulo, sin que fueran bastantes para desanimarlo las dificultades con que tropezaba en sus labores. Ha sido de los pocos, entre nosotros, que dedicara buena parte de su vida a la investigación, y no debe olvidarse que en algunos de sus trabajos, los relativos al tifo, expuso su existencia, sin que vacilara un momento para continuarlos, no obstante los riesgos que corría.

En las sociedades a que perteneció, se distinguió siempre por su puntualidad y por la participación tan activa que tomó en sus labores. No solamente se limitaba a leer perió-

dicamente sus trabajos reglamentarios, sino que con mucha frecuencia ocupaba la atención de los socios, con interesantes comunicaciones verbales en que refería el fruto de sus observaciones o de sus recientes lecturas.

Siempre al tanto de las novedades científicas, procuraba ponerlas en práctica en la primera oportunidad: por eso fué de los primeros que ensayó en México la reacción de Wassermann, en la que introdujo algunas modificaciones de detalle, y por eso al hacer sus estudios sobre el tifo, aplicó los modernos estudios sobre la desviación del complemento, con la esperanza de encontrar por ese medio, el agente causal de esa enfermedad.

De talento natural muy despejado, con una memoria sorprendente y de vasta ilustración, era de carácter humilde y afable. Su mirada viva e inteligente, que todos conocimos, tenía un sello de bondad que hacía la fisonomía del doctor Carbajal algo inolvidable, en que se retrataba integralmente el carácter del hombre sin tacha.

Católico de convicciones arraigadas, nunca ocultó sus creencias, ni éstas fueron obstáculo para que, con la libertad de espíritu del investigador, trabajara por arrancar algunos de sus secretos a la Naturaleza.

Vidas como la del doctor Antonio J. Carbajal, necesitamos entre nosotros: dedicadas al trabajo y a la ciencia; aureoladas por la honradez y santificadas por el ejercicio noble y desinteresado de una profesión. Su recuerdo servirá siempre de ejemplo y de estímulo; y cuando haya muchas así, la vida de nuestra Patria será más noble y más digna.

La Sociedad Científica "Antonio Alzate," por quien tanto afecto sintió siempre el doctor Carbajal, le consagra un recuerdo respetuoso y lleno de cariño, y lamenta profundamente su muerte, que le priva de uno de sus miembros más laboriosos y más distinguidos.

México, agosto, 1914.

CROQUIS

de los alrededores de la Ciudad de

MONTERREY, N. LEON.

Escala:

0 500 1000 2000 3000 4000 5000 6000. MTRS.

Ferrocarriles.
Tranvia Eléctrica.
Caminos.
Manantiales.
Criaderos de Fosfato.



CROQUIS

de los alrededores de la Ciudad de

MONTERREY, N. LEON.

Escala:

0 500 1000 2000 3000 4000 5000 6000 MTRS.

- Ferrocarriles.
- Tranvía Eléctrica.
- Caminos.
- ● Manantiales.
- ✣ Criaderos de Fosfato.

N.

Arroyo Topo Grande
F.C. de Laredo
San Nicolás de los Garza
Sto. Domingo
Cerro Topo Chico
Topo Chico
Manantiales Termales
Topo Chico
Arroyo de Topo Chico
Tranvía Elec.
F.C. á Matamoros
F.C. de Torreon
Cerro de La Mitra
F.C. á Tampico
Rio Sta. Catarina
Guadalupe
Rio de la Silla
F.C. de Mexico
Sta. Catarina
La Fama
Jesus Maria
San Pedro
Rio Santa Catarina
MONTERREY (534. MTRS.)
San Agustin
F.C. á S. Pablo
Cerro de La Silla
Los Remates
Sn. José
Nogalera
Lampazos
Estanzuela
Rio Estanzuela
Sierra Madre Oriental
Mina de S. Pablo
El Diente

ALGUNOS DATOS

SOBRE LOS

CRIADEROS DE FOSFATO DE CALCIO EN LOS ALREDEDORES DE MONTERREY, NUEVO LEON

Por el Ingeniero de Minas, TEODORO FLORES, M. S. A.

(LÁMINA XLI)

La circunstancia de ser poco conocidos los criaderos de fosfato de calcio en nuestro país y la importancia cada vez más creciente en el mundo (1), de los criaderos de fosfato, por la aplicación de abonos fosfatados a la agricultura, me deciden a presentar en nuestra Sociedad, algunos datos referentes a criaderos de esta naturaleza existentes en el Cerro de Topo Chico, en los alrededores de la ciudad de Monterrey, que tuve oportunidad de visitar durante una excursión que hice a los alrededores de esa ciudad, en 1913, comisionado

(1) Entre las diversas proposiciones discutidas en el seno del Consejo del último Congreso Geológico Internacional, reunido en Toronto, Canadá, fué una de ellas relativa a la investigación mundial de criaderos de fosfato. Esta proposición fué hecha por J. Samojloff, quien sometió a la consideración del Consejo la conveniencia de que comprendiera en el progama de trabajos del siguiente Congreso Geológico una investigación especial sobre recursos mundiales de ácido fosfórico. Fundó su proposición en la intensidad que ha adquirido la agricultura moderna y su progreso incesante; en la necesidad de suministrar abonos minerales al suelo, necesidad que debe considerarse como una de las

por la Dirección del Instituto Geológico de México, para establecer allí una Estación de las pertenecientes a la Red Seismológica Nacional (1).

Los criaderos citados fueron confudidos, al principio, con criaderos de calamina, por la semejanza de las concreciones procedentes de dichos criaderos con ese mineral. En las muestras, por primera vez analizadas, no se encontró zinc, y fué entonces cuando se descubrió la presencia del fósforo en las mecionadas concreciones (2).

Los criaderos se encuentran situados (lám. XLI), al N.W. de la ciudad de Monterrey (3), a 680 m. sobre el nivel del mar, en la vertiente septentrional del cerro de Topo Chico. Este cerro, que dista de la ciudad de Monterrey próximamente seis kilómetros, es una eminencia de forma elípti-

---

más esenciales y urgentes, puesto que los abonos fosfatados son de excepcional importancia entre los abonos minerales, llamando la atención sobre que la materia prima es suministrada por los fosfatos naturales y considerando que la cantidad de ácido fosfórico, contenido en los fosfatos, determina en cierto modo, la cantidad posible de substancia viviente en el mundo. El Prof. Samojloff manifestó en su proposición que él ha emprendido, durante seis años, la investigación de los fosfatos en Rusia; pero que la valorización precisa y rigurosa de los criaderos de fosfato en el mundo no puede hacerse sino emprendiendo trabajos de exploración colectivos organizados internacionalmente como se hizo en el Congreso de Suecia para las cantidades mundiales de fierro y como acababa de hacerse en el Congreso del Canadá para los recursos mundiales de carbón mineral. Basándose en las consideraciones anteriores el Prof. Samojloff propuso la organización de los trabajos colectivos para esta investigación en el programa del XIII Congreso Geológico Internacional, que se reunirá en Bruselas en 1917.

(1) La referida Estación quedó edificada en el cerro del Obispado, en los alrededores de la ciudad de Monterrey y desde hace ya algunos meses funciona con toda regularidad.

(2) En las Oficinas de Ensaye Federal en Monterrey fué analizada una muestra procedente de estos criaderos por el Sr. Ing. F. Roel, quien no habiendo encontrado zinc, pudo después comprobar la presencia del fósforo en la muestra analizada.

(3) La plaza de Zaragoza, que es el centro de la ciudad, está a 533^{m}.9 de altura absoluta, la parte más alta de la ciudad, que es su orilla occidental, está a 550^{m}.05 y la más baja, al Norte, a 518 metros.



Cerro de Topo Chico en los alrededores de la Ciudad de Monterrey, Nuevo León

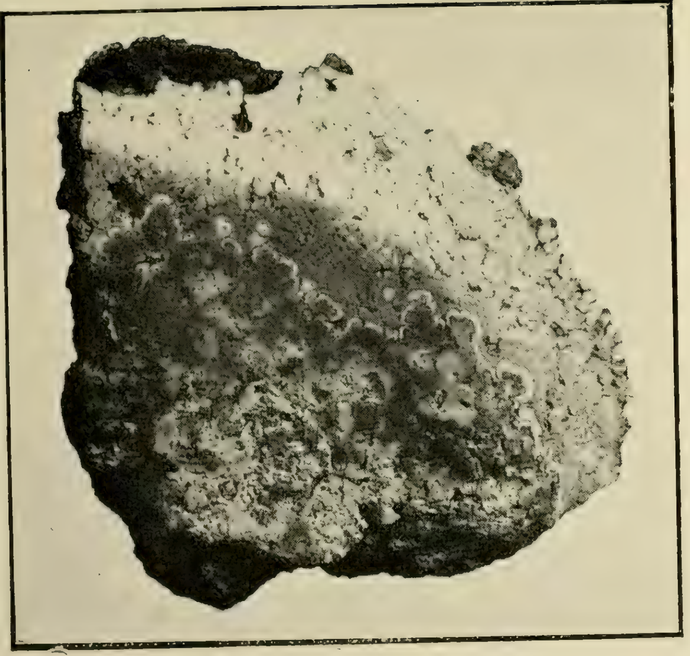


Fig. 1



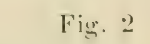


Fig. 2

Concreciones de fosfato de calcio de Topo Chico



Fig. 1

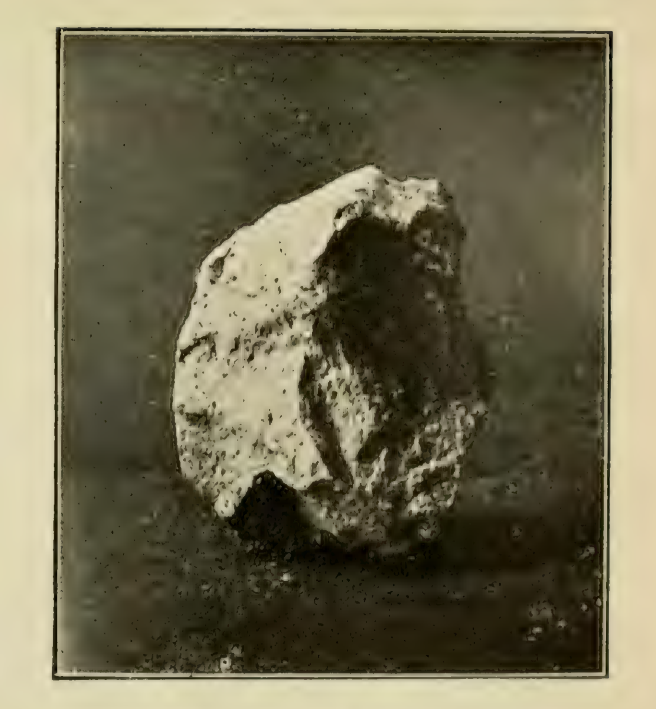
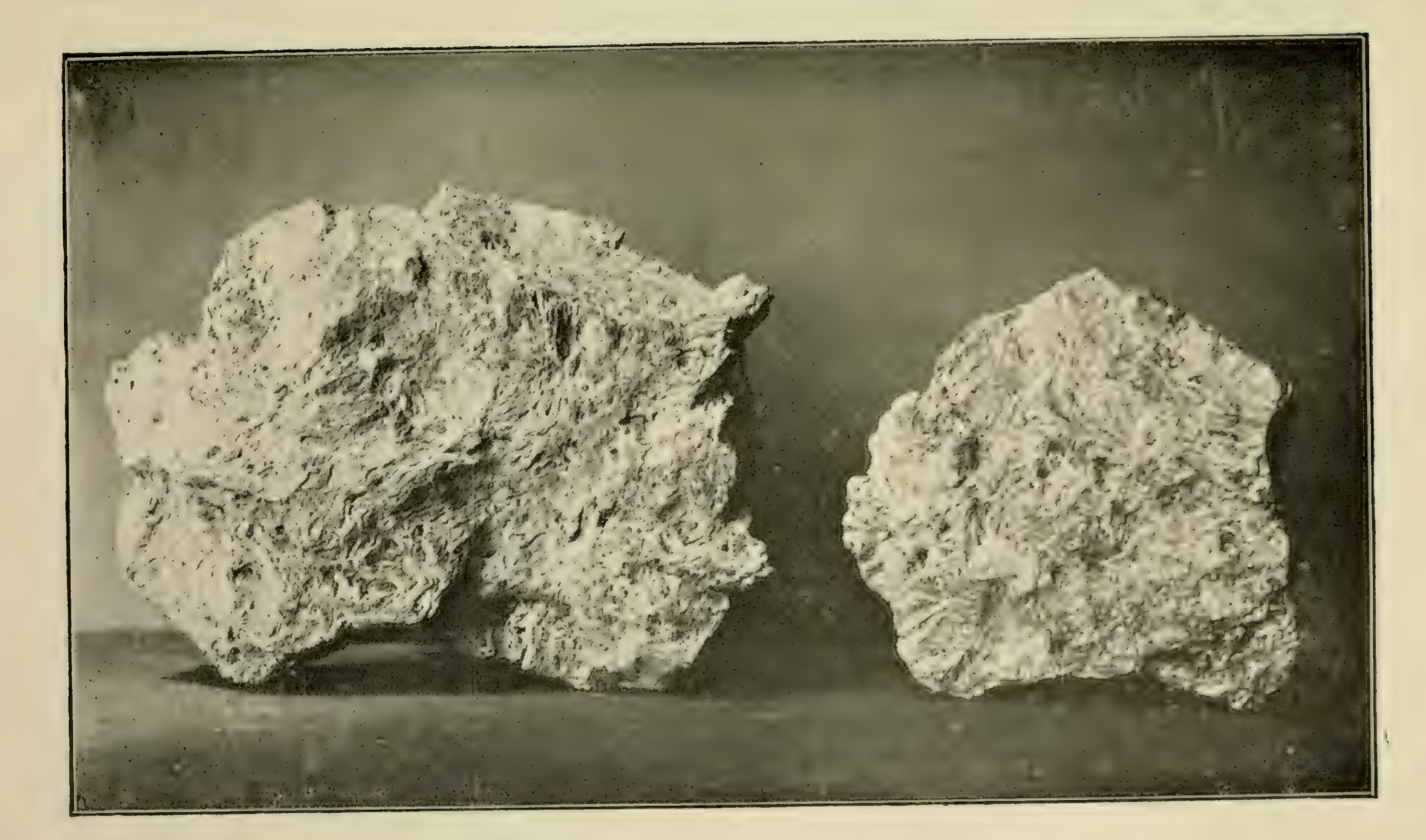


Fig. 2

Concreciones de fosfato de calcio de Topo Chico



Concreciones de fosfato de calcio de Topo Chico



Concreciones de fosfato de calcio de Topo Chico

ca, cuyo eje mayor está orientado casi de E. a W.; dicha eminencia se levanta sobre el valle, unos trescientos metros, y está constituída por calizas fosilíferas del Gault y Cenomaniano, plegadas en forma de una pequeña cúpula periclinal aislada. En el lugar donde existen los criaderos de fosfato se presentan brechas calizas, en las que se observan a los fragmentos de caliza cementados por calcita y por fosfato de calcio. La estructura en zonas concéntricas de los depósitos de fosfato, muestra claramente que estos criaderos han sido formados por aguas circulantes; pero las obras de exploración que se están llevando a cabo en los criaderos, son todavía muy superficiales, pues apenas últimamente es cuando se han iniciado, y no permiten observar si estos criaderos han sido formados por aguas meteóricas descendentes, que han efectuado una concentración del fosfato o han sido originados por aguas profundas que, al ascender, hayan transportado y depositado el fosfato de calcio, en una zona relativamente superficial.

Las muestras analizadas en el Laboratorio de Química del Instituto Geológico Nacional, dieron un alto por ciento de fosfato de calcio, pues los resultados de los análisis practicados, arrojaron un promedio de 75.98%.

Las concreciones afectan diversas estructuras, unas veces es casi oolítica, otras en forma de coliflor, otras a veces es compacta terrosa, y otras, en fin, es en bandas concéntricas de un blanco mate o ligeramente gris amarillento, que dan a las concreciones una notable semejanza con la calamina, mineral que con frecuencia se presenta en las calizas cretácicas del Estado de Nuevo León, y con el cual, como ya he dicho, fué al principio confundido. O. Stutzer cita (1) en su descripción de criaderos de fosfato de las cercanías

(1) Die Wichtigsten Lagerstäten der "Nicht-Erze" von Dr. O. Stutzer-Berlin, 1911, pág. 355.

de Zaghouan, en el Djebel Zaghouan y Djebel Ressas, en el Norte de Túnez, criaderos de fosfato en forma de filones, que se encuentran asociados a criaderos de calamina, y dice que ambos minerales alternan entre sí, y que es tal su semejanza, que sólo se distinguen muchas veces, por medio del análisis. El contenido en fosfato de estos criaderos varía, según D. Levat (1), entre 55.80 y 80.35%.

En la región de Beja, se encuentran depósitos de fosfato en forma de sedimentos en la base del Eoceno inferior, (Suessoniano), pero su contenido en fosfato es muy bajo (2 a 16%). Como roca encajonante de estos depósitos, se presenta una arenisca roja arcillosa o una arenisca amarillenta fosilífera. En el Sur de Beja, cerca de Teboursouk, se encuentran de nuevo capas eocenas, con cuatro grupos de depósitos explotables, cuyos sedimentos numerosos son las más veces de 50 a 80 cm. de espesor, y cuyo contenido en fosfato varía entre 24.37 y 50%.

En nuestro país se han encontrado depósitos sedimentarios primarios de fosfato en el Jurásico superior, en las calizas margas y margas apizarradas de la Sierra de Mazapil y Concepción del Oro, en Zazatecas. El Dr. Carlos Burckhardt (2) que descubrió estos yacimientos, hace en ellos las tres divisiones siguientes: I.—El "piso fosforítico inferior," que pertenece al Kimeridgiano superior, y está formado por capas margosas, grises o amarillentas, que contienen muchas conchas de Aucella Pallasi Keys; este piso tiene un espesor de pocos centímetros y contiene pocos fosfatos. II.—El "piso fosforítico medio," que pertenece al Portlan-

(1) Etude sur l'industrie des phosphates et superphosphates par D. Levat. *Ann. des Mines*. 1895. Pág. 53.

(2) Sobre las rocas fosforíticas de las Sierras de Mazapil y Concepción del Oro, Zac,. por el Dr. Carlos Burckhardt, *Parergones del Instituto Geológico de México*. Tomo II, núm. 1, págs. 63 y sig.

diano inferior y medio, y que está formado por calizas fosforíticas muy características de color rojizo con manchas negras. Este piso contiene muchísimos fósiles, sobre todo ammonitas; tiene un espesor de 1 a 2 metros, se encuentra en vasta extensión superficial, y las muestras analizadas, dieron hasta un 18.98% de P_2O_5, y III.—El "piso fosforítico superior," que pertenece al Portlandiano medio y superior. Las rocas se distinguen fácilmente de las del piso medio, sobre las cuales descansan inmediatamente, y son calizas fosforíticas grises y capas margosas de más o menos diez metros de espesor, que contienen fósiles en abundancia; una muestra analizada de este piso dió 19.55% de fosfato. En la sierra de Concepción del Oro, los análisis dieron resultados variables, entre 3.26 y 16.08% de P_2O_5.

Los depósitos sedimentarios primarios de fosfato, según De Launay (1), pueden haberse formado en tres condiciones diferentes: 1.ª Depósitos relativamente alejados de la ribera, a menos de 1,000 metros de profundidad, allí donde el régimen de las corrientes acarreaba acumulaciones especiales de organismos o soluciones fosfatadas, tomadas del lugar donde se encuentran estos organismos (cretas fosfatadas de Bélgica, Túnez, etc.). 2.ª Depósitos litorales o lacustres de proximidad más inmediata a la costa que se encuentran como nódulos o riñones, muchas veces asociados a materias carbonosas y bituminosas, que pudieron haber sido tomadas de los mismos organismos, que dieron a la vez su fósforo; este género de yacimientos acusa una concentración esférica especial, y son algunas veces grafitosos (nódulos de Podolia, de los Pirineos). 3.ª Depósitos continentales, asimilables en cierto modo a los guanos; ya sea en grutas, ya sea en mesas emergidas de las zonas ca-

(1) L. de Launay.—Traité de Métallogénie. Gîtes Minéraux et Métallifères.—Paris et Liége. 1913. Tomo 1, pág. 660.

lientes, tales como los que se encuentran actualmente situados en la zona ecuatorial.

Es indudable que los depósitos fosforíticos de Zacatecas pertenecen al primero de estos tipos, y el fosfato se encuentra, según Burckhardt (1), uniformemente distribuído en toda la roca, pero por la descripción que hace de estos criaderos, se ve que son de distinto origen que los de Topo Chico. En efecto, estos últimos, como se deduce de las condiciones de su yacimiento, estructura concrecionada de sus depósitos y de su alto contenido en fosfato de calcio, parecen ser fosfatos secundarios, originados por disolución, transporte y concentración del fosfato contenido en las calizas de la región, sea bajo la forma de apatita, sea bajo la forma de detritus orgánicos fosfatados. Quizás tienen su origen en las rocas fosforíticas Jurásicas, que deben encontrarse a la profundidad, en la región de Monterrey.

El ácido fosfórico forma tres fosfatos de calcio: el fosfato tricálcico $(PO^4)^2 Ca^3$, el fosfato bicálcico $(PO^4)^2 CaH^2$, y el fosfato monocálcico $(PO^4)^2 CaH^4$. El primero se encuentra muy distribuído en la naturaleza, y existe desde el arcaico hasta la época actual. En el arcaico se presenta combinado al cloruro y fluoruro de calcio bajo la forma de apatita, asociada a óxido de fierro; en el Paleozoico se presenta en los períodos Silúrico, Devónico y Carbónico, en capas o en nódulos esféricos, frecuentemente concrecionadas, acompañados de materias orgánicas (2), que dan a estos fosfatos un color negro o pardo obscuro; en el Mesozoico existe en el Jurásico y Cretácico, y se encuentra también en capas o afecta la forma general de riñones o nódulos de forma irregular de color gris, verdoso o amari-

(1) Loc. cit., pág. 67.
(2) De Launay, loc. cit., pág. 659.

liento. En el Eoceno los fosfatos conservan muchas veces la forma nodular, pero otras se presentan como calizas fosforíticas, de un contenido bajo en fosfato, pero que comprenden, a veces, enormes extensiones. Los fosfatos de fines del Terciario y del Pleistoceno tienden a afectar más bien la forma de fosforitas (1), distribuídas irregularmente en bolsas o nódulos, semejantes a los del Cretácico.

El fosfato tricálcico es insoluble en el agua fría; pero el agua hirviente le quita un poco de ácido fosfórico, y los transforma en $3 [(PO^4)^2 Ca^3] + CaOH^2$. Este fosfato tricálcico forma el 80% de los huesos, y en agricultura se utiliza moliendo los nódulos o apatita y transformándolo en fosfato monocálcico, asimilable por las plantas, por medio del ácido sulfúrico, operación que constituye la industria de los *superfosfatos*.

El fosfato bicálcico es insoluble en el agua pura, pero soluble en el agua cargada de gas carbónico, y se encuentra, principalmente, en ciertas concreciones urinarias.

El fosfato monocálcico se descompone en contacto del agua en fosfato dicálcico y ácido fosfórico, que permite la disolución del fosfato monocálcico. Este fosfato existe en algunos líquidos de la economía animal, que tienen reacción ácida; se le puede obtener tratando la ceniza de huesos por ácido sulfúrico, y es un constituyente importante de los superfosfatos.

La solubilidad de los fosfatos notablemente en presencia del anhidrido carbónico, es un punto importante para el caso de los criaderos de Topo Chico, que como he dicho ya, parecen haber sido originados por la remoción, transporte

(1) Dana dice: "The name *Phosphorite* was used by Kirwan for all apatite, but it especially included the fibrous concretionary and partly scaly mineral from Estremadura, Spain."—The System of Mineralogy of James Dwight Dana.—New York. 1911, pág. 764.

y depósito de productos fosfatados, contenidos en los depósitos fosforíticos sedimentarios por aguas circulantes, sin que sea posible fijar todavía la dirección en que circulan estas aguas, es decir, si se trata de depósitos formados *per descensum* o *per ascensum*. La solubilidad del fosfato, bajo diversas formas y a la temperatura y presión ordinarias, es, según Bischoff (1), como sigue:

	NOMBRE DEL FOSFATO	Partes de agua saturada con gas carbónico necesarias para disolver una parte del fosfato.
1	Apatita	393,000.
2	Apatita después de sacudir con fuerza la solución	96,570.
3	Fosfato de calcio básico, artificial, precipitado	1,102.
4	Fosfato de calcio básico artificial precipitado y desecado	5,432.
5	Fosfato de calcio artificial precipitado, desecado y calentado al rojo	13,115.
6	Huesos frescos de res	4,610.

Esta solubilidad aumenta con la temperatura y la presión, y es ayudada, además, por la presencia de sales, tales como el cloruro de sodio o clorhydrato de amoníaco y puede efectuarse ya sea directamente sobre el fosfato tricálcico, o bien por el paso de este fosfato a fosfato de amoníaco, pues este último se produce en las condiciones ordinarias de la putrefacción, en las que se produce también anhidrido carbónico, y es bien sabido, que al descoponerse un cadáver, la carne misma suministra fósforo (2), bajo la forma de fosfato de amoníaco, engendrado por la actividad bacteriana.

Las montañas de los alrededores de Monterrey (lám. XLI), están constituídas en la superficie por margas y pizarras, y principalmente, por calizas cretácicas con Caprinulas (Ce-

(1) Véase el tratado de Geología química y física del Dr. G. Bischoff "Lehrbuch der chemischer und physikalischen Geologie." Bonn. 1864. Tomo II. 2ª Edición, pág. 242 y también Dr. O. Stutzer, loc. cit., pág. 442.

(2) De Launay, loc. cit., pág. 646 y sig.

rros de La Mitra, La Silla, etc.), abundando en esta región, por consiguiente, el anhidrido carbónico necesario para la disolución de fosfatos, y existiendo, además, en estas calizas fosilíferas, restos orgánicos que pueden contener fosfato, puesto que los seres organizados tienen la propiedad de fijar de las disoluciones diluídas el fosfato y carbonato de calcio que les son necesarios. Esta propiedad tiene gran importancia en los criaderos de fosfato, pues efectúan así los seres organizados una primera concentración, que después, al descomponerse estos organismos, hacen posible una serie de concentraciones, que pueden dar lugar a depósitos fosfatados costeables. En el caso de faunas marinas (1), estas concentraciones han formado concreciones de un contenido hasta de 35% de fosfato tricálcico.

Es, pues, posible que en los criaderos de fosfato de Topo Chico se haya efectuado una remoción y concentración superficial de los detritus orgánicos fosfatados contenidos en las calizas de la región, y sería posible también un acarreo del fosfato que pudiera encontrarse en las capas del Jurásico superior, que con gran probabilidad debe encontrarse debajo del Cretácico que aflora en la superficie. Sería interesante también comprobar la existencia de fosfato en las calizas de la región, por un análisis químico completo de dichas calizas, análisis que aun no se ha hecho. Por otra parte, parece que esta remoción y concentración en los criaderos de fosfato es un hecho más general de lo que se supone: el fosfato disperso en los terrenos o contenido en los detritus orgánicos, tiende a disolverse por diversas reacciones superficiales, buscando siempre formas más estables, y, por consiguiente, menos solubles. Esta disolución se realiza en presencia del gas carbónico, y en una zona poco profunda, se efectúa una precipitación que da lugar a con-

---

(1) De Launay, loc. cit., pág. 647.

creciones, cuyo tamaño aumenta progresivamente; es un fenómeno semejante al que se produce para el manganeso, en el que se forman nódulos de pyrolusita, y es evidente que en el caso de los fosfatos, el proceso se acentúa en los lugares en los cuales existía de antemano una acumulación especial de fosfato, sobre todo, en presencia del anhidrido carbónico que abunda en los terrenos calizos. Resulta de esta remoción y depósito, toda una serie de yacimientos que presentan caracteres muy diversos, según la naturaleza del material removido, la distancia más o menos grande recorrida durante el transporte de este material, la disposición y clase de las cavidades (poros, fracturas, etc.), en las cuales se ha hecho el depósito.

De Launay divide a los criaderos de fosfato, formados por concentraciones superficiales (1), en tres categorías principales: 1.ª Formación de concentraciones fosfatadas en zonas calizas ya ligeramente fosfatadas (tipos: Carolinas, Florida, Islas del Pacífico). 2.º Relleno de bolsas y abismos formados de preferencia en los terrenos calizos compactos, pero que se encuentran a veces encajonados en otros terrenos (esquistos, granitos, basalto, etc., tipos: Quercy, Estremadura, Nassau). 3.º Concentración del fosfato sobre el suelo o en grutas actuales por descomposición directa de materias orgánicas (tipos: grutas del Herault, Argelia, yacimientos de guano ecuatoriales).

Pudieran incluirse los criaderos de fosfato de que me vengo ocupando en el primer tipo, siendo posible, además, que la remoción y concentración de los fosfatos se hayan efectuado por aguas termales (2), de una manera semejante

(1) De Launay, loc. cit., pág. 695 y sig.

(2) La existencia de manantiales termales en la región hace posible esta suposición. El Sr. Ing. J. G. Aguilera, que tomó parte en la discusión de la génesis de estos criaderos cuando fué presentada por mí la nota preliminar de este trabajo en la Asamblea General de Invierno de la Sociedad Geológica

a la que tiene lugar en nuestros depósitos de *tecali* (1), de travertinos o tobas calizas. Así se ha observado, por ejemplo, en las cercanías de Linden, en Tennessee (2), donde aguas termales formaron en la superficie depósitos de tobas fosfáticas parecidas al travertino. En esta localidad americana, se observan fenómenos de remoción y transporte en cierta escala, habiendo sido removidos los fosfatos de las capas devónicas de la región, y depositados en el piso de las cavernas formadas en las calizas silúricas, o por metasomatosis termal, efectuada en las calizas carbónicas de la región o bien habiendo sido depositados por aguas termales, como ya dije. Muchos de los depósitos de fosfato de Bélgica se formaron por una lexiviación de los detritus orgánicos fosfatados, seguida de una concentración del fosfato. En esos depósitos se supone la existencia de pequeñas cantidades de fosfato esparcidas en la masa de la roca, por descomposición, alteración y disolución de las calizas cretácicas, que mecánicamente se enriquecieron en fosfato.

Para el caso de los criaderos de fosfato del Cerro de Topo Chico, en los alrededores de Monterrey, quedan como un motivo de investigación futura, los siguientes puntos:

Comprobar si las calizas de la región son ligeramente fosfatadas, lo que fácilmente podrá hacerse por un análisis químico completo de dichas calizas.

Mexicana, hizo notar la presencia en el Cerro de Topo Chico de criaderos de plomo en conexión con rocas ígneas, y sugirió la idea de que estas rocas hubiesen originado apatita en su zona de contacto, la que más tarde hubiese sido llevada a la superficie por conducto de aguas juveniles.

(1) Los yacimientos de tecali de los alrededores de Tequisistlán, Distrito de Tehuantepec, E. de Oaxaca, por T. Flores, *Bol. Soc. Geol. Mex.* México, 1909, T. VI, pág. 76.

(2) Véase Dr. O. Stutzer, loc. cit., pág. 441 y "The Tennessee Phosphates" by Charles Willams Hayes.—*United States Geol. Survey Sixteenth Annual Report*, 1894-95, Part IV. Washington, 1895, pág. 610 y siguientes.

Determinar la dirección que siguieron las aguas circulantes que formaron estos depósitos, es decir, si fueron formados por un proceso *per descensum* y contrario, por consiguiente, al proceso *per ascensum*, que corresponde a la mayor parte de los criaderos metálicos. Este punto podrá resolverse al continuar para abajo los trabajos y obras de exploración que se están llevando a cabo en los depósitos a profundidad.

Investigar, por último, si estos criaderos tienen un carácter enteramente local o si son frecuentes en las calizas mesocretácicas tan comunes en nuestro país, en cuyo caso estos criaderos pudieran tener cierta importancia económica. Esto podrá observarse en nuestras futuras excursiones por las sierras cretácicas mexicanas, sobre todo ahora que ya es conocida la forma en que se presentan estos depósitos, que fueron confundidos al principio con minerales de zinc.

Entretanto, este corto artículó, que tengo el honor de presentar ante nuestra Sociedad, no tiene más objeto que señalar la presencia de criaderos de fosfato en las calizas de la Sierra Madre Oriental, criaderos hasta hoy poco estudiados y conocidos, los cuales, quizá más tarde, con futuras exploraciones y a la luz de nuevas investigaciones, pudieran tener alguna importancia económica para la agricultura nacional.

México, febrero de 1914.

EL PROBLEMA DE LA PREVISION DEL TIEMPO
en las
ALTAS REGIONES INTERTROPICALES

Por el Ingeniero de Minas AMBROSIO ROMO, M. S. A.

Al Señor Profesor R. AGUILAR Y SANTILLAN, Secretario de la Sociedad "Antonio Alzate," respetuosamente dedica el autor este trabajo.

(Sesión del 1º de febrero de 1915).

La necesidad, innata en el espíritu humano, de investigar los secretos de la naturaleza, a fin de dar satisfacción a ese amor al orden y a lo bello, que surge en el corazón del hombre que razona, se intensifica en alto grado cuando se tienen motivos para esperar que las investigaciones pueden ser fructuosas por las aplicaciones prácticas de los resultados obtenidos.

Si hay algo por lo que el hombre, a pesar de sus frecuentes regresiones al estado salvaje, pueda merecer el homenaje del genio que apareció a Volney, cuando meditaba entre las ruinas de Palmira sobre las causas de la prosperidad y decadencia de los imperios de la antigüedad, ello es precisamente porque ha sabido aplicar las facultades de que está dotado, para crear pacientemente una ciencia grandiosa, por sus efectos en el orden intelectual, físico y moral; y grandiosa, sobre todo, porque constituye un medio al que

seguramente tendrá que adaptarse el hombre, y que será para él una especie de religión; con sus misterios, aunque sin absurdos; con verdaderos milagros, aunque productos directos de su genio creador; y por último, con sus dogmas: las nociones últimas e irreductibles, y que, como tales, quedarán siempre en el dominio de lo incognoscible. En efecto, ¿qué cosa es la materia? ¿por qué se mueve? ¿por qué gravita? No lo sabemos; pero sí sabemos que existe un substractum así denominado, cuya esencia nos será siempre desconocida, que se mueve, que gravita, y que es perpetuamente activo. Sabemos, en último análisis, que en sus transformaciones más variadas, las múltiples formas de la energía, por medio de las cuales se nos revela este substractum, se verifican bajo el imperio de leyes inmutables, cuyo conocimiento constituye la esencia del saber positivo; leyes fecundas por las múltiples deducciones que un espíritu atento hace descollar para la formación de las teorías científicas de los fenómenos naturales.

Cuando algunas de estas leyes ejercen una influencia preponderante, de manera que los efectos de otras que simultáneamente intervienen, sean poco perceptibles, se facilita notablemente la observación y estudio de los fenómenos, así como las inducciones establecidas sobre esta base inconmovible de la observación.

Esto explica por qué la Astronomía ha llegado a tan alto grado de perfección, que nos hace posible la predicción, con absoluta certidumbre de todos los fenómenos que son efectos necesarios de estas grandes leyes. Por el contrario, cuando los efectos observados son resultados de causas múltiples, sin que se acentúe la preponderancia de alguna de ellas, entonces se hace por extremo difícil la observación y la experimentación, y es necesaria la aplicación de los métodos experimentales en toda su pureza, y sin despreciar circunstancia alguna bajo la falsa impresión de que su influencia

es insignificante. Es necesario persuadirse de que para la perfecta explicación de los fenómenos, nada que no sea extraño a ellos, es insignificante, el más ténue residuo puede tener, por el contrario, una inmensa importancia; y el descubrimiento del planeta Neptuno es la prueba más palpable del importante papel que para la investigación tiene el método denominado en Lógica de los residuos. Se podrían multiplicar mucho los ejemplos; pero bastará citar el descubrimiento del Argón. Se sabe que Lord Rayleigh, comparando la densidad del ázoe atmosférico, con la del ázoe extraído del nitrito de amonio, observó una muy ténue diferencia. No era posible atribuírla a errores en las pesadas, pues la balanza de precisión aproxima hasta fracciones de miligramo. ¿Cómo explicar, pues, la diferencia? Por la única posible explicación, a saber: porque el ázoe atmosférico debería necesariamente estar mezclado con otro gas más denso: el Argón. Se sabe, igualmente, que este descubrimiento originó la investigación de los otros gases atmosféricos, aplicando la destilación fraccionada del aire líquido, y se conoce la importancia del descubrimiento de la existencia del Helio en nuestra atmósfera, como emanación del Radio, así como las especulaciones científicas a que ha dado lugar este gran descubrimiento, ya sobre la transformación de los cuerpos simples o elementos, ya sea para la notable aplicación para la cronología geológica, etc.

Que sirva este largo preámbulo para preparar al lector sobre la enorme importancia del método de los residuos, para que acepte como evidente que en la explicación de los fenómenos complicados, hechos en apariencia insignificantes, pueden ser en realidad de magna significación: ¿Qué sería de la Patología si no se hubiera fijado la atención en las bacterias, tan ténues, que apenas se perciben con el ultra-microscopio?

En antítesis con los fenómenos astronómicos, tenemos

los fenómenos que se verifican en nuestra atmósfera. En los primeros obra la fuerza de gravitación, pero con intensidad extraordinaria, y, por el contrario, en los segundos, ténues variaciones en la presión atmosférica, dan origen a violentas tempestades. Estos últimos fenómenos presentan, por otra parte, tan extrema complicación, que les da una apariencia de irregularidad, y un cierto carácter fortuito; pero la gran idea de orden se impone por su evidencia, y por esto se han estudiado con perseverancia, para descubrir las leyes secundarias que los rigen, y poder, basándose en ellas, prever el tiempo futuro. Se sabe que la previsión de las tempestades con sólo 24 horas de anticipación, ha evitado millares de naufragios, ahorrando millones de pesos y salvando millares de vidas. Pero aun falta mucho por hacer: todavía son muy numerosos estos accidentes desgraciados, y es un grato deber trabajar para hacer progresar esta ciencia, que tiene, por otra parte, grandes bellezas; como que es uno de los más interesantes capítulos de la Física del Globo.

Posible es que el presente trabajo no carezca de importancia, y ojalá que el lector poco predispuesto ya contra lo que se ha llamado insignificante, le preste su atención, tan necesaria, para bien comprender este delicado punto que paso a tratar.

Bases científicas para la previsión del tiempo.—El problema de la previsión de las perturbaciones atmosféricas es esencialmente una cuestión de aéreo-dinámica, y su resolución presenta dificultades especiales debido a la ignorancia relativa en que estamos, de las leyes del movimiento de los fluidos gaseosos, como a la complicación extrema de las causas que intervienen en la producción de los meteoros. Especialmente lo que se llama *colocación*, es decir, un conjunto de circunstancias las más variadas, que influyen en los fenómenos, presenta, en este caso, el máximo de complicación. Nadie se sospechaba, por ejemplo, la influencia que

el polvo, en suspensión en la atmósfera, ejerce en la condensación del vapor acuoso, y sin embargo, trabajos recientes demuestran que estos polvillos ejercen una influencia preponderante. En el mismo orden de ideas, el difícil problema de la polarización atmosférica para explicar el color azul del firmamento, estaba erizado de graves dificultades; y aunque la explicación plausible de la influencia sea satisfactoria, ¿será ésta exclusivamente la causa del color azul? Si se observa que el color del cielo se acentúa simultáneamente con una extrema limpidez de la atmósfera, ¿cómo conciliar la limpidez con la abundancia de polvillos? Estos ejemplos demuestran que hay pluralidad de causas aun en fenómenos aparentemente sencillos. ¿Será debido el color del firmamento, simultáneamente, a la existencia de los polvillos y del vapor acuoso que tiene efectivamente este color, así como a la del ozono, y a la polarización de la luz en el mismo medio atmosférico? Esto es lo probable: pero sea como fuere, el ejemplo hace resaltar la pluralidad de causas en los fenómenos más sencillos en apariencia, y que, por consecuencia, si se quiere estudiar a fondo estos fenómenos, debemos tener siempre presente esta circunstancia para la formación de las teorías verdaderamente científicas. Respecto a estas teorías, es también conveniente no extenderse más allá de los límites de nuestra experiencia, si se quiere evitar incurrir en contradicciones. Se sabe, por ejemplo, que la expansibilidad es la propiedad característica del estado gaseoso, y que la teoría cinética de los gases la explica satisfactoriamente; pero no se debe afirmar, como lo hacen algunos físicos, que una masa gaseosa aislada en el espacio, aumentaría indefinidamente de volumen; ni afirmar que si nuestra atmósfera no escapa, es por la presión que las capas superiores ejercen sobre las inferiores. En efecto, a esta pueril explicación se puede objetar ¿sobre las superiores qué otras capas pesan? Y a la afirmación de la

expansibilidad ilimitada se puede oponer la observación de las nebulosas exclusivamente gaseosas, con una condensación marcada hacia su centro. Es evidente que la ley de la gravitación universal implica en este último caso, que la gran masa, sea de la nebulosa, sea de la tierra, impide necesariamente que escape partícula alguna.

En atención, pues, a la complicación que presenta el estudio de los meteoros, y del estado de la imperfección de ciertas teorías, no nos queda más que un recurso, de efecto lento pero seguro; a saber: atender de preferencia a la observación de dichos fenómenos, anotando cuidadosamente las múltiples circunstancias en que se producen; procurando, sobre todo, que las medidas se verifiquen con sumo rigor y evitando cuidadosamente toda circunstancia extraña que altere las indicaciones de los instrumentos, y sin despreciar, por ningún motivo, circunstancia alguna por insignificante que parezca.

Se pueden clasificar las múltiples causas de error en dos clases: la de los errores evitables con una poca de precaución, y la de los errores debidos a la falta de conocimiento de ciertas leyes, que intervienen en su producción.

En la primera clase entran los errores instrumentales, fáciles de evitarse mediante una inspección cuidadosa, así como los errores debidos a una mala exposición de los aparatos.

Haciendo abstracción de los errores instrumentales de fácil corrección, nos limitaremos en el presente trabajo al estudio de un error inherente a la reducción de las presiones atmosféricas al nivel del mar, en las elevadas regiones intertropicales, y que influye seguramente para hacer muy incierta la previsión del tiempo.

En efecto, es en el estudio de las líneas isobaras, de preferencia contruídas al nivel del mar, en el que se debe basar toda previsión racional del tiempo. Las lentas deformacio-

nes de estas líneas nos permiten localizar los centros de los ciclones y anticiclones, y mediante esta localización, prever la dirección y fuerza del viento, con las consecuencias que derivan del conocimiento de su temperatura y de su estado higrométrico, cuyo enunciado constituye la previsión; tanto más anticipada, cuanto mayor precisión se obtenga en el trazo de las isobaras. En las regiones de débil altura, este trazo se puede hacer con gran exactitud, debido a que la ley aproximada del decremento de la temperatura con la altura es suficiente para el objeto, por ser los errores en las presiones, proporcionales a las alturas. Pero estos errores, creciendo con la altura, llegan a hacer muy inciertas las reducciones de las presiones observadas a gran altura, y por consecuencia, muy incierto también el trazo de las isobaras, dato del que depende, principalmente, la previsión racional del tiempo. En los observatorios de nuestra elevada Mesa Central, por ejemplo, se toma como coeficiente de variación un número variable de 160 a 220 metros, por un grado de temperatura, números que dan para la temperatura media una diferencia, para 2,000 metros de altura, de 304, que a su vez producen una diferencia en la presión de $1^{mm}.4$. Si se atiende a que la presión varía normalmente $0^{mm}.2$, por cada grado de latitud, se comprenderá la importancia del error obtenido, la incertidumbre, y en la mayor parte de los casos, la imposibilidad de la previsión. Para atenuar este error, se aplican fórmulas empíricas en las que deberían entrar no solamente la temperatura, sino también el estado higrométrico del aire; pero la incertidumbre persiste con los errores así obtenidos en las fórmulas usuales.

No pudiendo entrar por ahora en detalles minuciosos, me limitaré a proponer la siguiente fórmula, en parte empírica, que reduce los errores a un mínimo, y cuyo estudio experimental propongo a los meteorologistas mexicanos.

$$\Delta \theta = 0^{\circ}.614 \, (1 - 0.0093 \, \Delta h) \, (1 - \alpha \, \Delta \theta) \, (\beta' - \beta) \, (1 - d^2 \, \theta_m^2)$$

En esta fórmula △ h es el incremento de la temperatura θ; θ_m la temperatura media de la capa de aire entre las estaciones; △ h la diferencia entre la humedad relativa en centésimos y la presión en centímetros, diferencia que puede ser positiva o negativa; α el coeficiente de dilatación de los gases, y β' y β las presiones en las estaciones inferior y superior.

La fórmula tiene la ventaja de poderse simplificar para una estación determinada, de tal manera, que el cálculo de la temperatura θ_m se puede hacer mentalmente; así por ejemplo; para la presión media y altura del Observatorio Meteorológico Central, se transforma en la siguiente:

$$\triangle \theta = 10°.38 \mp 0°.1 \triangle h \pm 0.06 (\beta_m - \beta_{mn})$$

Significando ^{m} y ^{mn} media y media normal; despreciando el factor $(1 - d^2 \theta_m^2)$ que es muy pequeño.

Con la temperatura media así calculada, se puede hacer la reducción de la presión al nivel del mar, valiéndose de la tabla que acompaño, calculada para el Observatorio Central, tabla que tiene el mérito de dar la reducción a la simple vista, y teniendo en cuenta la humedad y la temperatura.

Esta tabla es de doble entrada. En la columna horizontal superior figuran las presiones observadas en milímetros, y en la vertical las temperaturas medias, para reducir. La presión reducida se obtiene en el cruzamiento de las columnas de presión y de temperaturas, y las interpelaciones se hacen por medio de las diferencias de presión y de temperatura, que constan en las tablas. Respecto de los factores por △ h, constan en la vertical "Dif. por 0.01 h," dados en centésimos de milímetro, y tienen que multiplicarse por las diferencias de humedad. El ejemplo al calce de la tabla ilustra el procedimiento de reducción.

Las tablas tienen, además, la ventaja de hacer ver que a

débiles variaciones de presión en la estación superior, corresponden grandes variaciones al nivel del mar, circunstancia que hace preferible la reducción a esta superficie de nivel de preferencia, a otra de alto nivel.

Respecto de la fórmula, se puede observar que quedan incluídas en la expresión las leyes desconocidas que rigen las variaciones de temperatura en función de la humedad y de la depresión, y que, mediante el artificio de introducir el factor $\triangle$ h en vez de la humedad relativa, los errores se reducen a un mínimo. En efecto, para aire de humedad variable de 0 a 100, pasando por $\triangle$ h = 0, se obtiene para una depresión de 1 centímetro, partiendo de 760^{mm} de mercurio, los números $100^{m}.00$, $222^{m}.04$ y 180 metros, números, los dos primeros deducidos por las fórmulas de la termodinámica, y siendo el último el coeficiente medio obtenido para aire de humedad media al nivel del mar.

Es principalmente a la incertidumbre en la reducción de las presiones a la superficie del nivel 0, a lo que se debe atribuír la imposibilidad de la previsión del tiempo en nuestra elevada Mesa Central, previsión que debería, en principio, ser más precisa en estas regiones, en donde las variaciones regulares lo son efectivamente, por presentar muy marcado este carácter de regularidad, a la inversa de las regiones de las altas latitudes, en donde aun la regularidad de la doble marea atmosférica, no pudo descubrirse, sino comparando las normales obtenidas por muchos años de observación. Parece evidente, en efecto, que contrastando de una manera muy marcada las perturbaciones con la regularidad manifiesta en nuestras regiones, de las variaciones de presión, y constituyendo estas variaciones la clave de la previsión del tiempo, se puede esperar resolver este problema con mayor anticipación que en las altas latitudes; debiéndose tener presente que las débiles variaciones son de suma im-

portancia como precursoras de las grandes, que constituyen las perturbaciones.

Debo insistir, al terminar, que para lograr este desiderátum, es preciso evitar toda causa de error, bien sea debida a una mala exposición de los instrumentos; o a una inexacta determinación de la altura de los observatorios, como a los errores en las fórmulas de reducción, principalmente en la fórmula empleada para el cálculo de las variaciones de la temperatura en función de la humedad y de la depresión, motivo principal de este artículo, que me honro en presentar a esa ilustrada Sociedad, y que respetuosamente dedico á su inteligente y activo Secretario.

Zacatecas, enero de 1915.

TABLA PAR...

Latitud Norte = 19°2...
Longitud W. Green. = ...

Dif. por $0^m.1\ \beta$	Dif. por $0°.1\ \theta$	θ_m	Dif. por 0.01 h 0.0	78mm
	—	° −10	∓ 0.5	76.12
+ 0^m.134	0.08.8	−9	0.6	75.24
	8.7	−8	0.6	74.36
		−7	0.7	73.49
		−6	0.8	72.63
	8.6	−5	0.8	71.77
	8.5	−4	0.9	70.92
		−3	0.9	70.07
+ 0^m.133	8.4	−2	1.0	69.24
		−1	1.0	68.40
	8.2	0	1.1	67.57
		+1	1.2	66.75
	8.1	2	1.3	65.93
		3	1.4	65.12
		4	1.5	64.31
+ 0^m.132	8.0	5	1.6	63.51
		6	1.7	62.71
		7	1.8	61.91
	7.9	8	1.9	61.12
		9	2.1	60.33

OBSERVATORIO METEOROLOGICO CENTRAL DE MEXICO

TABLA PARA REDUCIR AL NIVEL DEL MAR LAS PRESIONES ATMOSFERICAS OBSERVADAS

POR EL INGENIERO

AMBROSIO ROMO

Latitud Norte = 19°26′ — Z = 2276m.0

Longitud W. Green. = 6h36m27s — PRESIONES EN MILÍM. DE MERCURIO NORMAL — Z′ = 2271 .4

Dif. por 0m.1 β	Dif. por 0°.1 θ	θ_m	Dif. por 0.01 h 0.0	B, por reducir, 500mm + 78mm	79mm	80mm	81mm	82mm	83mm	84mm	85mm	86mm	87mm	88mm	89mm	90mm	91mm	B′, reducidas, 700mm + 92mm	Dif. por 0.01 h 0.0+	θ_m	Dif. por 0°.1 θ
	—	° −10	∓ 0.5	76.12	77.47	78.81	80.15	81.50	82.84	84.18	85.53	86.87	88.22	89.56	90.90	92.25	93.59	94.94	∓ 0.5	° −10	— 0.0+
+ 0m.134	0.08.8	−9	0.6	75.24	76.59	77.93	79.27	80.61	81.95	83.29	84.63	85.98	87.32	88.66	90.00	91.35	92.69	94.03	0.6	−9	9.0
		−8	0.6	74.36	75.70	77.04	78.38	79.72	81.07	82.41	83.75	85.09	86.42	87.77	89.11	90.45	91.79	93.13	0.6	−8	8.9
	8.7	−7	0.7	73.49	74.83	76.37	77.51	78.85	80.19	81.53	82.87	84.21	85.55	86.89	88.43	89.57	90.90	92.24	0.7	−7	
		−6	0.8	72.63	73.97	75.31	76.64	77.98	79.32	80.65	81.99	83.33	84.67	86.01	87.35	88.68	90.01	91.35	0.8	−6	
	8.6	−5	0.8	71.77	73.11	74.44	75.78	77.12	78.45	79.79	81.13	82.46	83.79	85.13	86.47	87.81	89.15	90.48	0.8	−5	8.8
		−4	0.9	70.92	72.26	73.59	74.93	76.26	77.60	78.93	80.27	81.60	82.93	84.27	85.61	86.94	88.28	89.61	0.9	−4	8.7
	8.5	−3	0.9	70.07	71.41	72.74	74.08	75.41	76.74	78.08	79.41	80.74	82.08	83.41	84.74	86.18	87.41	88.74	0.9	−3	
+ 0m.133	8.4	−2	1.0	69.24	70.57	71.90	73.23	74.57	75.90	77.23	78.56	79.89	81.23	82.56	83.89	85.22	86.55	87.98	1.0	−2	8.6
		−1	1.0	68.40	69.73	71.06	72.59	73.73	75.06	76.39	77.72	79.05	80.38	81.71	83.04	84.37	85.70	87.03	1.0	−1	
	8.2	0	1.1	67.57	68.90	70.23	71.56	72.89	74.22	75.55	76.88	78.21	79.54	80.87	82.20	83.52	84.85	86.18	1.1	0	8.4
		+1	1.2	66.75	68.08	69.41	70.73	72.06	73.39	74.72	76.05	77.37	78.70	80.03	81.36	82.68	84.01	85.34	1.2	+1	
	8.1	2	1.3	65.93	67.26	68.59	69.91	71.24	72.57	73.89	75.22	76.54	77.87	79.20	80.52	81.85	83.17	84.50	1.3	2	8.3
		3	1.4	65.12	66.44	67.77	69.09	70.42	71.75	73.07	74.39	75.71	77.04	78.37	79.69	81.02	82.34	83.67	1.4	3	
		4	1.5	64.31	65.64	66.96	68.28	69.61	70.93	72.25	73.58	74.90	76.22	77.55	78.87	80.19	81.52	82.84	1.5	4	
+ 0m.132	8.0	5	1.6	63.51	64.83	66.15	67.47	68.80	70.12	71.44	72.76	74.08	75.40	76.73	78.05	79.37	80.69	82.01	1.6	5	8.1
		6	1.7	62.71	64.03	65.35	66.67	67.99	69.31	70.63	71.95	73.27	74.59	75.92	77.24	78.56	79.88	81.20	1.7	6	
		7	1.8	61.91	63.23	64.55	65.87	67.19	68.51	69.83	71.15	72.47	73.79	75.11	76.42	77.74	79.06	80.38	1.8	7	
	7.9	8	1.9	61.12	62.44	63.76	65.08	66.40	67.71	69.03	70.35	71.66	72.98	74.30	75.61	76.93	78.25	79.57	1.9	8	8.0
		9	2.1	60.33	61.65	62.97	64.29	65.61	66.92	68.23	69.55	70.87	72.18	73.50	74.81	76.13	77.45	78.77	2.0	9	
	7.8	10	2.3	59.55	60.86	62.18	63.50	64.82	66.13	67.44	68.75	70.07	71.38	72 70	74.01	75.33	76.65	77.97	2.2	10	
		11	2 5	58.77	60.08	61.40	62.71	64.03	65.34	66.65	67.97	69.29	70.60	71.91	73.22	74.54	75.85	77.17	2.4	11	7.9
+ 0m.131		12	2.7	58.00	59.31	60.62	61.93	63.25	64.56	65.87	67.18	68.50	69.81	71.12	72.43	73.74	75.05	76.37	2.5	12	
		13	2.9	57.22	58.53	59.84	61.15	62.47	63.78	65.09	66.40	67.71	69.02	70.33	71.64	72.95	74.27	75.58	2.7	13	
	7.7	14	3.1	56.45	57.76	59.07	60.38	61.69	63.00	64.31	65.62	66.93	68.24	69.55	70.86	72.17	73.48	74.79	2.9	14	
	7.6	15	3.3	55.68	56.99	58.30	59.61	60.92	62.23	63.53	64.84	66.15	67.46	68.77	70.08	71.39	72.69	74.00	3.1	15	
		16	3.5	54.92	56.23	57.53	58.84	60.15	61.46	62.76	64.07	65.37	66.68	67.99	69.30	70.61	71.91	73.22	3.3	16	7.8
		17	3.7	54.16	55.46	56.76	58.07	59.38	60.69	61.99	63.29	64.60	65.91	67.22	68.52	69.83	71.13	72.44	3.5	17	
		18	3.9	53.40	54.70	56.00	57.31	58.61	59.92	61.22	62.52	63.83	65.13	66.44	67.75	69.05	70.35	71.66	3.7	18	
+ 0m.130		19	4.1	52.64	53.94	55.24	56.55	57.85	59.15	60.45	61.75	63.06	64.36	65.67	66.97	68.28	69.58	70.88	3.9	19	
		20	4.4	51.88	53.18	54.48	55.79	57.09	58.39	59.69	60.99	62.29	63.59	64.90	66.20	67.51	68.81	70.11	4.2	20	
	7.5	21	4.7	51.12	52.42	53.72	55.03	56.33	57.63	58.93	60.23	61.53	62.83	64.13	65.43	66.73	68.03	69.33	4.5	21	
		22	5.0	50.37	51.67	52.97	54.27	55.57	56.87	58.17	59.46	60.76	62.06	63.36	64.66	65.96	67.26	68.56	4.8	22	7.7
		23	5.3	49.62	50.92	52.21	53.51	54.81	56.11	57.41	58.70	60.00	61.30	62.60	63.90	65.20	66.49	67.79	5.1	23	
		24	5.6	48.87	50.17	51.46	52.76	54.05	55.35	56.65	57.94	59.24	60.53	61.83	63.13	64.43	65.72	67.02	5.4	24	
		25	5.9	48.12	49.41	50.70	52.00	53.30	54.59	55.89	57.18	58.48	59.77	61.07	62.37	63.66	64.96	66.25	5.7	25	
+ 0m.129	Centésimos de milímetro	26	6.3	47.37	48.66	49.95	51.25	52.54	53.84	55.13	56.43	57.72	59.01	60.31	61.60	62.90	64.19	65.48	6.1	26	Centésimos de milímetro
		27	6.7	46.62	47.91	49.21	50.50	51.79	53.08	54.38	55.67	56.96	58.25	59.55	60.84	62.13	63.43	64.72	6.4	27	
		28	7.1	45.87	47.16	48.46	49.75	51.04	52.33	53.62	54.91	56.20	57.49	58.79	60.08	61.37	62.66	63.95	6.8	28	
		29	7.5	45.13	46.42	47.71	49.00	50.29	51.58	52.86	54.15	55.45	56.74	58.03	59.32	60.61	61.90	63.19	7.2	29	
		30	7.9	44.38	45.67	46.96	48.25	49.54	50.82	52.11	53.40	54.69	55.98	57.27	58.55	59.84	61.13	62.42	7.6	30	

Corrección por el error E en la altura: ± Δ B′ = ± 0.09 Emm — Normal en Observatorio 584m.82

El cálculo de la temperatura media θ_m se puede hacer por la fórmula: $\Delta\,\theta = 0°.614\,(1 - 0.0093\,\Delta\,h)\,(1 - \alpha\,\Delta\,\theta)\,(\beta' - \beta)\,(1 - \alpha^2\,\theta^2)$; o bien, por medio de la siguiente deducida de la anterior para el Observatorio: $\Delta\,\theta = 10°.38 \mp 0.1\,\Delta\,h \pm 0.06\,(\beta_m - \beta_{m\,n})$; *media, y media normal*, despreciando el factor $(1 - \alpha^2\,\theta^2)$ que es muy pequeño.—Con alguna práctica se hace el cálculo mentalmente.

Sea, por ejemplo, por reducir la presión con los siguientes datos: $\beta = 584^m.82$; $\theta = 15°.26$; $h = 60$; (de donde $\Delta\,h = 60 - 58.5$, es decir: la humedad en centésimos, menos la presión en centímetros).

Se tendrá:

$\Delta\,\theta = 10°.38 - 0°15$, y $\theta_m = \theta + \frac{\Delta\,\theta}{2} = 20°.37$

$\Delta\,h = \ldots\ldots\ldots$ 1 . 5

$\beta = \ldots\ldots\ldots$ 584 .82

La tabla da para	584mm y 20°	$\beta' =$	759.69
Corrección por $\Delta\,h = 01.5$	(1.5 × 4.4)	$c = -$	0.07
íd. por	0m.82 (8.2 × 0.13)	$c' = +$	1.07
íd. por	0°.3.7 (0°3.7 × 0.7.5)	$c'' = -$	0.28
Presión reducida			760.41

N. B.—La corrección por el error E en la altura es igual a: $\pm\,\Delta\,\beta' = \pm\,E\,\beta'\,\frac{1 - 0.00\,\alpha\,\theta}{7991}$ pero se puede hacer constante tomando para β' y θ' valores medios. Así se obtiene: $\pm\,\Delta\,\beta' = \pm\,0.00009\,E^m = 0.09\,E^{mm}$; empleándose en esta nota los símbolos m y $m\,m$ para evitar la confusión al designar con E un número abstracto.

Mem. Soc. Alzate, t. 34, p. 372.

LAS ALTURAS DEL PICO DE ORIZABA, DEL POPOCATEPETL Y DE LA MALINCHE,

OBTENIDAS POR NIVELACION TRIGONOMETRICA

Por el Ingeniero LUIS URQUIJO, M. S. A.

(Sesión del 1º de febrero de 1915)

(LÁMINA XLII)

Aprovechando los trabajos de la Comisión Geodésica para la medida de un arco de meridiano (meridiano de 98° W. de Greenwich); he logrado obtener datos muy aproximados de las alturas del Pico de Orizaba, del Popocatepetl y de la Malinche, por medio de una nivelación trigonométrica, traída desde las costas de Oaxaca, y llevada a cabo con dos altacimutarios de gran precisión, uno de Repsold y otro de Troughton, habiéndose hecho las observaciones de cada uno de los vértices en dos o tres días, y en horas próximas al medio día, que es cuando el coeficiente de refracción es más constante.

La primera parte de la nivelación es la relativa a la altura absoluta de la Loma de la Pastora, inmediata a Jamiltepec, y desde la que se observaron distancias zenitales del horizonte del mar. El resultado de las observaciones, ya corregido por nivel, fué el siguiente:

Z	r	rr	
90° 40′ 20″.1	+ 16″.1	259.21	E_z (error probable de una obs.) = $= \pm 0.67 \sqrt{\frac{896.62}{3}} = \pm 11''.6$
40′ 17″.6	+ 13″.6	184.96	
39′ 50″.7	— 13″.3	176.89	e_z (error probable del prom.) = $= \pm \frac{11''.6}{2} = \pm 5''.8$
39′ 47″.4	— 16″.6	275.56	
90° 40′ 04″.0		896.62 = (rr)	

Estos valores (11″6 y 5″8) bastante altos, se deben a varias causas, tales son: las mareas, el oleaje, que como es sabido, es producido por el viento, los errores instrumentales y errores de observación, propiamente dichos, y sobre todo, a la variabilidad del coeficiente de refracción. La variación del nivel del mar en el Océano Pacífico no excede de un metro (Briot, Comografía), por consiguiente, se le puede suponer un error medio de 0.50 m., lo que producirá para la distancia zenital, en este caso, 1″2. Los errores instrumentales y errores de observación, propiamente dichos, con los instrumentos citados, deducidos de numerosas observaciones, no llegan a 1″5 y 0″7, respectivamente. Queda como causa principal de error, la variabilidad del coeficiente de refracción, que por falta de observaciones especiales en aquella región, no es posible fijarle determinado límite.

Para el cálculo de la altura de la Loma de la Pastora, se empleó la fórmula conocida:

$$A = \frac{R}{2}\left[\frac{a}{1-m}\right]^2 \operatorname{tg}^2 1''$$

en la que A es la altura sobre el nivel del mar, R el radio de curvatura de la Tierra, correspondiente a la latitud del lugar y al azimut de la dirección observada, a es el ángulo

de depresión del horizonte y m el coeficiente de refracción.

Los valores de log. R, con los elementos del esferoide de Clarke, están contenidos en la siguiente tabla para azimutes de 0° a 90°, y latitudes comprendidas entre 16° y 26°. En cuanto a m, se adoptó el valor de 0.078, obtenido por la "Coast Survey," como resultado de numerosas observaciones hechas en las costas.

log. R (Esferoide de Clarke).

Az.	Lat. 16°	Lat. 26°
—	—	—
0°	6.8019	6.8026
10°	20	27
20°	23	29
30°	26	32
40°	31	36
50°	36	40
60°	41	44
70°	44	47
80°	47	49
90°	48	50

Con estos datos se tiene:

log R	6.8024	(Lat. 16° y Az. de 25° S. E.)
$\log (a/1 - m)^2 =$	6.8324	
$\log \text{tg}^2 1'' =$	9.3712	
	3.0060	
— log 2 =	0.3010	
log A =	2.7050	
A = 507.0 m.		

El error probable de esta altura, suponiendo suficientemente aproximado el coeficiente 0.078, será:

$$e = \frac{R\, a\, e_z\, \text{tg}^2 1''}{(1 - m)^2} = \pm 2.4 \text{ Ms.}$$

La segunda parte de la nivelación se refiere a la diferencia de nivel entre la Loma de la Pastora y el Yucuyacua, sirviendo de puntos intermedios, los vértices Espinal y Gavilán. Las observaciones fueron:

PASTORA-ESPINAL

	r	rr
88° 14′ 37″.2	+ 4.9	24.01
32″.5	+ 0.2	0.04
31″.0	— 1.3	1.69
28″.3	— 4.0	16.00
Prom....... 32″.3	$(rr) =$	41.74

$$E_z = \pm 0.67 \sqrt{\frac{41.74}{3}} = \pm 2''.5$$

$$e_z = \pm \frac{2.5}{2} = \pm 1''.2$$

PASTORA-GAVILÁN

	r	rr
87° 20′ 20″.3	+ 1.3	1.69
25″.6	+ 6.6	43.56
15″.6	— 3.4	11.56
14″.3	— 4.7	22.09
Prom....... 19″.0	(rr) =	78.90

$$E_z = \pm 0.67 \sqrt{\frac{78.90}{3}} = \pm 3''.4$$

$$e_z = \pm \frac{3''.4}{2} = \pm 1''.7$$

YUCUYACUA-ESPINAL

90° 55′ 44″.3	— 4″.2	17.64
51″.0	+ 2″.5	6.25
50″.1	+ 1″.6	2.56
Prom....... 48″.5	(rr) =	26.45

$$E_z = 0.67 \sqrt{\frac{26.45}{2}} = \pm 2''.5$$

$$e_z = \pm \frac{2''.5}{1.7} = \pm 1''.4$$

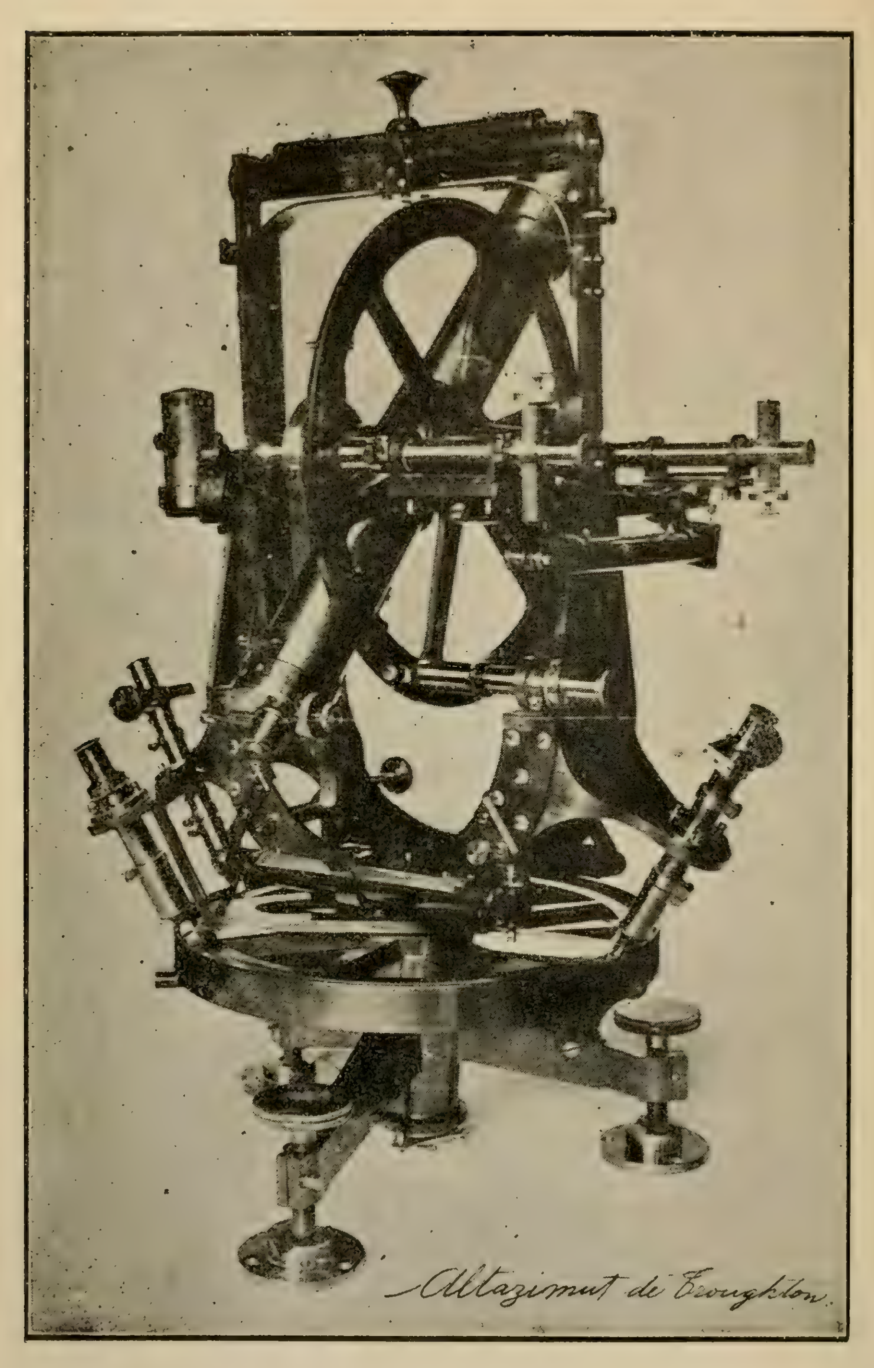
YUCUYAGUA-GAVILÁN

91° 32′ 11″.4	--11.3	127.69
29″.5	+ 6.8	46.24
20″.1	— 2.6	6.76
29″.7	+ 7.0	49.00
Prom........ 22″.7	(rr) =	229.69

$$E_z = 0.67 \sqrt{\frac{229.69}{3}} = \pm 5''.8$$

$$e_z = \pm \frac{5''.8}{2} = \pm 2''.9$$

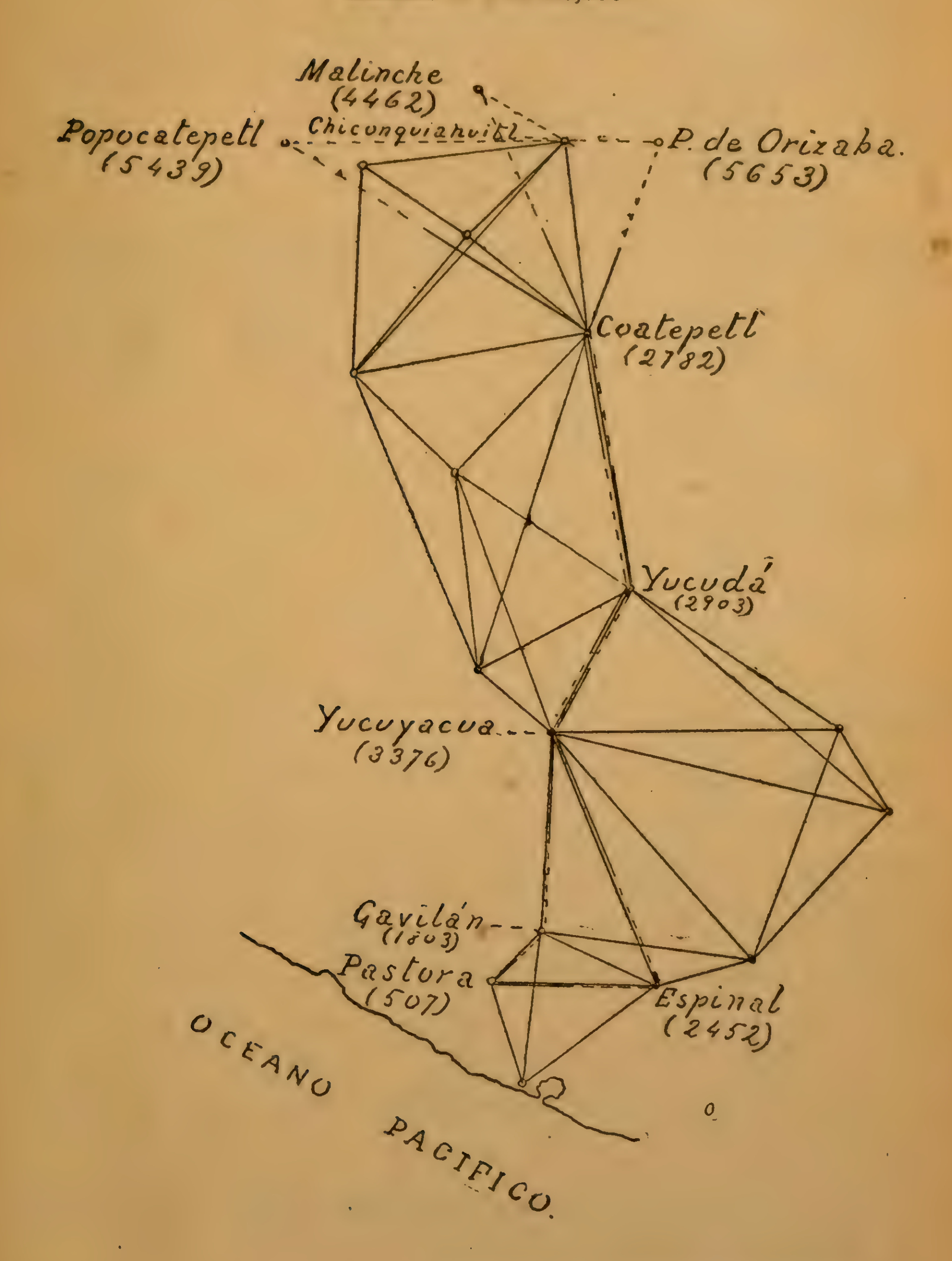
Empleando para las observaciones en Yucuyacua el coeficiente de refracción m = 0.0536 obtenido, como se verá más adelante y substituído en la fórmula:



Altazimut de Troughton.

CROQUIS DE LA NIVELACION

Escala = 1:3.000,000



$$A - A' = d \cot Z + \frac{(1-2m)\,d^2}{2R} + \frac{(1-m)\,d^2 \cot^2 Z}{R},$$

resulta:

$$A - A' = d \cot Z + \frac{0.4464\, d^2}{R} + \frac{0.946\, d^2 \cot^2 Z}{R},$$

cuya aplicación dará:

log d =	5.0099	4.8587
log cot Z =	8.2105 n	8.4294 n
	3.2204	3.2881
= log	— 166110 Ms.	— 1941.5 Ms.
log 0.4464 =	9.6497	9.6497
log d^2 =	0.0198	9.7174
	9.6695	9.3671
log R =	6.8023	6.8020
	2.8672	2.5651
= log	+ 736.5 Ms.	+ 367.4 Ms.
log 0.95 =	9.98	9.97
log d^2 =	0.02	9.72
log $\cot^2$ Z =	6.42	6.86
	6.42	6.55
— log R =	6.80	— 6.80
	9.62	9.75
= log	+ 0.4 Ms.	+ 0.6

Distancias.

Pastora-Espinal	=	56277 Ms.
Pastora-Gavilán	=	26806 ,,
Yucuyacua-Espinal	=	102310 ,,
Yucuyacua-Gavilán	=	72227 ,,

A — A′ = — 924.1 Ms. —1573.5 Ms. (para Yucuyacua-Gavilán.)
(para Yucuyacua-Espinal.)

De estos valores se deduce la diferencia de nivel entre Espinal y Gavilán, que es, D = 649.4 mts., y con el fin de determinar el valor de m correspondiente a las observaciones hechas en la Pastora, estableceremos la condición de que la diferencia de altura entre Espinal y Gavilán, obtenida con dichas observaciones, sea igual a D, y se tendrá:

$$d \cot. Z - d' \cot Z' + \frac{(1-2m)\,(d^2 - d'^2)}{2R} + \frac{(1-m)\,(d^2 \cot^2 Z - d'^2 \cot^2 Z')}{R} = D.$$

la que con algunas simplificaciones se reduce a la siguiente, después de despejar a m:

$$m = \frac{(d \cot Z - d' \cot Z' - D)\, R}{(d + d')\,(d - d')} + \frac{1}{2}$$

en cuya fórmula R representa un valor medio, correspondiente a los radios de curvatura de ambas direcciones; aplicándola, tendremos:

		1er. término	2º término	3er. término
$d = 56277$		$\log d = 4.7503$	$\log d' = 4.4282$	$\log D = 2.8125$
$d' = 26806$		$\log \cot Z = 8.4870$	$\log \cot Z' = 8.6673$	
$d + d' = 83083$	$\log = 4.9195$	$\log R = 6.8038$	$\log R = 6.8038$	$\log R = 6.8038$
$d - d' = 29471$	$\log = 4.4694$	0.0411	9.8993	9.6163
$\log (d + d')(d - d') = 9.3889$		-9.3888	9.3889	9.3889
		0.6522	0.5104	0.2274

1er. térm. $= + 4.4895$, 2º térm. $= - 3.2389$, 3er. térm. $= - 1.6881$
4º térm. $= + 0.5000$ $m = 0.0625$.

Aplicando ahora este coeficiente al cálculo de las diferencias de altura entre la Pastora y los vértices Gavilán y Espinal, se tiene:

	Pastora-Gavilán.	Pastora-Espinal.	
$\log \cot Z$	$=$ 8.6673	8.4870	
$\log d$	$=$ 4.4282	4.7503	
	3.0955	3.2373	
$= \log$	$+$ 1246.0 Ms.	$+$ 1727.0 Ms.	
			$A - A' = + 1295.7$ (Pastora-Gavilán).
$\log 0.4375$	$=$ 9.6410	9.6410	
$\log d^2$	$=$ 8.8565	9.5007	$A - A' = + 1944.6$ (Pastora-Espinal).
	8.4975	9.1417	Dif. $=$ 648.6 Ms.
$- \log R$	$=$ 6.8028	6.8048	
	1.6947	2.3369	
$= \log$	$+$ 49.5 Ms.	$+$ 217.2 Ms.	
$\log 0.94$	$=$ 9.97	9.97	
$\log d^2$	$=$ 8.86	9.50	
$\log \cot^2 Z$	$=$ 7.33	6.97	
	6.16	6.44	
$- \log R$	$=$ 6.80	6.80	
	9.36	9.64	
$= \log$	$+$ 0.2 Ms.	$+$ 0.4 Ms	

Las alturas absolutas de los vértices del cuadrilátero, compensando por la diferencia de 0.5 mts., que resulta en el valor de D, serán:

Pastora = 507.0, Espinal = 2451.7, Gavilán = 1802.6
y Yucuyacua = 3376.0 Ms.

La tercera parte de la nivelación se refiere a la diferencia de altura entre los vértices Yucuyacua y Yucudá, distantes 57380 mts., obtenida por zenitales recíprocas y aunque no simultáneas, pueden suponerse como si lo fueran, por haberse hecho en condiciones semejantes. Las observaciones fueron las siguientes:

Yucuyacua–Yucudá.

90° 42′ 16″.5	+ 3″.6	12.96
09″.6	— 3″.3	10.89
21″.7	+ 8″.8	77.44
03″.9	— 9″.0	81.00
Prom..... 12″.9	(*rr*) =	182.29

$$E_z = \pm 0.67 \sqrt{\frac{182.29}{3}} = \pm 5''.2$$

$$e_z = \pm \frac{5.2}{2} = \pm 2''.6$$

Yucudá–Yucuyacua.

89° 45′ 27″.2	— 4.6	21.16
35″.3	+ 3.5	12.25
29″.4	— 2.4	5.76
35″.3	+ 3.5	12.25
Prom...... 31″.8	(*rr*) =	51.42

$$E_z' = \pm 0.67 \sqrt{\frac{51.42}{3}} = \pm 2''.8$$

$$e_z' = \pm \frac{2.8}{2} = \pm 1''.4$$

La fórmula usual para este caso es:

$$A - A' = \frac{(Z - Z')}{2} \left(1 + \frac{A + A'}{2R}\right) d \operatorname{tg} 1''$$

y se tiene:

$$\frac{Z - Z'}{2} = 28' - 20''.5 = 1700''.5 \qquad \log = 3.2306$$

$$\log d = 4.7588$$
$$\log \text{tg } 1'' = 4.6856$$

$$2.6750 = \log \; -473.1 \text{ Ms.}$$
$$2^{\circ} \text{ térm.} \; - \quad 0.2$$

$$A - A' = -473.3 \text{ Ms.}$$

y la altura de Yucudá será: 2902.7 mts.

Con el fin de determinar un valor de m con estas mismas observaciones, apliquemos la fórmula,

$$m = \tfrac{1}{2} - \frac{R \text{ sen } 1'' \, (Z + Z' - 180^{\circ})}{2\,d}$$

y se tiene:

$$\frac{Z + Z' - 180^{\circ}}{2} = 832''.4 \; \log = 2.9203$$

$$\log R = 6.8027$$
$$\log \text{sen } 1'' = 4.6856$$

$$4.4086$$
$$- \log d = 4.7589$$

$$9.6497 = \log 04464 \qquad m = 0.0536$$

y el error probable:

$$e_m = \frac{R \text{ sen } 1''}{2\,d} \sqrt{(2.6)^2 + (1.4)^2} = \pm 0.0008$$

Este valor de m es el que se empleó anteriormente para la diferencia de nivel entre Yucuyacua y Gavilán, y entre Yucuyacua y Espinal.

Con el fin de investigar la influencia que el error probable de m y los de las distancias zenitales, puedan tener en la determinación de las alturas relativas de los vérticos observados, apliquemos la fórmula:

$$e = \sqrt{d^2 \text{ sen.}^2 1'' \, e_z^2 + \frac{d^4 \, e^2_{\,m}}{R^2}}$$

y se tiene:

$$e = \sqrt{0.49 + 1.74} = \pm 1.5 \text{ Ms. (para Yucuyacua-Espinal).}$$

$$e = \sqrt{1.03 + 0.43} = \pm 1.2 \text{ Ms. (para Yucuyacua-Gavilán).}$$

y para la diferencia de altura entre Espinal y Gavilán:

$$e_D = \sqrt{2.23 + 1.46} = \pm 1.9$$

Investiguemos ahora la influencia que el error probable de D pueda tener en el valor de m obtenido para calcular las diferencias de nivel entre la Pastora, Gavilán y Espinal, así como la influencia de los errores probables de las distancias zenitales. La fórmula correspondiente es:

$$e_m = \sqrt{R^2 \left[\frac{(d\, e_z \operatorname{sen} 1'')^2 + (d'\, ez' \operatorname{sen} 1'')^2 + e^2_D}{[(d + d')\ (d - d')]^2} \right]} \text{, la que da: } e_m = \pm 0.0050$$

con cuyo valor se obtiene, para Pastora-Gavilán:

$$e = \sqrt{0.05 + 0.32} = \pm 0.6 \text{ Ms.}$$

y para Pastora-Espinal,

$$e = \sqrt{0.11 + 6.18} = \pm 2.5 \text{ Ms.}$$

Finalmente, para la altura absoluta del Yucuyacua se tiene:

$$e = \sqrt{(2.4)^2 + \frac{6.29 + 0.37 + 1.46 + 2.23}{4}} = \pm 2.9 \text{ Ms.}$$

y para la del Yucudá;

$$e = \pm 3.0 \text{ mts.}$$

La cuarta parte de la nivelación se refiere a la diferencia de altura entre Yucudá y Coatepetl (dis. = 95 km.) por zenitales recíprocas.

Yucudá–Coatepetl.

90° 26′ 43″.7 — 21.9	479.61	$E_z = \pm 0.67 \sqrt{\frac{816.86}{3}} = \pm 11''.0$	
27′ 15″.7 + 10.1	102.01		
02″.4 — 3.2	10.24	$e_z = \pm \frac{11''.0}{2} = \pm 5''.5$	
20″.6 + 15.0	225.00		
Prom......... 05″.6 (*rr*) =	816.86		

Coatepetl–Yucudá.

90° 18′ 17″.0 — 1.1	1.21	$E_{z'} = \pm 0.67 \sqrt{\frac{171.27}{3}} = \pm 5''.1$
25″.2 + 7.1	50.41	
22″.3 + 4.2	17.64	$e_{z'} = \pm \frac{5''.1}{2} = \pm 2''.5$
08″.0 — 10.1	102.01	
Prom......... 18″.1 (*rr*) =	171.27	

Con estos elementos se obtiene:

$$\frac{Z - Z'}{2} = 263''.7, \quad \log = 2.4211$$

$$\log d = 4.9763$$

$$\log \operatorname{tg} 1'' = 4.6856 \qquad -0.1 = 2^{\text{o}} \text{ térm.}$$

$$2.0830 = \log \; -121.0$$

$$-121.1 \text{ Ms.}$$

La altura del Coatepetl será: 2781.6 ± 3.3 Ms.

Determinando un nuevo valor de *m* con estas mismas observaciones, se tiene:

$$\frac{Z + Z' - 180°}{2} = 1361''.8 \ldots\ldots \log = 3.1341$$

$$\log R = 6.8022$$

$$\log \operatorname{sen} 1'' = 4.6856$$

$$4.6219$$

$$-\log d = 4.9763$$

$$9.6456 = \log.\ 0.4422$$

$$m = 0.0578 \pm 0.0010$$

La quinta parte de esta nivelación es la relativa a la diferencia de altura entre el Coatepetl y el Popocatepetl, el Pico de Orizaba y la Malinche. Partiendo del lado geodésico Coatepetl-Chiconquiahuitl, cuya longitud es de 68517 mts., se fijaron por intersecciones las tres montañas citadas, las que presentan en su cima cónica, puntos de mira bastante bien definidos.

Los ángulos azimutales observados fueron, designándolos por sus inciales:

C. Ch. P. = 94° 59′ 07″	C. Ch. O. = 80° 16′ 47″
Ch. C. P. = 53° 04′ 27″	Ch. C. O. = 32° 12′ 31″
M. C. Ch. = 22° 18′ 33″	
C. Ch M. = 122° 43′ 16″	

Los excesos esféricos de estos triángulos son, respectivamente, de 17″, 6″ y 6″, y aplicando el teorema de Legendre al cálculo de las distancias, corregiremos cada ángulo por el tercio del exceso esférico correspondiente, con lo que resultan los ángulos planos siguientes:

C. Ch. P. = 94° 59′ 01″	C. Ch. O. = 80° 16′ 45″
Ch. C. P. = 53° 04′ 21″	Ch. C. O. = 32° 12′ 29″
Ch. P. C. = 31° 56′ 38″	Ch. O. C. = 67° 30′ 46″
M. C. Ch. = 22° 18′ 31″	
C. Ch. M. = 122° 43′ 14″	
Ch. M. C. = 34° 58′ 15″	

y el cálculo de las distancias da:

log. C. P. = 5.1107   log. C. O. = 4.8638   log. C. M. = 5.0025

Desde Yucudá se observaron también las direcciones azimutales de estas cimas, difiriendo los resultados obtenidos, tomando el lado Yucudá-Coatepetl como base, respectivamente, 3, 7 y 7 mts. en las distancias, y para averiguar la influencia que estos errores puedan tener en la nivelación, basta diferenciar la fórmula que da el valor de A—A′, con relación a *d*, y se tiene, despreciando el tercer término por ser muy pequeño:

$$e_d \left(\cot.\ Z + \frac{0.88\, d}{R} \right) = e_{\lambda - \lambda'}$$

de cuya aplicación resulta que los errores no exceden de 0.2 mts.

Las distancias zenitales observadas en Coatepetl, fueron las siguientes:

Pico de Orizaba.

88° 02′	26″.0	— 5″.4	29.16	$E_z = \pm 0.67 \sqrt{\frac{147.03}{3}} = \pm 4''.6$
	36″.7	+ 5″.3	28.09	
	24″.7	— 6″.7	44.89	$e_z = \pm \frac{4''.6}{2} = \pm 2''.3$
	38″.1	+ 6″.7	44.89	
Prom.........	31″.4	$(rr) =$	147.03	

Popocatepetl.

89° 19′	53″.7	— 6″.7	44.89	$E_z \pm 0.67 \sqrt{\frac{276.13}{3}} = \pm 6''.4$
20′	14″.0	+ 13″.6	184.96	
19′	53″.6	— 6″.8	46.24	$e_z = \pm \frac{6''.4}{2} = \pm 3''.2$
20′	00″.2	— 0″.2	0.04	
Prom.... 20′	00″.4	$(rr) =$	276.13	

Malinche.

89° 26′	26″.9	— 12″.2	148.84	$E_z = \pm 0.67 \sqrt{\frac{369.74}{3}} = \pm 7''.4$
	51″.1	+ 12″.0	144.00	
	33″.0	— 6″.1	37.21	$e_z = \pm \frac{7.4}{2} = \pm 3''.7$
	45″.4	+ 6″.3	39.69	
Prom..........	39″.1	$(rr) =$	369.74	

Los cálculos respectivos, dan:

	Pico de Orizaba.	Popocatepetl.	Malinche.
log *d*....................	= 4.8638	5.1107	5.0025
log cot Z	= 8.5338	8.0657	7.9868
	3.3976	3.1764	2.9893
= log.......	+ 2498.1 Ms.	+ 1501.1 Ms.	+ 975.7 Ms.

log 0.4422	= 9.6456	9.6456	9.6456
log d^2....................	= 9.7276	0.2214	0.0050
	9.3732	9.8670	9.6506
— log. R	= 6.8024	6.8042	6.8028
	2.5708	3.0628	2.8478
= log.......	+ 372.2 Ms.	+ 1155.6 Ms.	+ 704.4 Ms.
log 0.95	= 9.98	9.98	9.98
log d^2....................	= 9.73	0.22	0.00
log cot ^{2} Z..............	= 7.07	6.13	5.98
	6.78	6.33	5.96
— log R	= 6.80	6.80	6.80
	9.98	9.53	9.16
= log......	= + 0.9 Ms.	+ 0.3 Ms.	+ 0.1 Ms.
A — A′....................	= 2871.2 Ms.	2657.0	1680.2

y las alturas absolutas serán:

Pico de Orizaba. = 5652.8 Ms. $e = \pm\sqrt{(3.3)^2 + (1.2)^2} = \pm 3.5$ Ms.

Popocatepetl...... = 5438.6 ,, $e = \pm\sqrt{(3.3)^2 + (3.3)^2} = \pm 4.6$,,

Malinche........ = 4461.8 ,, $e = \pm\sqrt{(3.3)^2 + (2.4)^2} = \pm 4.0$,,

Como se puede ver por los resultados, la altura del Popocatepetl, anotada en los tratados de Geografía, no tiene un error de importancia; Reclus le da 5,411, García Cubas 5,425 y Schulz 5,462. En cuanto al Pico de Orizaba, tal vez por ser su cima menos frecuentada por observadores dignos de fe, los datos son muy discordantes, variando desde 5,295 hasta 5,874 mts., y en cuanto a la Malinche, algunos autores le dan solamente 4,102 mts., habiendo, por lo tanto, un error de más de 350 mts.

Como conclusión diremos que el Pico de Orizaba, además de ser la montaña más alta de México, es la segunda en

altura de la América del Norte, pues su rival, el Monte San Elías, es algo más bajo (5,497); superándole solamente el Monte McKinley (6,240).

Tal es el resultado de una nivelación trigonométrica de más de 500 kilómetros de extensión, apoyada en trabajos geodésicos de primer orden.

Tacubaya, 1.° de febrero de 1915.

POSICIONES ASTRONOMICAS

DE

VARIOS LUGARES DE LA REPUBLICA MEXICANA

DETERMINADAS POR EL

Ing. Geógrafo JOAQUIN DE MENDIZABAL TAMBORREL, M. S. A.

Lugares	Lat. N.			Long. W de Greenwich		
Acanceh, Yuc.	20°	48′	50″.60	5^h	57^m	49^s.04
Amatenango, Chis. . . .	15	26	10 .47	6	08	24 .10
Balancán, Tab.	17	48	4 .10	6	06	1 .90
Barra de Sta. Ana, Tab.	18	18	14 .48			
Barra de S. Pedro, Tab.	18	39	7 .35	6	09	48 .00
Barra de Tonalá, Tab. .	18	12	37 .94			
Barra de Tupilco, Tab. .	18	25	16 .78	6	13	41 .72
Boca del Río Candelaria (Barra), Cam. . . .	18	36	53 .40			
Campeche, Cam.	18	04	13 .50	6	02	06 .32
Cansacab, Yuc.	21	09	32 .20	5	56	23 .68
Comalcalco, Tab.	18	15	53 .69	6	12	47 .81
Comitán, Chis.	16	14	56 .67	6	08	03 .20
Cunduacán, Tab.	18	03	52 .12	6	12	37 .55
Chiltepec (El Puerto), Tabasco.	18	26	01 .22	6	12	31 .60
Dos Bocas, Tab.	18	25	07 .08			

Lugares	Lat. N.				Long. W de Greenwich		
El Escalón, Chis.	17	21	27	.36	6	11	14 .20
Frontera, Tab.	18	31	49	.08	6	10	30 .40
Gracias a Dios (Finca), Chiapas.	17	17	27	.52			
Guadalupe (Finca), Tab.	18	25	07	.10	6	12	33 .88
Huimanguillo, Tab. . .	17	50	19	.90			
Ixbul, Hda., Chis. . . .	16	02	31	.22	6	07	00 .05
Izamal, Yuc.	20	56	03	.00	5	56	03 .63
Jalapa, Tab.	17	43	19	.70			
Jalpa, Tab.	18	10	31	.48	6	12	17 .51
Jonuta, Tab.	18	05	34	.11	6	08	26 .20
La Aguada, Cam.	18	46	59	.90	6	05	50 .79
La Hermita, Chis. . . .	17	38	04	.20	6	11	45 .60
Laguna del Carmen, Cam.	18	38	20	.78	6	07	15 .80
Los Cacaos, Tab.	17	49	41	.90	6	11	23 .24
Macuspana, Tab.	17	45	34	.02	6	10	17 .31
Mérida, Yuc.	20	58	03	.80	5	58	27 .25
Montecristo, Tab. . . .	17	44	46	.60	6	06	54 .80
Motul, Yuc.	21	05	49	.50	5	57	07 .09
Nacajuca, Tab.	18	10	10	.08	6	11	45 .57
Palenque, Chis.	17	30	50	.48	6	07	50 .18
Palizada, Cam.	18	15	39	.50	6	08	28 .80
Paraíso, Tab.	18	23	40	.19	6	12	35 .46
Pedro Ruiz, Chis.					6	11	10 .90
Peto, Yuc.	20	07	36	.40	5	55	41 .52
Pichucalco, Chis.	17	30	50	.39	6	12	13 .30
Pueblo Nuevo, Tab. . .	17	50	46	.55	6	11	26 .30
San Andrés, Chis. . . .	16	53	22	.80	6	10	50 .08
San Antonio Cárdenas, Tabasco.	17	59	19	.70	6	13	25 .68
San Bernardo, Chis. . .	17	25	21	.56	6	11	05 .30
San Cristóbal las Casas, Chiapas.	16	44	08	.27	6	10	28 .54
San Juan Bautista, Tab.	17	59	15	.02	6	11	35 .41

Lugares	Lat. N.				Long. W de Greenwich		
Simojovel, Chis.	18	08	49	.28	6	10	46.47
Tacotalpa, Tab.	17	35	46	.66	6	11	13.14
Tapachula, Chis.	14	54	15	.78	6	09	03.70
Tapijulapa, Chis.	17	28	09	.00	6	10	59.60
Tapizalá, Chis.	15	34	57	.80			
Teapa, Tab.	17	33	13	.54	6	11	44.04
Tekax, Yuc.	20	12	16	.20	5	56	15.49
Temax, Yuc.	21	09	08	.40	5	55	45.51
Tenosique, Tab.	17	28	45	.10	6	05	36.50
Tepetitán, Tab.	17	49	14	.79	6	09	24.60
Ticul, Yuc.	20	23	56	.40	5	58	08.41
Tinun, Yuc.	20	46	05	.10	5	53	29.97
Tixcocob, Yuc.	21	00	15	.60	5	57	33.69
Tunkax, Yuc.	20	54	14	.00	5	55	00.40
Tuxtla Gutiérrez, Chis. .	16	45	19	.49			
Unión Juárez, Chis. . .	15	03	08	.10	6	08	21.57
Valladolid, Yuc.	20	41	27	.60	5	52	49.89
Yalgüitz (Cerrito), Chis.	16	15	07	.28	6	08	28.90

Las observaciones se ejecutaron en los centros de las Plazas, exceptuando Comitán, en la que se observó en el patio de la Oficina de la Comisión Mexicana de Límites con Guatemala y en Mérida en el patio del Cuartel de la Federación. Las coordenadas de la torre N. de la Catedral de esta última respecto del lugar de observación son 1″ 16 N. y $1^s.65$ W.

México, 24 de agosto de 1916.



Henri Poincaré.
1854-1912.

NOTA BREVE ACERCA DE LA VIDA Y OBRA DE HENRI POINCARE

POR EL

Ing. MANUEL TORRES TORIJA, M. S. A.

(Sesión del 6 de julio de 1914)

(LAMINA XLIII)

Henri Poincaré, uno de los talentos más geniales de fines del siglo pasado, nació en Nancy (Francia) el 29 de abril de 1854; falleció el 17 de julio de 1912. Fué alumno de la Escuela Politécnica, de la Escuela Nacional de Minas, Doctor en Ciencias Matemáticas de París, Doctor Honorario de las Universidades de Cambridge, Cristianía, Kolozvar, Oxford, Glasgow, libre de Bruselas, Berlín, y Estockolmo.

Miembro del Instituto de Francia, de las Sociedades Matemáticas de Francia, Astronómica de Francia, Francesa de Física, Francesa para el Progreso de las Ciencias, Miembro de las Academias de Amsterdam, de Berlín, de Bolonia, de Bélgica, de Bucarest, de Budapest, de Caen, de Cambridge, de Dublín, de Edimburgo, de Erlangen, de Harlem, de Kassan, de Kharkof, de Copenhague, de la Sociedad Real de Ciencias de Lieja, de la Institución Real de la Gran Bretaña, de la Sociedad Real Astronómica de Londres, de la Sociedad Real de Munich, de la Sociedad Física y Estadís-

tica de Nápoles, de la Sociedad Americana de Philadelphia, de la Sociedad Italiana de las Ciencias de Roma, de la Academia Imperial de Ciencias de San Petersburgo, de la Real Academia de Turín, del Real Instituto de Venecia, de la Academia Imperial de Viena, Academia Nacional de Ciencias de Washington, Miembro de la Comisión de la Escuela Práctica de Altos Estudios, Presidente del Consejo del Observatorio Nacional de París, del Consejo del Observatorio de Niza, Presidente del Congreso Internacional de Ciencias Matemáticas de París de 1889, Miembro del Primer Congreso Internacional de Matemáticas de Zurich, Presidente del Segundo Congreso Internacional de Matemáticas en París de 1900, Miembro honorario de la Sociedad Alzate de México, etc.

Presidente de la Comisión Internacional para el repertorio bibliográfico de las ciencias matemáticas y la publicación del Catálogo Internacional de Literatura Científica, Colaborador de la Enciclopedia de Ciencias Matemáticas puras y aplicadas, y del Journal de Mathématiques pures et appliquées, Presidente del Comité de Redacción del Boletín Astronómico, Miembro de la Comisión Internacional para otorgar la medalla Guccia en 1908 y redactor de la Comisión Internacional para el premio Bolyai en Budapest en 1910, Miembro de la Redacción de las actas del Circolo Matematico de Palermo y del Comité del patronato de la enseñanza matemática.

Profesor del Curso de Análisis en la Facultad de Ciencias de Caen en 1880.

Comendador de la Legión de Honor en 1903 e Ingeniero de Minas en 1879.

Comisionado para el control de los caminos de fierro del Norte en 1882.

Miembro y Presidente del Bureau des Longitudes y la Academia de Ciencias de Paris en 1906.

Profesor de Conferencias de Análisis en la Facultad de

Ciencias de París en 1881, Profesor de Mecánica Física y Experimental en la Facultad de Ciencias de París en 1885, y de Física Matemática y Cálculo de las Probabilidades en 1886, y de Astronomía Matemática y Mecánica Celeste en la Universidad de París en 1896.

Repetidor de Análisis en 1883, Profesor de Astronomía General en la Escuela Politécnica en 1904 y de Electricidad Teórica en la Escuela Profesional Superior de Correos y Telégrafos en 1902.

Además, obtuvo el premio otorgado por S. M. Oscar II en Estockolmo en 1894, la medalla de oro de la Real Sociedad Astronómica de Londres en 1900, el primer premio llamado "Joan Reynayd" en 1896, la medalla de oro llamada "Lobatchewsky" otorgada en Kassan en 1901, el premio Bolyai otorgado en Budapest en 1905, la medalla Mateucci de la Sociedad Italiana de las Ciencias, la medalla de oro de Roma, en 1905, y la medalla de oro de la Exposición Francesa para el Progreso de las Ciencias en 1909.

Este hombre ilustrísimo, verdadero prodigio de labor científica, murió en París, el 17 de julio de 1912.

Es verdaderamente difícil bosquejar siquiera la obra de Poincaré, pero presenta, no obstante, cuatro tendencias principales: su labor en Matemáticas, en Astronomía, en Física y su obra filosófica en general.

Es necesario proceder con gran circunspección, si no se quiere correr el riesgo de trazar una silueta errónea.

Henri Poincaré fué en Filosofía un autodidacto, y experimentaba respecto a los sistemas consagrados una desconfianza especial.

Buscó la verdad sin ideas preconcebidas, haciendo voluntariamente tabla raza de todo lo que pudo haber leído o escuchado precedentemente, y se cuidaba de comunicar a otro sus pensamientos, en tanto que no los tenía definitivamente analizados.

Sentía un gusto especial por la controversia filosófica.

Cuando M. Xavier Leen escribió un artículo notable en 1893 en la Revista de Metafísica y Moral, solicitó la colaboración de Poincaré y éste acudió con entusiasmo siendo más tarde uno de los miembros más ilustres de la Sociedad Francesa de Filosofía y entró entonces en discusión con lógicos y metafísicos de la fuerza de Couturat, Rusell, Lerroy y Lalande.

Como sería imposible en la breve extensión de esta nota sintética extenderme acerca de la labor total de Henri Poincaré, me voy a limitar a sus puntos principales de vista, que son:

Primero.—La Geometría no Euclidiana.

Segundo.—Su estudio astronómico acerca del problema de los tres cuerpos.

Tercero.—Sus conclusiones acerca de la teoría electromagnética de la luz, y

Cuarto.—Su tarea filosófica en general.

Como se sabe, el quinto postulado de Euclides que ha dado motivo a discusiones centenarias, dice en resumen *que por un punto no se puede hacer pasar sino una paralela a una recta.*

Ahora bien, se ha buscado en vano durante largo tiempo la demostración del famoso postulado de Euclides y a principios del siglo XIX, dos sabios, uno ruso, *Lobatchewsky,* (1793-1856) y uno húngaro, *Bolyai,* establecieron de una manera irrefutable la imposibilidad de efectuar esta demostración. Por fortuna a partir de esa época la Academia de Ciencias no recibe ya sino una o dos pretendidas demostraciones por año.

Pero aun Riemann (1826-1866), en su célebre memoria de que todo el mundo tiene noticia y después el italiano Beltrami, insistieron en el asunto.

La Geometría de Lobatchewsky puede reasumirse así: si es posible deducir el postulado de Euclides de los axiomas precedentes, sucederá que negando el postulado y admitien-

do los demás axiomas tendrá que llegarse a consecuencias contradictorias.

Así, pues, Lobatchewsky supone *a priori* que por un punto *se pueden llevar varias paralelas a una recta.*

Construye, por lo tanto, una nueva geometría cuya lógica impecable no es menos importante ni exacta que la Geometría Euclidiana; los teoremas, naturalmente difieren de aquellos a los que estamos acostumbrados y desconciertan al principio para los no iniciados.

Así, la suma de los ángulos de un triángulo es siempre menor que dos rectos y la diferencia entre esta suma y dos rectos es proporcional a la superficie de un triángulo.

En otras palabras, si se divide una circunferencia en N partes iguales y se llevan tangentes a los N puntos de división, estas N tangentes forman un polígono si el radio de la circunferencia es muy pequeño, pero no se encuentran si el radio es muy grande.

La Geometría de Riemann puede explicarse simbólicamente. Imaginarse un mundo poblado de seres sin espesor, precisamente aplanados, y admitamos que este mundo está bastante lejano de nosotros para quedar substraído a su influencia, estos seres atribuirán a su mundo solamente dos dimensiones.

Si suponemos que estos pequeños seres imaginarios desprovistos de espesor tengan, no obstante, la figura esférica ¿qué Geometría podrán construír? Para ellos lo que nosotros llamamos línea recta o sea el camino más corto entre dos puntos, será un arco de círculo máximo; lo que llamarán espacio será la esfera de la que no pueden salir y en la cual se sucederán todos los fenómenos de que puedan tener conocimiento; su espacio, en suma, será ilimitado, pero no infinito.

Henri Poincaré supone un mundo esférico, sujeto a tales leyes y tal que la temperatura máxima está en el centro.

En resumen, que el crecimiento de la temperatura sea proporcional a $R^2 - r^2$.

En este mundo los seres que existan, conforme se alejen del centro, irán contrayéndose. Por lo tanto, como el problema puede tener solución infinitesimal, creerán que su mundo es infinito aunque realmente es ilimitado y puede ser del tamaño simple de una manzana.

Este ejemplo notable hace ver las dificultades de entender los conceptos de Geometría si se hace abstracción del concepto fundamental de lo que se entiende por espacio.

Como este ejemplo, abundan muchos, que omito dar y que se encuentran en las magníficas obras de Poincaré.

Ahora bien: la Geometría de Riemann es la Geometría esférica extendida a tres dimensiones; el matemático alemán ha tenido aún que rechazar el primer axioma: por dos puntos solamente se puede hacer pasar una línea recta, pues hay puntos, como dos polos tomados diametralmente opuestos, en que es posible hacer pasar un número infinito de círculos máximos.

Todo se reduce, pues, a interpretar en este mundo nuevo las definiciones de una manera distinta a como las acepta la Geometría Euclidiana.

Resulta de aquí que en la Geometría de Riemann *la suma de los ángulos de un triángulo es mayor que dos rectos.*

En resumen: se tienen tres Geometrías, la de Euclides, la de Lobatchewsky y la de Riemann.

En la primera, por un punto se puede llevar *una sola* paralela a una recta, la suma de los ángulos de un triángulo *suma dos rectos;* en la de Lobatchewsky, por un punto se pueden *llevar varias paralelas* a una recta, la suma de los ángulos de un triángulo es *menor que dos* rectos; en la de Riemann por un punto no se puede *llevar ninguna paralela a una recta,* la suma de los ángulos de un triángulo es *mayor que dos rectos.*

El ilustre matemático Beltrami ha probado que la

Geometría de Lobatchewsky de dos dimensiones, no es otra cosa que una rama de la Geometría ordinaria, a cuyo fin ha tenido que imaginar superficies de curvatura constante *positiva o negativa.*

Las superficies de *curvatura positiva,* pueden deformarse de manera de ser aplicadas sobre una esfera, la geometría de esta superficie se reduce a la geometría esférica que es la de Riemann.

Las superficies de *curvatura negativa,* según Beltrami, se confunden con la de Lobatchewsky.

Klein y Poincaré se han empeñado osadamente en buscar una interpretación concreta del partido que se puede sacar de esos conceptos lógicos.

Las tres geometrías tienen igual importancia y exactitud lógicas y algunos matemáticos pretenden que se efectúen medidas de triángulos astronómicos *colosales* formados por estrellas para decidir si vivimos en un mundo de Geometría Euclidiana, de Lobatchewsky o de Riemann.

A este propósito Henri Poincaré reasume la cuestión concluyendo que no hay geometrías *más o menos exactas, sino más o menos cómodas* y que en el estado actual de nuestros conocimientos y nuestras necesidades, la Geometría Euclidiana estará permanentemente en el terreno estable de las ciencias.

El segundo punto se refiere a la importancia que ha dado Poincaré a la teoría de las funciones.

En efecto, con motivo de problemas de Física matemática, de Mecánica y de Astronomía, ha empleado la teoría de las ecuaciones diferenciales y hecho un estudio muy especial relativo a las funciones *fuschianas.*

Cauchy, (1789-1857) Riemann y Weierstrass (1815-1897) han sido los predecesores de este nuevo trabajo basado íntimamente en el estudio particularizado de las funciones elípticas y de los trabajos de Bernoulli y de Jacobi (1804-1851).

Poincaré ha avanzado los esfuerzos iniciados por Lagrange y Gauss, reformando y modernizando los puntos fundamentales de esta teoría, así como de la referente a las sustituciones lineales encabenzado magistralmente por Abel.

Por lo que respecta a la Física matemática, se ha ocupado no solamente de la parte especulativa en las actas del Circolo Matematico de Palermo, sino en la parte que podríamos llamar *científica industrial*, persiguiendo los estudios de Green y de Maxwell.

Poincaré ha descorrido el velo de los misterios iniciados por Maxwell, por Lorentz, por Zeeman, por Hertz, y en sus manos la teoría de las ecuaciones diferenciales ha revestido una claridad prodigiosa, sobre todo de acuerdo con el principio que él llama el postulado de *la relatividad y el razonamiento de inducciones matemáticas por recurrencia.*

El problema de los tres cuerpos ocupó su atención detenidamente, pero tratándose de un asunto de alta matemática no lo desarrollaré, bastándome decir que reasumió y sintetizó los esfuerzos que genios ilustres como Newton, Laplace, Cauchy y otros habían emprendido.

Ha presentado una teoría verdaderamente notable que le llama el *equilibrio de bifurcación* esclareciendo puntos de vista dejados obscuros por MacClaurin y Jacobi y ha perfeccionado las hipótesis formadas a priori por Thomson y Tait.

Los estudios emprendidos acerca de los elipsoides de MacClaurin son verdaderamente admirables.

En suma: se propuso en los problemas relativos a asuntos astronómicos, de dilatación, de elasticidad, etc., resolver este problema verdaderamente árduo: construír *las curvas definidas por ecuaciones diferenciales.*

Por lo que toca a su obra filosófica poco quedará que decir: no hay teoría que no haya revisado: la de Fresnel, la

de Neumann, las de Hertz, las de Blondlot, las de Gouy, la de Kirchhoff, las de Comerfeld, etc., etc.

Se ocupó de las teorías de Röntgen con referencia a los rayos catódicos, las de Becquerel, las de Lorentz, las de Max Abraham, las de Reyleigh y se interesó en rehacer teoremas aceptados como clásicos como el de Clausius y los referentes al ciclo de Carnot.

Además, hizo la crítica de la teoría del aritmetismo de Dedekind y Kroenecker.

La curiosidad de Poincaré no se detenía en los límites de la ciencia exacta, en lugar de aceptar como Hilbert las definiciones y axiomas como decretos arbitrarios, se esforzaba en llegar a los orígenes remotos y a la génesis psicológica.

Poincaré imagina un ser humano vírgen de todo conocimiento geométrico, y se pregunta lo que para ese sér puede significar *un continuo* físico, es decir, *un continuo* no gozando de ninguna de las propiedades que caracterizan *a fortiori* el espacio geométrico, e idea su teoría hermosa y fecunda de los diferentes tipos de espacios, el visual, el táctil, el motor, llegando una vez más a los conceptos acerca de su teoría referente a la *relatividad y al orden.*

Es verdaderamente notable su memoria sobre la *Evolución de las leyes* presentada al Congreso de Filosofía de Bolonia en 1911.

Poincaré sostiene que el sabio no *crea el hecho,* que simplemente crea *el lenguaje en el cual enuncia los hechos,* tiene una gran simpatía por la impresión suprasimple cuando declara que la lógica no logra nada sin *el recurso de la intuición* porque ésta es el instrumento especial del pensamiento matemático.

He aquí, pues, bosquejada su obra en brevísimas, modestas e insuficientes palabras, pero en que consta que, gracias a la precisión de su método, Poincaré no ha retrocedido jamás.

Los filósofos gustan de inventar nuevos sistemas, los sabios de descubrir nuevos fenómenos: con seguridad la obra de Poincaré resistirá airosamente los embates del porvenir.

Ha dado la clave para resolver mil problemas, ha descorrido el velo que cubría muchos secretos de la naturaleza, ha abierto horizontes nuevos ampliando el objeto de las especulaciones científicas.

Pocos trabajos de la última mitad del siglo pasado, manifiestan tan ampliamente como en este caso, las características de un verdadero genio.

Hadamard asegura que era preciso un sucesor de Laplace, y que Poincaré ha sido el digno heredero de esa tradición gloriosísima.

¡Oh Maestro Ilustre! tú no tan sólo nos has dado el ejemplo de una fecunda actividad de espíritu, trabajando formidablemente, como si temieras que la vida se te escapase demasiado pronto para dejar tu obra incompleta antes que tu auditorio ilustre pudiera percibir la novedad genial de tus teorías. Sentías quizá las angustias de Abel malogrado y de Galois muerto en flor de edad, al temer que te faltase tiempo para que pudieras ser comprendido. Pero aun dándonos tu ejemplo de trabajador genial, de inteligencia prodigiosa, de cerebro exquisito, sobre todo tu labor portentosa, descuella supremamente y en primera línea tu voluntad excepcional, tu carácter supremo y extraordinario que nos ha enseñado a cumplir nuestro deber, a respetar la ciencia, a consagrar a ella *nuestra vida entera*, a ser sus corifeos más rendidos y a saber amarla perennemente con toda la efusión de nuestro espíritu.

México, 6 de julio de 1914.

Men

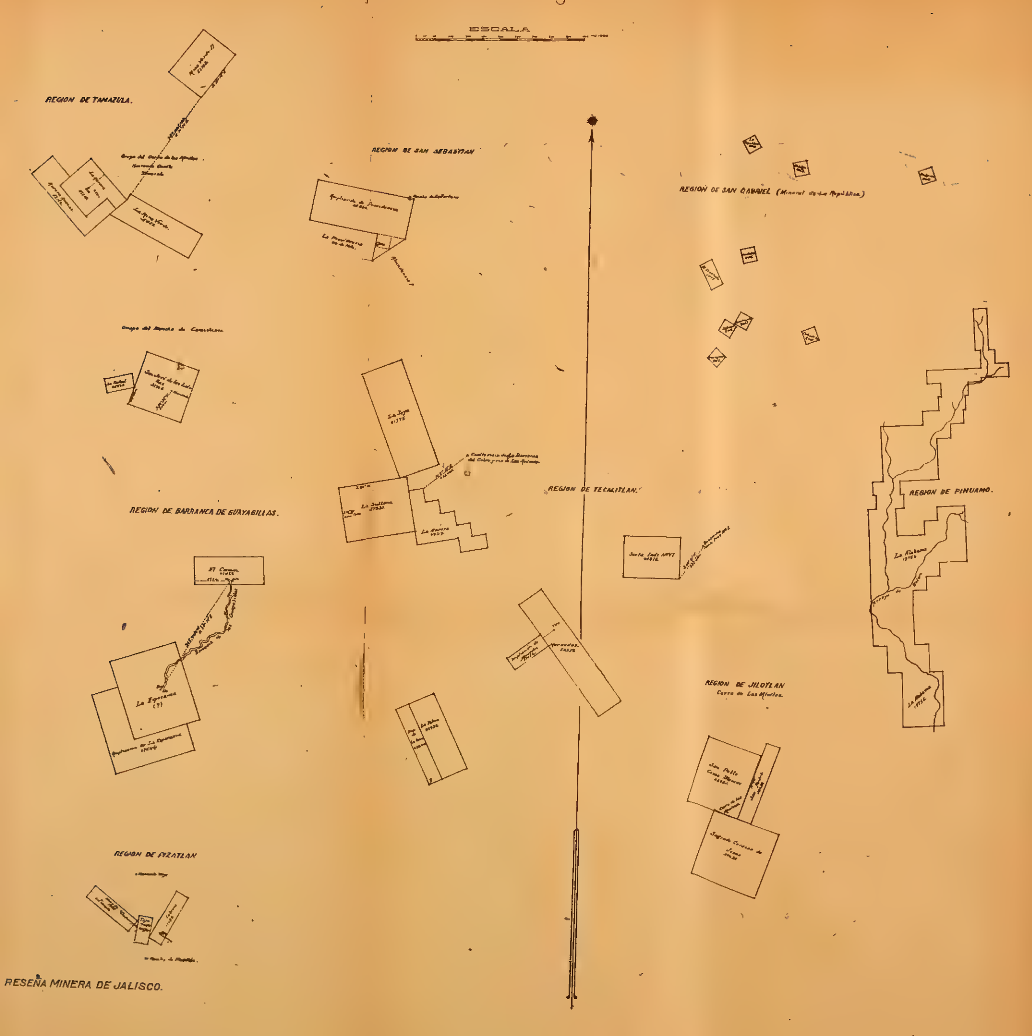
T. 34, LAM. 1.

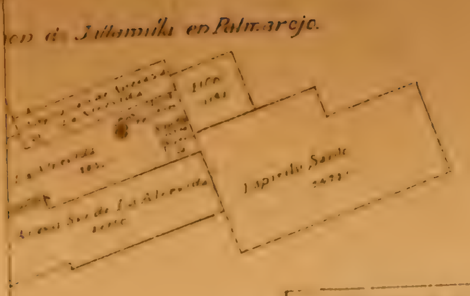
5

RESEÑA MINERA DE JALISCO.

AGENCIA DE MINERIA DE C. GUZMAN

Croquis de varias regiones mineras



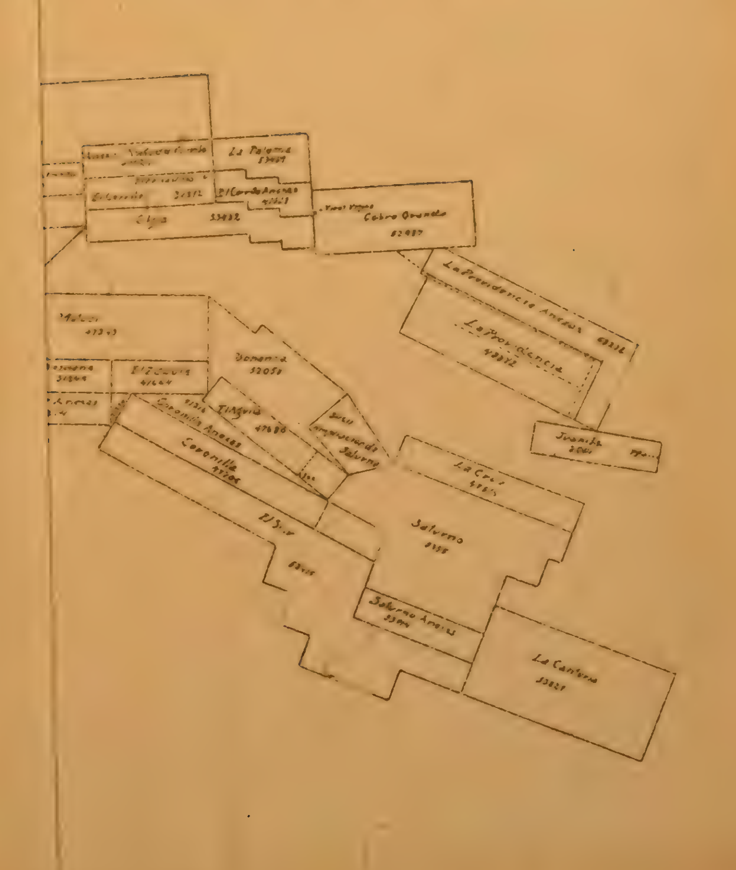


Fundos que no se han podido localizar en el croquis			
[illegible]			
[illegible]	[illegible]	Los Capulines	[illegible]
La Tierra de Oro	[illegible]	La Perla	[illegible]
La Descubridora	[illegible]	[illegible]	[illegible]
La Verdad	[illegible]	Noche Buena	[illegible]
El Puerto	[illegible]	Gato Montes	[illegible]
La Angostura	[illegible]	HDA. DEL LUIS:	
Pittsburg	[illegible]	La Valenciana	[illegible]
La Union Anexas	[illegible]	El Padre	[illegible]
Jorge	[illegible]	JALLAMITLA	
Alta Vista	[illegible]	Noel	[illegible]
El Favor	[illegible]	El Aguila	[illegible]
Seguridad	[illegible]	La Verdiana	[illegible]

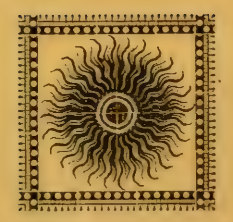
CROQU

AMECA-V C

E




CROQUIS DE LOS FUNDOS MINEROS
DE
AMECA-V CANTON Y GUACHINANGO X-CANTON
EDO DE JALISCO.
ESCALA
Region de Jallamilla en Palmarejo.
Grupo de Timones en la Higuera.
Grupo de la Negra en Hda Blanca.
Region de El Magistral y Canteria.
Grupo de Almoloya
Fundos que no se han podido localizar en el croquis
HDA SAN MIGUEL Y CANTERIA:
La Esperanza
La Tierra de Oro
La Descubridora
La Navidad
El Puerto
La Angostura
Pittsburg
La Union Anexas
Jorge
Alta Vista
El Favor
Los Capulines
La Perla
Venado
Noche Buena
Gato Montés
HDA. DEL LUIS
La Valenciana
El Padre
JALLAMITLA
El Aguila
La Verdiana
El Oro
Espiritu Santo
La Atrevida
Ampliacion de los Timones
Los Timones
Ampliacion de los Timones
Guadalupe
El Monte
El Intermedio
Magistral
La Madura
El Cerrito
Ameca
Ampliacion del Zapote
La Providencia Anexas
La Preferencia
Semanita
Agua Buena
La Escondida
La Cruz
Salerno
Salerno Anexas
La Canteria
La Honda
El Saucito
Beatriz
Soledad
Ampliacion de Soledad
Almoloya
Almoloya Anexas
El Puerto



Tomo 34. Números 11 y 12.
(Fin del tomo.)

MEMORIAS Y REVISTA

DE LA

SOCIEDAD CIENTIFICA

"Antonio Alzate"

publicadas bajo la dirección de

RAFAEL AGUILAR Y SANTILLAN
SECRETARIO GENERAL PERPETUO

SUMARIO.—SOMMAIRE

(Memorias, pliegos 28 a 54.—Mémoires, feuilles 28 à 54.)

MEXICO
SOCIEDAD CIENTIFICA "ANTONIO ALZATE"
Ex-Volador, 3er. Piso, núms. 15 y 16

DEPARTAMENTO DE TALLERES GRAFICOS DE LA SECRETARIA DE FOMENTO
Primera calle de Filomeno Mata número 8

Diciembre de 1917

TRATADO ELEMENTAL DE GONIOMETRIA

POR

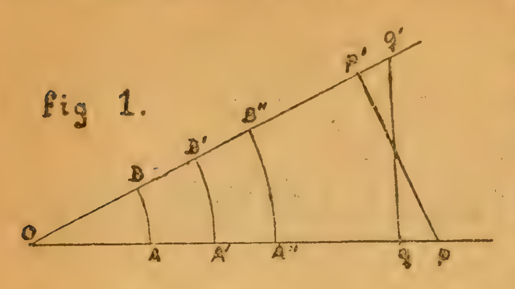
J. DE MENDIZABAL TAMBORREL, M. S. A.,
INGENIERO GEOGRAFO

CAPITULO I

INTRODUCCION

1. En las figuras de la Geometría se encuentran lados y ángulos. En la Planimetría se dan métodos para poder resolver los problemas en los cuales, conocidas ciertas líneas o ángulos, se pueden determinar otras líneas o ángulos; pero por la imperfección inevitable de los instrumentos que se emplean y por la imposibilidad de distinguir con el ojo las pequeñísimas subdivisiones de las líneas y los ángulos no se obtiene una gran precisión. Para obtenerla se tiene que emplear el cálculo, y para establecer las relaciones que ligan a los lados con los ángulos de una figura, es preciso poder reemplazar los ángulos por ciertas razones entre longitudes de rectas elegidas de tal modo, que si se da el ángulo, estas razones estén bien determinadas; recíprocamente, dadas estas razones el ángulo deberá estar perfectamente definido.

2. Para comparar los ángulos entre sí, observaremos que a un mismo ángulo (Fig. 1) corresponden un número infinito de arcos AB, A′B′, etc., descritos con radios OA, OA′, etc., haciendo centro en su vértice. Como vemos, la porción del arco comprendido entre sus lados, no nos da la magnitud del ángulo; puesto que para el mismo ángulo tenemos un número infinito de arcos que rectificados nos dan longitudes diferentes; pero sabemos que se tiene



$$\frac{AB}{OA} = \frac{A'B'}{OA'} = \frac{A''B''}{OA''} \cdots\cdots\cdots$$

es decir, que es constante la razón que hay entre el arco rectificado y el radio con el cual se ha descrito el arco. Esta razón puede tomarse para la medida del ángulo y se designa con el nombre de medida circular del ángulo. Un ángulo cualquiera puede tomarse por unidad, por ejemplo un ángulo recto.

3. Si suponemos dividida la circunferencia en 360 partes iguales, cada una de estas partes se llama *grado*; si cada grado lo dividimos en 60 partes iguales, cada parte se llama *minuto*, y si cada minuto lo dividimos en 60 partes iguales, cada parte se llama *segundo;* el segundo se subdivide en 10, 100, etc. partes iguales. Esta manera de estimar los ángulos se llama *sexagesimal* por ser 60 el número por el que se subdivide el grado y el minuto. Los símbolos ° ′ ″ se usan como abreviación de las palabras grados, minutos, segundos; por ejemplo, si el arco interceptado por los lados de un ángulo en el centro contiene 48° la medida de este ángulo es $\frac{48}{90} = \frac{8}{15}$

si se toma 1^R por unidad, o bien nos indica que es un ángulo 48 veces mayor que el ángulo de un grado.[1]

4. Si consideramos al ángulo recto dividido en 100 partes iguales, cada parte se llama *grado centesimal*, cada grado se divide en 100 partes iguales que se llaman *minutos centesimales*, cada minuto en 100 *segundos centesimales*. A esta manera de estimar los ángulos se llama *centesimal*. Los símbolos que se usan son ^{g} $'$ $''$; por ejemplo $7^g\ 38'\ 24''$, que también se escriben así $7^g.3824$.

5. El tercer modo de estimar los ángulos se llama decimal, es el más racional y en la práctica es el que facilita notablemente los cálculos; este consiste en tomar como unidad angular al ángulo igual a cuatro ángulos rectos y subdividirlo en 10, 100, etc., partes iguales.

Al ángulo unidad lo llamaremos *gonio* y lo representaremos por 1^γ y *decigonio*, *centigonio*, etc., *microgonio* a su décima, centésima, etc., millonésima parte; por ejemplo un microgonio igual $0.^\gamma 000001 = 1''.296$.

6. Finalmente se toma también como unidad angular al ángulo subtendido en el centro de un círculo por un arco que es igual en longitud al radio; se llama *radian* y lo representaremos por ρ. Esta unidad es muy usada en las investigaciones teóricas. Si se toma al radio por unidad de longitud, el núme-

---

1 Con el objeto de evitar repeticiones, en lo de adelante representaremos siempre por A, B, C, los tres ángulos de un triángulo; por a, b, c respectivamente, sus tres lados opuestos; si el triángulo es rectángulo a es la hipotenusa; por h_a, h_b, h_c, sus alturas; l_a, l_b, l_c, las bisectrices; por m_a, m_b, m_c, las medianas; por r, r_o, r_a, r_b, r_c, r_9 los radios de los círculos inscrito, circunscrito, exinscrito y el de nueve puntos; Ω su superficie; p el semiperímetro del triángulo; 1^R, 2^R, etc., quieren decir un ángulo recto, dos ángulos rectos, etc.; $i = \sqrt{-1}$; k un número entero positivo o negativo, $2k'$ un número par, $2k' + 1$ un número impar. Por φ, ψ, θ, designaremos ángulos auxiliares; por M el módulo de los logaritmos vulgares.

ro que mide al arco rectificado mide también al ángulo. En este caso la circunferencia está representada por 2π, siendo $\pi = 3.14159\ 26535\ 89793$; los arcos pueden estar indicados indiferentemente en grados, en fracción de gonio, o en fracciones del número π. Por ejemplo, ángulo o arco de 45°, o ángulo o arco de $0.^{\gamma}\ 125$, o ángulo o arco de $\frac{\pi}{4}$.

7. La longitud de la circunferencia cuyo radio es r, es $2\pi r$. Como para un mismo radio los ángulos son proporcionales a los arcos, si llamamos l la longitud de un arco cuyo ángulo tiene n°, n^g o n^γ se tienen las relaciones

$$\frac{2\pi r}{360^\circ} = \frac{l}{n^\circ} = \frac{\pi r}{200^g} = \frac{2\pi r}{1^\gamma} \quad \text{.........................} \quad (1)$$

según sea la división sexagesimal, centesimal o decimal de la circunferencia. De éstas se deducen

$$l = \frac{\pi}{180^\circ} r n^\circ = \frac{\pi}{200^g} r n^g = \frac{2\pi}{1^\gamma} r n^\gamma .$$

De estas fórmulas se obtienen las longitudes de un arco

de 180° =	3.14159	26535	89793 r,
,, 1°	0.01745	32925	19943 r,
,, 1′	0.00029	08882	08666 r,
,, 1″	0.00000	48481	36811 r,
,, $0^\gamma.1$	0.62831	85307	17959 r,
,, $0^\gamma.000001$	0.00000	62831	85307 r.

8. Para saber el número de grados sexagesimales, centesimales o fracción de gonio que tiene un radian, haremos $l = r$ y respectivamente $\rho = n^\circ = n^g = n^\gamma$, resultando:

$$\rho = \frac{180^\circ}{\pi} = 57^\circ\ 29577951 = 57^\circ 17' 44''.806 = 3437'.746771 = 206''.264806,$$

$$\rho = \frac{200^g}{\pi} = 63^g.\ 66197724,$$

$$\rho = \frac{1}{2\pi} = 0^\gamma.15915\ 49431.$$

9. Para pasar de un sistema a otro, sea g el número de grados contenidos en un ángulo dado; d el número de grados centesimales contenidos en el mismo ángulo; n el número de gonios y fracción de gonio que hay en el mismo ángulo. Tenemos:

$$\frac{g}{90} = \frac{d}{100} = \frac{n^\gamma}{0.25} = 4\,n^\gamma \ldots\ldots\ldots\ldots (2)$$

De estas igualdades deducimos:

$$\left.\begin{array}{lll} g = \frac{90}{100}\,d = \frac{9}{10}\,d = d - \frac{d}{10}, & d = \frac{100}{90}\,g = \frac{10}{9}\,g = g + \frac{g}{9}, & n^\gamma = \frac{g}{4 \times 90}, \\ g = 90 \times 4\,n^\gamma, & d = 400\,n^\gamma, & n^\gamma = \frac{d}{400} \end{array}\right\} (3)$$

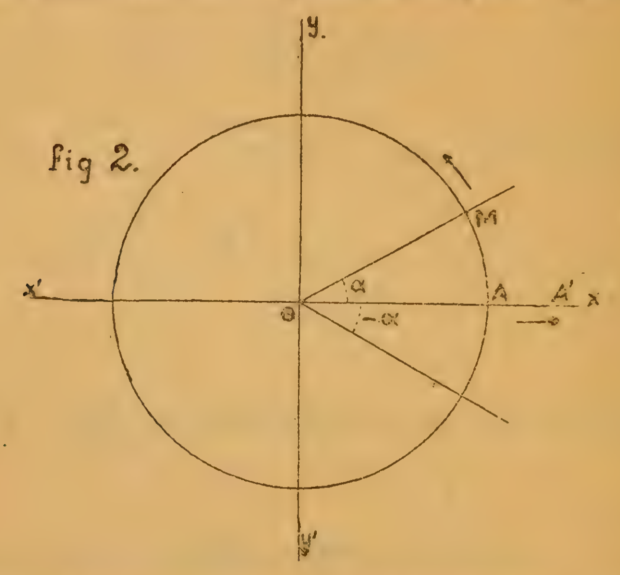
10. Dos ángulos son complementarios cuando su suma es igual a

$$\frac{\pi}{2} = 90^\circ = 0^\gamma.25.$$

Complemento de un ángulo o arco es lo que queda substrayendo dicho ángulo de $\frac{\pi}{2}$, o 90°, o $0.^\gamma25$. Así, el complemento de 30° es $90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$, el complemento de 130. es $90^\circ - 130^\circ = -40^\circ$. Cuando el ángulo que se considera es mayor que 90° su complemento es negativo; en caso contrario, es positivo.

Dos ángulos son suplementarios cuando su suma es igual a π, o 180°, o $0.^\gamma5$. Suplemento de un ángulo es lo que queda substrayendo dicho ángulo de π, de 180°, o de $0^\gamma.5$. Por ejemplo, el suplemento 125° es $180^\circ - 125^\circ = 55^\circ$, el suplemento de 240° es $180^\circ - 240^\circ = -60^\circ$. Cuando el ángulo es mayor que π, su suplemento es negativo; es positivo en caso contrario.

11. Sea O el centro del círculo (Fig. 2) en cuyo punto se encuentran las dos rectas X'X, YY' perpendiculares entre sí, que se llaman ejes. Supongamos que el punto M coincide primero con el punto A y que se mueve sobre la circunferencia en el sentido de la flecha; cuando haya llegado a A ha descrito una circunferencia; podemos suponer que describe



dos, tres, etc., k circunferencias, y en un momento dado está otra vez en M; este arco es de k circunferencias más el arco AM. La extremidad A fija del arco variable AM se designa con el nombre de origen del arco y el punto M se llama extremidad del arco.

Podría haberse supuesto que partiendo el punto M de A, se moviese en sentido contrario de la flecha; entonces, para distinguir las direcciones opuestas (según la regla de *Descartes*, [1] véase mi Algebra), en una dirección diremos que los

1 Francés 31. m. 1596-11. f. 1650. Esto quiere decir que Descartes era matemático francés, que nació el 31 de marzo de 1596 y que murió el 11 de febrero de 1650. Para los meses de mayo y julio se escribirán muy gruesas las letras m y j.

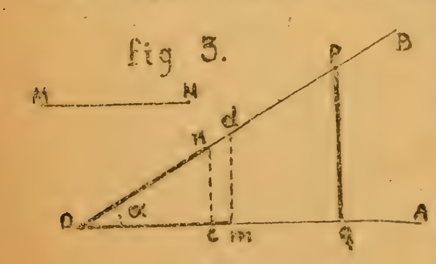
ángulos o arcos son positivos, en la otra dirección son negativos; a los primeros no se les antepone signo o se escribe el signo +, a los segundos se les antepone el signo —.

12. Si a partir del punto O se toman sobre X'X diversas longitudes O A, O A', etc.; estas longitudes referidas a la misma unidad estarán representadas por números, y les antepondremos el signo + o el signo—, según que se tomen en un sentido o en el opuesto. Tanto para los ángulos como para las rectas, consideraremos como positivas las de las direcciones de las flechas, (se toma como positiva la dirección que se quiera).

CAPITULO II

FUNCIONES GONIOMETRICAS

13. *Funciones goniométricas directas.*—(Fig. 3). Si tomamos una porción de recta cuya longitud MN es arbitraria y



que designaremos por r, podemos colocarla con respecto a los lados de un ángulo dado $\widehat{AoB}$ que llamaremos α de tres maneras diferentes: Posición $o\,m$, a partir del vértice o sobre el lado o A; posición $o\,n$, partiendo del vértice sobre el lado o B o bien, posición pq perpendicular a o A y de modo que sus extremidades toquen a los lados del ángulo como se ve en los puntos p y q.

Si por el punto n bajamos $c\,n$ perpendicular a o A y por el punto m levantamos la perpendicular $m\,d$ a o A tenemos las razones siguientes: $\frac{cn}{on}$, $\frac{oc}{on}$, $\frac{md}{om}$, $\frac{od}{om}$, $\frac{oq}{pq}$, y $\frac{op}{pq}$.

A la primera razón se llama seno del ángulo α, se escribe sen α; la segunda razón es el coseno del ángulo α, se escribe cos α, la tercera es la tangente trigonométrica [1] del ángulo α,

---

1 Cuando no haya confusión entre la tangente trigonométrica y la tangente geométrica se suprime el adjetivo.

se escribe tanα o también tgα; la cuarta se llama secante del ángulo α, se escribe secα; la quinta se llama cotangente del ángulo α, se escribe cotα; finalmente la última se llama cosecante del ángulo α y se escribe cosecα, nosotros escribiremos coeα. Estas seis razones se llaman *funciones goniométricas directas* o *funciones circulares directas*.

Si se atiende a que $on = om = pq = r$, podemos escribir estas razones así:

$$\left.\begin{array}{lll} \text{sen } a = \frac{cn}{r}, & \cos a = \frac{oc}{r}, & \tan a = \frac{md}{r}, \\ \sec a = \frac{od}{r}, & \cot a = \frac{oq}{r}, & \text{coe } a = \frac{op}{r} \end{array}\right\} \ldots\ldots\ldots\ldots(4)$$

14. Si hubiéramos colocado a pq perpendicular a oA (Fig.1) o bien perpendicular a oB, veríamos fácilmente que $oq = op'$, y $op = oq'$. De manera que en un ángulo sólo hay seis funciones goniométricas diferentes.

15. A las razones $\frac{r - \cos a}{r}$, $\frac{r - \text{sen } a}{r}$, que se llaman *senoverso* y *cosenoverso* respectivamente, se les denomina impropiamente funciones circulares. Al senoverso del ángulo $\pi - a$ se le llama *subsenoverso*. Las razones $\frac{r - \tan a}{r}$, $\frac{r - \cot a}{r}$, $\frac{r - \text{coe } a}{r}$, y $\frac{r - \sec a}{r}$ no tienen nombres especiales; pero ninguna de éstas es función goniométrica.

16. *Funciones goniométricas inversas.* — Si ponemos $s = \text{sen } a$, $t = \cos a$, $u = \tan a$, $v = \sec a$, $w = \cot a$, $y = \text{coe } a$....(5) no podemos despejar a a de estas ecuaciones, tenemos que introducir las seis funciones siguientes que se llaman *funcio-*

nes goniométricas inversas o *funciones circulares inversas* que se escriben así:

$a = \text{sen}^{-1}s,\quad a = \cos^{-1}t,\quad a = \tan^{-1}u,\quad a = \sec^{-1}v,\quad a = \cot^{-1}w,\quad a = \text{coe}^{-1}y$

o también así:

$a = \text{arc sen}\, s,\quad a = \text{arc cos}\, t,\quad a = \text{arc tan}\, u,$

$a = \text{arc sec}\, v,\quad a = \text{arc cot}\, w,\quad a = \text{arc coe}\, y.$

y de ambos modos se leen a igual al ángulo o al arco cuyo seno es s, etc.

17. *La Goniometría es la parte de la Matemática que se ocupa del estudio y aplicaciones de las funciones goniométricas.* [1]

18. *Relaciones entre las funciones goniométricas.*—(Fig. 3.) Los triángulos rectángulos $n\,o\,c$, $d\,o\,m$, y $p\,o\,q$ son semejantes por ser equiángulos y dan

$$\frac{dm}{mo} = \frac{cn}{co} = \frac{qo}{qp} = \frac{co}{cn},\quad \frac{op}{on} = \frac{oq}{oc},\quad \frac{od}{on} = \frac{md}{cn},\quad \frac{cn}{no} = \frac{pq}{po},\quad \frac{co}{no} = \frac{mo}{do},\quad \frac{md}{mo} = \frac{pq}{qo},$$

Dividiendo entre r cada una de las cantidades anteriores y atendiendo a que $om = on = pq = r$, tenemos:

$$\frac{\frac{dm}{r}}{1} = \frac{\frac{cn}{r}}{\frac{co}{r}},\quad \frac{\frac{qo}{r}}{1} = \frac{\frac{co}{r}}{\frac{cn}{r}},\quad \frac{\frac{op}{r}}{1} = \frac{\frac{oq}{r}}{\frac{oc}{r}},\quad \frac{\frac{od}{r}}{1} = \frac{\frac{md}{r}}{\frac{cn}{r}},\quad \frac{\frac{cn}{r}}{1} = \frac{1}{\frac{po}{r}},\quad \frac{\frac{co}{r}}{1} = \frac{1}{\frac{do}{r}},\quad \frac{\frac{md}{r}}{1} = \frac{1}{\frac{qo}{r}},$$

o, poniendo los valores de cada razón se tienen:

$$\tan a = \frac{\text{sen}\, a}{\cos a} \;\ldots\ldots\; (6),\quad \cot a = \frac{\cos a}{\text{sen}\, a} \;\ldots\ldots\; (7),\quad \text{coe}\, a = \frac{\cot a}{\cos a} \;\ldots\ldots\; (8),$$

$$\sec a = \frac{\tan a}{\text{sen}\, a} \;\ldots\ldots\; (9),\quad \text{sen}\, a = \frac{1}{\text{coe}\, a} \;\ldots\ldots\; (10),\quad \cos a = \frac{1}{\sec a} \;\ldots\ldots\; (11),$$

$$\tan a = \frac{1}{\cot a} \;\ldots\ldots\; (12).$$

---

1 *Mohammet Geber*, griego, que vivió en el siglo 9 fué el que introdujo el seno y el senoverso, *Mohammet Yahya* que vivió en el siglo 10 fué el que propuso la tangente y la cotangente y *Rhaeticus* alemán, 15. f. 1514. — 4. d. 1574, la secante y la coseeante.

Además, aplicando en cada uno de los mismos triángulos el teorema de *Pythágoras* [1] tenemos:

$$\overline{nc}^2 + \overline{oc}^2 = r^2, \qquad r^2 + \overline{md}^2 = \overline{od}^2, \qquad r^2 + \overline{oq}^2 = \overline{op}^2.$$

Dividiendo entre r^2 resultan:

$$\left(\frac{nc}{r}\right)^2 + \left(\frac{oc}{r}\right)^2 = 1, \qquad 1 + \left(\frac{md}{r}\right)^2 = \left(\frac{od}{r}\right)^2,$$

$$1 + \left(\frac{oq}{r}\right)^2 = \left(\frac{op}{r}\right)^2;$$

o bien:

$$\text{sen}^2\, a + \cos^2 a = 1, \ldots\ldots (13), \qquad 1 + \tan^2 a = \sec^2 a \ldots\ldots (14),$$

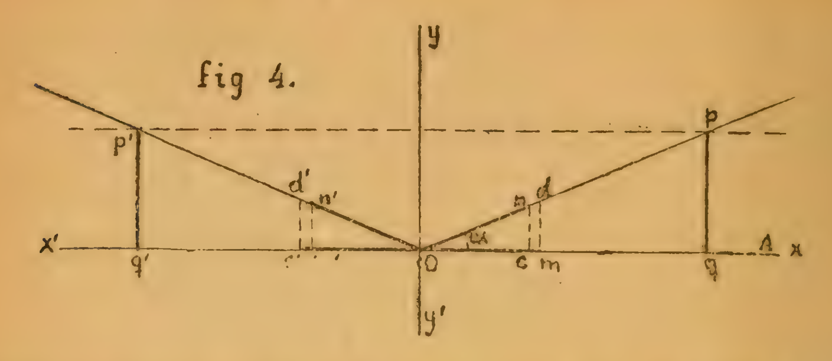
$$1 + \cot^2 a = \text{coe}^2\, a \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (15)$$

19. Por las igualdades (10, 11 y 12) vemos 1º que la cosecante, la secante y la cotangente son respectivamente las recíprocas del seno, del coseno y de la tangente; 2º que la cosecante, la secante y la cotangente tienen los mismos signos respectivamente que sus recíprocas; 3º que no puede haber confusión al escribir las funciones goniométricas $a = \text{sen}^{-1} s$, etc. y que se crea que $a = \text{sen}^{-1} s = \frac{1}{\text{sen } s}$, puesto que si queremos que no haya denominador escribiremos coe s en vez de $\frac{1}{\text{sen } s}$ etc.

20. *Variaciones que sufren las funciones goniométricas en sus valores absolutos al variar el ángulo.*—Como los denominadores de las razones (4) permanecen invariables al

1 Griego, vivió entre los años 540 y 500 antes de Jesucristo.

variar la magnitud del ángulo sólo nos ocuparemos de sus numeradores. Supongamos (Fig. 4) que el lado *o B* de un ángu-



lo variable α coincide primero con su otro lado, entonces $\hat{a} = o$, las rectas *cn* y *md* son nulas y $oc = od = om = r$; además, la perpendicular *pq* por más que se aleje del vértice, no puede colocarse de manera que sus extremidades toquen a la vez a los dos lados; en consecuencia, para un ángulo cero el seno y la tangente son nulos; el coseno y la secante son iguales a 1; la cotangente y la cosecante no existen, se dice que son infinitas.

Al pasar *o* B desde *o* A hasta *o* Y que es perpendicular a *o* A, *cn*, *md*, y *od* van aumentando; la recta *pq* se va acercando más y más al vértice, por consiguiente las rectas *oq*, *op*, lo mismo que *oc* van disminuyendo. Cuando *o* B coincide con *o* Y entonces *cn* y *pq* coinciden con *on* y *oc* es igual a cero;

$$\text{sen}\,\frac{\pi}{2} = \frac{r}{r} = 1, \quad \cos\frac{\pi}{2} = o,$$

md que es paralela a *o* Y no encuentra a *od*, no existen, pues, tangente y secante, se dice que se encuentran en el infinito, o que son infinitas, así

$$\tan\frac{\pi}{2} = \infty, \quad \sec\frac{\pi}{2} = \infty,$$

y como pq coincide con o Y, $oq = o$, y $op = on = pq$, luego

$$\cot \frac{\pi}{2} = o, \quad \cos \frac{\pi}{2} = 1.$$

Supongamos que oB continúa girando, al pasar desde oY hasta o X′, vemos que $c'n'$, $d'm'$, od' van disminuyendo; oc', oq' y op' van aumentando, esto es, seno, tangente y secante disminuyen; coseno, cotangente y cosecante aumentan.

Al coincidir o B con o X′, $c'n'$, $m'd'$ se reducen a cero $oc' = om'$. Así, sen π = tan $\pi = o$, cos π = sec $\pi = 1$,

cot π = cos $\pi = \infty$.

Al pasar o B al tercer cuadrante tienen las funciones goniométricas los mismos valores absolutos que los que tienen en el primer cuadrante. En el cuarto tienen los mismos que los que tienen en el segundo.

Si se hace crecer α de $2\,\pi$ a $4\,\pi$, o de $4\,\pi$ a $6\,\pi$, etc.. las funciones goniométricas vuelven a tomar periódicamente los mismos valores y en el mismo orden.

21. *Signos que tienen las funciones goniométricas al variar el ángulo.*—Respecto de los signos sólo nos ocuparemos del seno, el coseno y la tangente por lo que dijimos de sus recíprocas § 19. Del seno y coseno estudiaremos sus numeradores, puesto que la cantidad r no se ha tomado en dirección determinada.

Seno.—Variando el ángulo α entre 0 y π la recta $c\,n$ se encuentra arriba de X′X y entre π y 2π se encuentra abajo; luego el seno de un ángulo comprendido entre 0 y π es positivo, y el comprendido entre π y $2\,\pi$ es negativo.

Coseno.—La recta $o\,c$ se encuentra hacia la derecha de YY′ en el primero y cuarto cuadrantes y hacia la izquierda en

el segundo y tercer cuadrantes; luego el coseno de un ángulo comprendido entre 0 y $\frac{\pi}{2}$ es positivo, comprendido entre $\frac{\pi}{2}$ y $\frac{3\pi}{2}$ es negativo; finalmente comprendido entre $\frac{3\pi}{2}$ y 2π es positivo.

Tangente. — *om*, o lo que es lo mismo *r* se toma a la derecha de YY′ en el 1º y 4º cuadrantes y a la izquierda en el 2º y 3º; la recta *dm* se toma hacia arriba de X′X en el 1º y 2º cuadrantes y hacia abajo en el 3º y 4º; luego en el primero y tercer cuadrantes la tangente es positiva, pues tienen el numerador y el denominador de la razón llamada tangente el mismo signo; esto es, en el primer cuadrante tiene signo + y en el tercero el signo —.

En el segundo cuadrante el numerador es positivo y el denominador negativo; en el cuarto cuadrante el numerador es negativo, el denominador es positivo; la tangente es negativa.

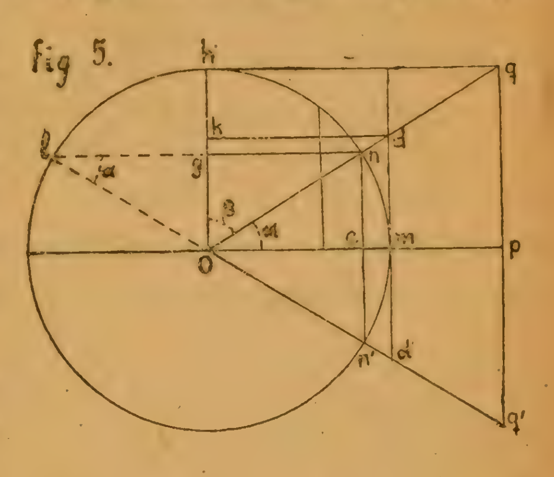
22. *Valores de las funciones goniométricas cuando el ángulo es negativo.*—Si observamos que las extremidades de los ángulos iguales y de signos contrarios $+a$ y $-a$ (Fig. 2) están situadas del mismo lado que YY′ y a distancias iguales de X′X, deducimos que si $\hat{a}$ decrece de 0 a $-\infty$, cos a y sec a toman los mismos valores que cuando $\hat{a}$ crece de 0 a $+\infty$; las otras funciones goniométricas toman también los mismos valores absolutos, pero cambian los signos. Así se tienen cualesquiera que sea el $\hat{a}$.

$$\left.\begin{array}{lll} \text{sen}(-a) = -\text{sen}\,a, & \cos(-a) = \cos a, & \tan(-a) = -\tan a \\ \text{coe}(-a) = -\text{coe}\,a, & \sec(-a) = \sec a, & \cot(-a) = -\cot a \end{array}\right\} \ldots (16)$$

23. Al seno, la tangente y la secante cuyos valores absolutos van aumentando cuando el ángulo aumenta de 0 a $\frac{\pi}{2}$ se di-

ce que son las *funciones principales* y el coseno, la cotangente y la cosecante que van disminuyendo se dice que son las *cofunciones*.

En la (Fig. 5) vemos que las funciones principales de un ángulo α son respectivamente iguales en magnitud y en signo a las cofunciones del complemento $\widehat{\beta}$ cuando éste es positivo, pues tenemos $cn = og$, $co = ng$, $md = ok$, $op = qh$; dividiendo estas cantidades entre r resultan



$\operatorname{sen} \alpha = \cos \beta$,
$\cos \alpha = \operatorname{sen} \beta$, $\tan \alpha = \cot \beta$,
$\cot \alpha = \tan \beta$, $\sec \alpha = \operatorname{coe} \beta$,
$\operatorname{coe} \alpha = \sec \beta$.

Si el complemento es negativo, hay que tomar en cuenta el signo, según sea el cuadrante en que está la extremidad del ángulo.

24. Si representamos por α un ángulo cualquiera positivo o negativo, los dos ángulos α y $\pi + \alpha$ tienen sus extremidades sobre una misma recta, que podemos tomar como diámetro de una circunferencia descrita con el radio r; por consiguiente, estos dos ángulos tienen sus tangentes y cotangentes iguales y del mismo signo, y sus otras funciones goniométricas iguales y de signos contrarios. Así tenemos:

$$\left.\begin{array}{lll} \operatorname{sen}(\pi+\alpha) = -\operatorname{sen}\alpha, & \cos(\pi+\alpha) = -\cos\alpha, & \tan(\pi+\alpha) = \tan\alpha \\ \operatorname{coe}(\pi+\alpha) = -\operatorname{coe}\alpha, & \sec(\pi+\alpha) = -\sec\alpha, & \cot(\pi+\alpha) = \cot\alpha \end{array}\right\} \ldots(17)$$

25. *Periodicidad de las funciones goniométricas.*—Se dice que las funciones goniométricas son *periódicas* porque vuel-

ven a tomar los mismos valores cuando se añade a un ángulo dado un número cualquiera de gonios. El período es π para la tangente y la cotangente, y 2π para las funciones restantes. Así, cualquiera que sea el ángulo a, tenemos:

$$\left.\begin{array}{l}\text{sen}\,(2k'\pi + a) = \text{sen}\, a,\\ \text{coe}\,(2k'\pi + a) = \text{coe}\, a.\end{array}\right\}\ldots(18) \qquad \left.\begin{array}{l}\cos\,(2k'\pi + a) = \cos a,\\ \sec\,(2k'\pi + a) = \sec a.\end{array}\right\}\ldots(19)$$

$$\left.\begin{array}{l}\tan\,(k\pi + a) = \tan a,\\ \cot\,(k\pi + a) = \cot a.\end{array}\right\}\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(20)$$

26. Si en las ecuaciones (17) se cambia a por $-a$, recordando las (16), se tienen:

$$\left.\begin{array}{l}\text{sen}\,(\pi - a) = \text{sen}\, a,\\ \text{coe}\,(\pi - a) = \text{coe}\, a.\end{array}\right\}\ldots(21) \qquad \left.\begin{array}{l}\cos\,(\pi - a) = -\cos a,\\ \sec\,(\pi - a) = -\sec a.\end{array}\right\}\ldots(22)$$

$$\left.\begin{array}{l}\tan\,(\pi - a) = -\tan a,\\ \cot\,(\pi - a) = -\cot a.\end{array}\right\}\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(23)$$

Así, cuando dos ángulos son suplementarios, sus senos y cosecantes son iguales y del mismo signo, y las funciones restantes son iguales y de signos contrarios.

De los dos grupos anteriores de ecuaciones se deduce que se puede escribir

$$\left.\begin{array}{l}\text{sen}\,[(2k'+1)\pi \pm a] = \mp\,\text{sen}\, a,\\ \text{coe}\,[(2k'+1)\pi \pm a] = \mp\,\text{coe}\, a,\end{array}\right\}\ldots\ldots\ldots(24)$$

$$\left.\begin{array}{l}\cos\,[(2k'+1)\pi \pm a] = -\cos a,\\ \sec\,[(2k'+1)\pi \pm a] = -\sec a,\end{array}\right\}\ldots\ldots\ldots(25)$$

$$\left.\begin{array}{l}\tan\,(k\pi \pm a) = \pm\tan a,\\ \cot\,(k\pi \pm a) = \pm\cot a,\end{array}\right\}\ldots\ldots\ldots(26)$$

27. De la discusión § 20 resulta que las variaciones del seno y el coseno están comprendidas entre + 1 y — 1, de modo que pueden tomar todos los valores positivos posibles entre 0 y 1, y todos los valores negativos posibles entre 0 y —1. Una cantidad menor que 1 y mayor que — 1 puede siempre estar representada por el seno o el coseno de un ángulo. Las variaciones de la tangente y la cotangente tienen por límites + ∞ y — ∞. Estas funciones pueden tomar todos los valores positivos posibles entre 0 y + ∞, todos los valores negativos posibles entre 0 y — ∞, Una cantidad real cualquiera siempre puede representarse por la tangente o la cotangente de un ángulo. Debe advertirse que estas funciones para $\frac{\pi}{2}$ y $\frac{3\pi}{2}$ se dice que tienen los valores ± ∞, pero hay que recordar lo dicho sobre el infinito en mi Algebra pág. 10. La secante y la cosecante varían desde + 1 hasta + ∞ y desde —1 hasta —∞; de modo que pueden tomar todos los valores posibles, con excepción de los comprendidos entre + 1 y — 1.

28. La primera de las tablas siguientes resume lo dicho anteriormente y la segunda da los valores de las funciones goniométricas para ciertos ángulos.

a	$1^R - a$	$1^R + a$	$2^R - a$	$2^R + a$	$3^R - a$	$3^R + a$	$4^R - a$
sen a	cos a	cos a	sen a	— sen a	— cos a	— cos a	— sen a
coe a	sec a	sec a	coe a	— coe a	— sec a	— sec a	— coe a
cos a	sen a	— sen a	— cos a	— cos a	— sen a	sen a	cos a
sec a	coe a	— coe a	— sec a	— sec a	— coe a	coe a	sec a
tan a	cot a	— cot a	— tan a	tan a	cot a	— cot a	— tan a
cot a	tan a	— tan a	— cot a	cot a	tan a	— tan a	— cot a
1er cuadrante		2º cuadrante		3er cuadrante		4º cuadrante	

$\widehat{a}$	sen	coe	tan	cot	cos	sec
$0, 2\pi$	0	∞	0	∞	1	1
$\pi/4$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$\sqrt{2}$	1	1	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$\sqrt{2}$
$\pi/2$	1	1	∞	0	0	∞
$3\pi/4$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$\sqrt{2}$	-1	-1	$-\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$-\sqrt{2}$
π	0	∞	0	∞	-1	-1
$5\pi/4$	$-\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$-\sqrt{2}$	1	1	$-\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$-\sqrt{2}$
$3\pi/2$	-1	-1	∞	0	0	∞
$7\pi/4$	$-\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$-\sqrt{2}$	-1	-1	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$\sqrt{2}$

29. Por lo expuesto anteriormente, vemos que dado un ángulo hay siempre una función goniométrica correspondiente; pero si se nos da una de estas funciones no corresponde a un ángulo, sino a una infinidad. Si x por ejemplo representa un seno, coseno o tangente dados, y u un ángulo, x es también el seno, coseno o tangente de todos los ángulos comprendidos en las fórmulas generales

$$x = \text{sen}\, u = \text{sen}\, [k\pi + (-1^k u)] \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (27)$$
$$x = \cos u = \cos\, (2\, k\pi \pm u) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (28)$$
$$x = \tan x = \tan\, (k\pi + u) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (29)$$

30. Reducción de los ángulos al primer cuadrante.— Reducir un ángulo al primer cuadrante, es encontrar un ángulo a menor que $\frac{\pi}{2}$, cuyas funciones goniométricas sean iguales haciendo abstracción de los signos. Para lo cual si está dado el ángulo según el sistema sexagesimal se resta de a el

mayor múltiplo positivo de la circunferencia que él pueda contener, se le quita a sus decenas 27, si no se puede se le quitan 18 o en fin 9. Sea por ejemplo el ángulo 1236° 15′ 10″, el primer resto es 156, está la extremidad del ángulo en el segundo cuadrante, quitando 9 al 15 resulta 66° 15′ 10″: sea el ángulo 1379° 12′ 27″, el resto es 299, está la extremidad del ángulo en el 4º cuadrante, quitando 27 queda el ángulo de 29° 12′ 27″: sea el ángulo 936° 3′ 12″, el resto es 216, está su extremidad en el tercer cuadrante, quitando 18 quedan 36° 3′ 12″.

Si se emplea la división decimal no hay necesidad de reducir al primer cuadrante porque las tablas dan las funciones goniométricas o sus logaritmos con los signos que les corresponden sin hacer ninguna operación previa, sólo se atiende a la fracción de gonio.

31. CONOCIDA UNA DE LAS FUNCIONES GONIOMÉTRICAS DE UN ÁNGULO, DETERMINAR LOS VALORES DE LAS OTRAS.—Por las fórmulas (6 a 15) podemos obtener los valores de cinco cualquiera de las funciones goniométricas en función de la sexta. Observaremos: 1º Que conocida una función goniométrica se determina el valor de su recíproca tomando el numerador como denominador y viceversa. 2º Que con excepción de la recíproca de la función conocida, todas las otras cuatro están determinadas en función de un radical de índice 2 y por consiguiente está éste afectado del signo $\pm$.

I. *Conocido el seno de un ángulo, determinar las otras funciones goniométricas.*

La fórmula (13) da $\cos a = \pm\sqrt{1 - \operatorname{sen}^2 a}$; la (6) y la (13) dan $\tan a = \frac{\operatorname{sen} a}{\cos a} = \pm \frac{\operatorname{sen} a}{\sqrt{1 - \operatorname{sen}^2 a}}$

II. *Conociendo el coseno de un ángulo, encontrar las otras funciones goniométricas.* Por la (13) tenemos:

$$\operatorname{sen} a = \pm\sqrt{1 - \cos^2 a},$$

por las (6 y 13):

$$\tan \alpha = \frac{\text{sen } \alpha}{\cos \alpha} = \pm \frac{\sqrt{1 - \cos^2 \alpha}}{\cos \alpha}$$

III. *Se conoce tangente del* $\hat{\alpha}$, *se quieren conocer las otras funciones goniométricas.*—Las (9 y 14) dan:

$$\text{sen } \alpha = \frac{\tan \alpha}{\sec \alpha} = \frac{\tan \alpha}{\sqrt{1 + \tan^2 \alpha}}$$

la (11):

$$\cos \alpha = \frac{1}{\sec \alpha} = \frac{1}{\sqrt{1 + \tan^2 \alpha}}$$

IV. *Conocemos a cosecante* α, *queremos determinar las demás funciones.*—Por (13 y 10):

$$\cos \alpha = \pm \sqrt{1 - \text{sen}^2 \alpha} = \pm \sqrt{\frac{\text{coe}^2 \alpha - 1}{\text{coe}^2 \alpha}}$$

$$\text{por (15) } \cot \alpha = \pm \sqrt{\text{coe}^2 \alpha - 1}$$

V. *Conocida la secante del* $\hat{\alpha}$, *determinar las otras funciones goniométricas.*—Por (14) se tiene:

$$\tan \alpha = \pm \sqrt{\sec^2 \alpha - 1}$$

y por las (9 y 14) se tiene:

$$\text{sen } \alpha = \pm \frac{\sqrt{\sec^2 \alpha - 1}}{\sec \alpha}$$

VI. *Se conoce a cotangente* α, *se buscan las funciones restantes.*—Por (15) tenemos:

$$\text{coe } \alpha = \pm \sqrt{1 + \cot^2 \alpha}$$

por (8 y 15):

$$\cos \alpha = \pm \frac{\cot \alpha}{\sqrt{1 + \cot^2 \alpha}}$$

32. Si en las funciones goniométricas suponemos que se hace el denominador r igual a la unidad se simplifica bastante la escritura, en efecto, en la circunferencia (fig. 5) trazada con un radio igual a la unidad se tiene $o\,n = o\,m = p\,q = 1$; por consiguiente sen $\alpha = n\,c$, cos $\alpha = o\,c$, tan $\alpha = m\,d$, coe $\alpha = o\,q$, sec $\alpha = o\,d$, cot $\alpha = o\,p$.

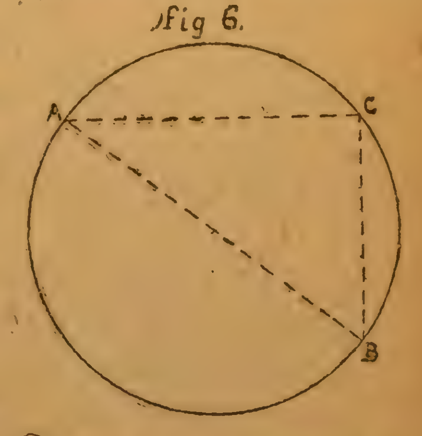
Pero no debe olvidarse que al escribir así las funciones anteriores es porque se ha tomado al denominador como unidad, es decir, que las funciones goniométricas son las razones entre las longitudes de dos rectas y no las rectas mismas.

33. Si prolongamos $n\,c$ hasta n' vemos que $n\,n'$ es la cuerda del arco $2\,\alpha$, de modo que, *la cuerda de un arco es igual al doble del seno del ángulo que es la mitad del ángulo medido por el citado arco cuando el denominador de la razón respectiva es la unidad.*

Si llamamos d el diámetro de una circunferencia y h la longitud de una cuerda $n\,n'$ que subtende un ángulo inscrito α tenemos $h = d$ sen α. Si $d = 1$ entonces $n\,n' =$ sen α y $l\,n =$ cos α.

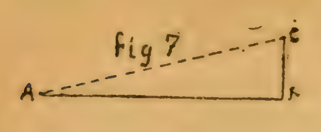
34. CONSTRUCCIÓN DE ÁNGULOS CUANDO SE CONOCE UNA DE SUS FUNCIONES GONIOMÉTRICAS.

1º Se tiene sen $\alpha = m$ y se conoce a m (fig. 6). Para determinar a α se traza una circunferencia con un diámetro igual a la unidad, se tira un diámetro cualquiera A B, haciendo centro en B con un radio igual a m se traza un arco que cortará en C a la circunferencia, se unen C con A y con B; $\widehat{CAB}$ es el ángulo buscado.



2º Tenemos cos $\alpha = n$. Si se traza B C con un radio igual a n $\widehat{ABC}$ es el ángulo buscado α.

3º Se nos da tan $\alpha = m$. Se tira una recta A B igual a la unidad (fig. 7) en el punto B se levanta una perpendicular B C = m, se unen C y A, $\widehat{BAC}$ es el ángulo buscado.



4º Se tiene cot $\alpha = n$. Se toma B C = n, entonces $\widehat{ACB}$ es el ángulo que se quería conocer.

5º Si tenemos coe $\alpha = m$, se toma A B (fig. 8) igual a la unidad, en B se levanta la perpendicular B D, haciendo centro en A con un radio igual a m se traza un arco que cortará a B D en C, el $\widehat{ACB}$ es igual a α.

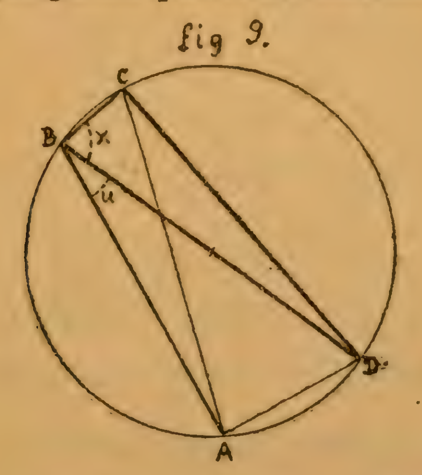
6º Si se tiene sec $\alpha = n$ con un radio A C = n se traza un arco que cortará en C a la recta B D; el $\widehat{CAB}$ es igual a α.

CAPITULO III

FORMULAS GENERALES Y APLICACIONES

35. Adición de ángulos. — Seno y coseno de la suma o diferencia de varios ángulos.

(Fig. 9). Supongamos que la circunferencia tiene un diá-



metro B D igual a la unidad y sean D B A $= u$ y D B C $= x$, uniremos los puntos A y C y el punto D con los puntos A y C; en el cuadrilátero inscriptible A B C D tenemos según el teorema de *Ptolomeo*.[1]

$$BD \times AC = BC \times AD + AB \times CD$$

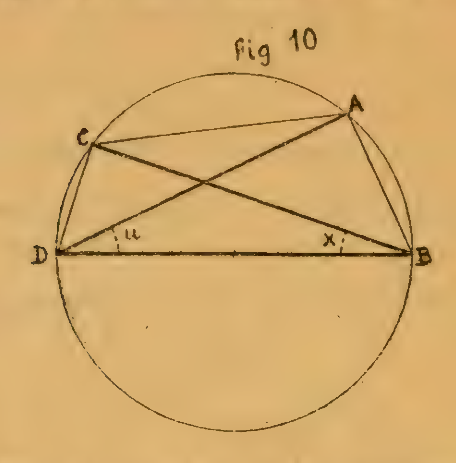
pero $BD = 1$, $AC = \text{sen}\,(x + u)$, $BC = \cos x$,
$AD = \text{sen}\,u$, $AB = \cos u$, $CD = \text{sen}\,x$,

1 Se cree que nació en Egipto, vivió en el segundo siglo.

luego substituyendo estos valores se tiene:

$$\text{sen}\,(x + u) = \text{sen}\,x \cos u + \text{sen}\,u \cos x \ldots\ldots \quad (30)$$

36. En la (fig. 10) tenemos $\widehat{ADB} = u$, $\widehat{DBC} = x$, uniendo



A con B y con D y C con B y con D por el mismo teorema se tiene:

$$BC \times AD = AC \times BD + AB \times CD$$

pero $BC = \cos x$, $AD = \cos u$, $AC = \text{sen}\,[1^R - (x + u)] =$

$$= \cos\,(x + u),\ BD = 1,\ AB = \text{sen}\,u,\ CD = \text{sen}\,x,$$

por consiguiente substituyendo se tiene:

$$\cos x \cos u = \cos\,(x + u) + \text{sen}\,u\,\text{sen}\,x,$$

o

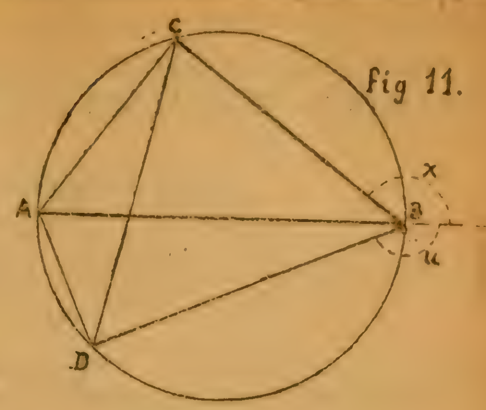
$$\cos\,(x + u) = \cos x \cos u - \text{sen}\,x\,\text{sen}\,u \ldots\ldots \quad (32)$$

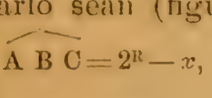
37. Si en las igualdades (30) y (32) hacemos $u = -u$, y recordando que $\cos\,(-u) = \cos u$ y $\text{sen}\,(-u) = -\text{sen}\,u$ resultan:

$$\text{sen}\,(x - u) = \text{sen}\,x \cos u - \text{sen}\,u \cos x \ldots\ldots \quad (31)$$

$$\cos\,(x - u) = \cos x \cos u + \text{sen}\,u\,\text{sen}\,x \ldots\ldots \quad (33)$$

38. Estas fórmulas se han encontrado suponiendo que $x + u \overline{\overline{<}} 1^R$. Son verdaderas cualquiera que sean los valores de x y u. Para demostrarlo sean (figura 11)





$$\overset{\frown}{ABC} = 2^R - x,$$

$$\overset{\frown}{DBA} = 2^R - u,$$

uniremos A con C y con D y C con D, aplicando el mismo teorema se tiene:

$$BA \times CD = BC \times AD + BD \times AC,$$

$$\text{pero } BA = 1,\ CD = \text{sen}\,[4^R - (x + u)] = -\text{sen}\,(x + u),$$

$$BC = \cos\,(2^R - x) = -\cos x,\ AD = \text{sen}\,(2^R - u) = \text{sen}\,u,$$

$$BD = \cos\,(2^R - u) = -\cos u,\ AC = \text{sen}\,(2^R - x) = \text{sen}\,x;$$

substituyendo estos valores resulta:

$$-\text{sen}\,(x + u) = -\cos x\ \text{sen}\,u - \cos u\ \text{sen}\,x,$$

que es la misma fórmula (30).

De un modo análogo se demostraría para otros valores de x y u.

39. Si hacemos $x = v + z$ y substituimos este valor de x en las igualdades (30) y (32) se tienen:

$$\text{sen}\,(v + z + u) = \text{sen}\,(v + z) \cos u + \text{sen}\,u \cos\,(v + z) = \text{sen}\,v \cos z \cos u + \\ + \text{sen}\,z \cos v \cos u + \text{sen}\,u \cos v \cos z - \text{sen}\,u\ \text{sen}\,z\ \text{sen}\,v \ \ldots\ldots\ (34)$$

$$\cos\,(v + z + u) = \cos\,(v + z) \cos u - \text{sen}\,(v + z)\ \text{sen}\,u = \cos v \cos z \cos u - \\ - \text{sen}\,v\ \text{sen}\,z \cos u - \text{sen}\,v\ \text{sen}\,u \cos z - \text{sen}\,z\ \text{sen}\,u \cos v \ \ldots\ldots (35)$$

De un modo análogo se obtendrían el seno y el coseno de la suma de cuatro, etc., ángulos.

40. Tangente y cotangente.—Si dividimos la igualdad (30) entre la (32) y la (31) entre la (33) tenemos:

$$\tan(x \pm u) = \frac{\operatorname{sen} x \cos u \pm \operatorname{sen} u \cos x}{\cos x \cos u \mp \operatorname{sen} x \operatorname{sen} u}$$

$$\cot(x \pm u) = \frac{\cos x \cos u \mp \operatorname{sen} u \operatorname{sen} x}{\operatorname{sen} x \cos u \pm \operatorname{sen} u \cos x}$$

Dividiendo los dos términos del quebrado de la primera entre $\cos x \cos u$ y los de la segunda entre $\operatorname{sen} x \operatorname{sen} u$ resultan:

$$\tan(x \pm u) = \frac{\dfrac{\operatorname{sen} x \cos u}{\cos x \cos u} \pm \dfrac{\operatorname{sen} u \cos x}{\cos x \cos u}}{1 \mp \dfrac{\operatorname{sen} x \operatorname{sen} u}{\cos x \cos u}} = \frac{\tan x \pm \tan u}{1 \mp \tan x \tan u} \quad \ldots\ldots (36)$$

$$\cot(x \pm u) = \frac{\dfrac{\cos x \cos u}{\operatorname{sen} x \operatorname{sen} u} \mp \dfrac{\operatorname{sen} x \operatorname{sen} u}{\operatorname{sen} x \operatorname{sen} u}}{\dfrac{\operatorname{sen} x \cos u}{\operatorname{sen} x \operatorname{sen} u} \pm \dfrac{\operatorname{sen} u \cos x}{\operatorname{sen} x \operatorname{sen} u}} = \frac{\cot x \cot u \mp 1}{\cot u \pm \cot x} \quad \ldots\ldots (37)$$

41. Haciendo $x = v + z$ y substituyendo en (36) resulta:

$$\tan(v + z + u) = \frac{\tan(v + z) + \tan u}{1 - \tan(v + z) \tan u},$$

poniendo por $\tan(v + z)$ su valor

$$\frac{\tan v + \tan z}{1 - \tan v \tan z}$$

se tiene:

$$\tan(v + z + u) = \frac{\tan v + \tan z + \tan u - \tan v \tan z \tan u}{1 - \tan v \tan z - \tan v \tan u - \tan z \tan u} \ldots (38).$$

De un modo análogo obtendríamos:

$$\cot(v+z+u) = \frac{\cot u \cot z \cot v - \cot u - \cot z - \cot v}{\cot z \cot u + \cot v \cot u + \cot z \cot v - 1} \dots (39).$$

42. Secante y cosecante.—Se tienen:

$$\sec(x \pm u) = \frac{1}{\cos x \cos u \mp \operatorname{sen} x \operatorname{sen} u}, \quad \operatorname{coe}(x \pm u) = \frac{1}{\operatorname{sen} x \cos u \pm \operatorname{sen} u \cos x}$$

multiplicando los dos términos del quebrado de la primera por $\sec x \sec u$ y los de la segunda por $\operatorname{coe} x \sec u$, resultan:

$$\sec(x \pm u) = \frac{\sec x \sec u}{1 \mp \tan x \tan u} \dots\dots\dots\dots (40)$$

$$\operatorname{coe}(x \pm u) = \frac{\operatorname{coe} x \sec u}{1 \pm \tan u \cot x} \dots\dots\dots\dots (41)$$

43. Si en las igualdades (34), (35), (38) y (39) hacemos $v + z + u = \pi$, resulta que los primeros miembros de (34) y (38) son cero, el de (35) es igual a -1 y el de (39) es igual al infinito, es decir, la cotangente deja de existir, el denominador del segundo miembro es cero.

En consecuencia de la (34) se deduce:

$$\operatorname{sen} v \operatorname{sen} z \operatorname{sen} u = \operatorname{sen} v \cos z \cos u + \operatorname{sen} z \cos v \cos u + \operatorname{sen} u \cos v \cos z \dots\dots\dots\dots (42)$$

De la (35) se obtiene:

$$\cos v \operatorname{sen} z \operatorname{sen} u + \cos z \operatorname{sen} v \operatorname{sen} u + \cos u \operatorname{sen} v \operatorname{sen} z = \cos v \cos z \cos u + 1 \dots\dots\dots\dots (43)$$

La (38) se reduce a la siguiente:

$$\tan v + \tan z + \tan u = \tan v \tan z \tan u \dots\dots\dots\dots (44)$$

Finalmente la (39) nos da:

$$\cot z \cot u + \cot z \cot v + \cot v \cot u = 1 \text{.........................} (45)$$

44. Dividiendo los dos miembros de (43) entre cos v cos z cos u tenemos:

$$\tan z \tan u + \tan v \tan u + \tan v \tan z = 1 + \sec v \sec z \sec u \text{......} (46)$$

45. Elevado al cuadrado los dos miembros de (44) y tomando en cuenta la (46) se tiene:

$$\tan^2 v \tan^2 z \tan^2 u = \tan^2 v + \tan^2 z + \tan^2 u + 2(\tan v \tan z + \tan v \tan u + \tan z \tan u) = 2 + 2 \sec v \sec z \sec u \text{...} (47)$$

46. Si dividimos los dos miembros de (43) entre sen v sen z sen u resulta:

$$\cot v + \cot z + \cot u = \cot v \cot z \cot u + \text{coe}\, v\, \text{coe}\, z\, \text{coe}\, u \text{.......} (48)$$

47. Si reemplazamos en (44)

$$v,\ z \text{ y } u \text{ por } 1^R - \frac{v}{2},\ 1^R - \frac{z}{2},\ \text{y } 1^R - \frac{u}{2}$$

se tiene:

$$\cot \frac{v}{2} + \cot \frac{z}{2} + \cot \frac{u}{2} = \cot \frac{v}{2} \cot \frac{z}{2} \cot \frac{u}{2} \text{............} (49)$$

48. Finalmente, dividiendo esta última entre

$$\cot \frac{v}{2} \cot \frac{z}{2} \cot \frac{u}{2}$$

resulta:

$$\tan \frac{v}{2} \tan \frac{z}{2} + \tan \frac{v}{2} \tan \frac{u}{2} + \tan \frac{z}{2} \tan \frac{u}{2} = 1 \text{.................} (50)$$

49. Fórmulas para hacer calculables por logaritmos las expresiones goniométricas.

Las igualdades (30) y (31) y las (32) y (33) dan por adición y substracción:

$$\left.\begin{aligned} \operatorname{sen}(x+u) + \operatorname{sen}(x-u) &= 2 \operatorname{sen} x \cos u, \\ \operatorname{sen}(x+u) - \operatorname{sen}(x-u) &= 2 \cos x \operatorname{sen} u, \\ \cos(x+u) + \cos(x-u) &= 2 \cos x \cos u, \\ -\cos(x+u) + \cos(x-u) &= 2 \operatorname{sen} x \operatorname{sen} u, \end{aligned}\right\} \ldots\ldots\ldots (51)$$

Haciendo $x = \frac{1}{2}(p+q)$, $u = \frac{1}{2}(p-q)$ y substituyendo estos valores en las igualdades anteriores tenemos.

$$\operatorname{sen} p + \operatorname{sen} q = 2 \operatorname{sen} \tfrac{1}{2}(p+q) \cos \tfrac{1}{2}(p-q) \ldots\ldots (52)$$

$$\operatorname{sen} p - \operatorname{sen} q = 2 \cos \tfrac{1}{2}(p+q) \operatorname{sen} \tfrac{1}{2}(p-q) \ldots\ldots (53)$$

$$\cos p + \cos q = 2 \cos \tfrac{1}{2}(p+q) \cos \tfrac{1}{2}(p-q) \ldots\ldots (54)$$

$$-\cos p + \cos q = 2 \operatorname{sen} \tfrac{1}{2}(p+q) \operatorname{sen} \tfrac{1}{2}(p-q) \ldots\ldots (55)$$

50. Dividiendo (52) entre (53) y (52) entre (54), la (53) entre (54) y la (55) entre la (54), la (55) entre la (52), la (53) entre la (55), tenemos:

$$\frac{\operatorname{sen} p + \operatorname{sen} q}{\operatorname{sen} p - \operatorname{sen} q} = \frac{\tan \frac{1}{2}(p+q)}{\tan \frac{1}{2}(p-q)} \ldots\ldots (56)$$

$$\frac{\operatorname{sen} p + \operatorname{sen} q}{\cos p + \cos q} = \tan \tfrac{1}{2}(p+q) \ldots\ldots (57)$$

$$\frac{\operatorname{sen} p - \operatorname{sen} q}{\cos p + \cos q} = \tan \tfrac{1}{2}(p-q) \ldots\ldots (58)$$

$$-\frac{\cos p - \cos q}{\cos p + \cos q} = \frac{\tan \frac{1}{2}(p+q)}{\cot \frac{1}{2}(p-q)} \ldots\ldots (59)$$

$$-\frac{\cos p - \cos q}{\operatorname{sen} p + \operatorname{sen} q} = \tan \tfrac{1}{2}(p-q) \ldots\ldots (60)$$

$$-\frac{\operatorname{sen} p - \operatorname{sen} q}{\cos p - \cos q} = \cot \tfrac{1}{2}(p+q) \ldots\ldots (61)$$

51. Dividiendo las ecuaciones (30) y (32), (31) y (33) entre $\cos x \cos u$ tenemos:

$$\frac{\operatorname{sen}(x+u)}{\cos x \cos u} = \tan x + \tan u \ldots (62) \qquad \frac{\operatorname{sen}(x-u)}{\cos x \cos u} = \tan x - \tan u \ldots (64)$$

$$\frac{\cos(x+u)}{\cos x \cos u} = 1 - \tan x \tan u. \ (63) \qquad \frac{\cos(x-u)}{\cos x \cos u} = 1 + \tan x \tan u \ldots (65)$$

Dividiendo las (30) y (31), (32) y (33) entre $\operatorname{sen} x \operatorname{sen} u$ y entre $\operatorname{sen} x \cos u$ resultan:

$$\frac{\operatorname{sen}(x \pm u)}{\operatorname{sen} x \operatorname{sen} u} = \cot u \pm \cot x \ \ldots (66) \qquad \frac{\cos(x \pm u)}{\operatorname{sen} x \operatorname{sen} u} = \cot x \cot u \mp 1 \ldots (68)$$

$$\frac{\operatorname{sen}(x \pm u)}{\operatorname{sen} x \cos u} = 1 \pm \cot x \tan u \ldots (67) \qquad \frac{\cos(x \pm u)}{\operatorname{sen} x \cos u} = \cot x \mp \tan u \ldots (69)$$

Dividiendo las igualdades (62) entre (64) y la (63) entre la (65):

$$\frac{\operatorname{sen}(x+u)}{\operatorname{sen}(x-u)} = \frac{\tan x + \tan u}{\tan x - \tan u} = \frac{\cot u + \cot x}{\cot u - \cot x} \ldots\ldots\ldots\ldots (70)$$

$$\frac{\cos(x+u)}{\cos(x-u)} = \frac{1 - \tan x \tan u}{1 + \tan x \tan u} = \frac{\cot x \cot u - 1}{\cot x \cot u + 1} \ldots\ldots\ldots (71)$$

52. Como por (11) $\sec x \pm \sec u = \frac{1}{\cos x} \pm \frac{1}{\cos u} = \frac{\cos u \pm \cos x}{\cos x \cos u}$

por las igualdades (54) y (55) se tienen:

$$\sec x + \sec u = \frac{2 \cos \frac{1}{2}(x+u) \cos \frac{1}{2}(x-u)}{\cos x \cos u} \ldots\ldots\ldots\ldots (72)$$

$$\sec x - \sec u = \frac{2 \operatorname{sen} \frac{1}{2}(x+u) \operatorname{sen} \frac{1}{2}(x-u)}{\cos x \cos u} \ldots\ldots\ldots\ldots (73)$$

De una manera análoga obtendríamos:

$$\text{coe}\, x + \text{coe}\, u = \frac{2 \operatorname{sen} \frac{1}{2}(x+u) \cos \frac{1}{2}(x-u)}{\operatorname{sen} x \operatorname{sen} u} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (74)$$

$$\text{coe}\, x - \text{coe}\, u = \frac{2 \cos \frac{1}{2}(x+u) \operatorname{sen} \frac{1}{2}(x-u)}{\operatorname{sen} x \operatorname{sen} u} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (75)$$

53. Los productos de (30) y (31) y de (32) y (33) dan:

$$\operatorname{sen}(x+u) \operatorname{sen}(x-u) = \operatorname{sen}^2 x \cos^2 u - \cos^2 x \operatorname{sen}^2 u$$

$$\cos(x+u) \cos(x-u) = \cos^2 x \cos^2 u - \operatorname{sen}^2 x \operatorname{sen}^2 u$$

Poniendo por $\cos^2 x$ y $\cos^2 u$ sus valores $1 - \operatorname{sen}^2 x$ y $1 - \operatorname{sen}^2 u$ resultan:

$$\operatorname{sen}(x+u) \operatorname{sen}(x-u) = \operatorname{sen}^2 x - \operatorname{sen}^2 u = \cos^2 u - \cos^2 x \ldots. (76)$$

$$\cos(x+u) \cos(x-u) = \cos^2 x - \operatorname{sen}^2 u = \cos^2 u - \operatorname{sen}^2 x \ldots. (77)$$

54. Multiplicando (62) por (64) deducimos:

$$\tan^2 x - \tan^2 u = \frac{\operatorname{sen}(x+u) \operatorname{sen}(x-u)}{\cos^2 x \cos^2 u} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (78)$$

y por (66) obtenemos:

$$\cot^2 x - \cot^2 u = \frac{-\operatorname{sen}(x+u) \operatorname{sen}(x-u)}{\operatorname{sen}^2 x \operatorname{sen}^2 u} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (79)$$

55. Multiplicando la (72) por (73) y la (74) por (75) se tienen:

$$\sec^2 x - \sec^2 u = \frac{\operatorname{sen}(x+u) \operatorname{sen}(x-u)}{\cos^2 x \cos^2 u} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (80)$$

$$\text{coe}^2\, x - \text{coe}^2\, u = \frac{\operatorname{sen}(x+u) \operatorname{sen}(x-u)}{\operatorname{sen}^2 x \operatorname{sen}^2 u} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (81)$$

56. Si sumamos las (52) y (54), las (53) y (54) y restamos la (54) de la (52) y la (54) de la (53), observando además que

$$\operatorname{sen}\tfrac{1}{2}(p+q)+\cos\tfrac{1}{2}(p+q)=$$

$$\sqrt{\operatorname{sen}^2\tfrac{1}{2}(p+q)+\cos^2\tfrac{1}{2}(p+q)+2\operatorname{sen}\tfrac{1}{2}(p+q)\cos\tfrac{1}{2}(p+q)}$$

$$=\sqrt{1+2\operatorname{sen}\tfrac{1}{2}(p+q)\cos\tfrac{1}{2}(p+q)}$$

se tienen:

$$\operatorname{sen}p+\operatorname{sen}q+\cos p+\cos q=2\cos\tfrac{1}{2}(p-q)\sqrt{1+\operatorname{sen}(p+q)}\;\cdots\cdots\;(82)$$

$$\operatorname{sen}p+\operatorname{sen}q-\cos p-\cos q=2\cos\tfrac{1}{2}(p-q)\sqrt{1-\operatorname{sen}(p+q)}\;\cdots\cdots\;(83)$$

$$\operatorname{sen}p-\operatorname{sen}q+\cos p+\cos q=2\cos\tfrac{1}{2}(p+q)\sqrt{1+\operatorname{sen}(p-q)}\;\cdots\cdots\;(82)\text{ bis.}$$

$$\operatorname{sen}p-\operatorname{sen}q-\cos p-\cos q=2\cos\tfrac{1}{2}(p+q)\sqrt{1-\operatorname{sen}(p-q)}\;\cdots\cdots\;(83)\text{ bis.}$$

57. MULTIPLICACIÓN DE ÁNGULOS. *Conociendo las funciones goniométricas de un ángulo se quieren determinar las funciones goniométricas de sus múltiplos.*

SENO Y COSENO.— Si en las fórmulas (30) y (32) hacemos $u=x$, $u=2x$, etc., se tienen:

$$\operatorname{sen}2x=2\operatorname{sen}x\cos x=\pm 2\operatorname{sen}x\sqrt{1-\operatorname{sen}^2 x}=\pm 2\cos x\sqrt{1-\cos^2 x}\cdots(84)$$

$$\cos 2x=\cos^2 x-\operatorname{sen}^2 x=1-2\operatorname{sen}^2 x=2\cos^2 x-1\;\cdots\cdots\cdots\;(85)$$

$$\operatorname{sen}3x=3\operatorname{sen}x\cos^2 x-\operatorname{sen}^3 x=3\operatorname{sen}x-4\operatorname{sen}^3 x\;\cdots\cdots\cdots\;(86)$$

$$\cos 3x=\cos^3 x-3\operatorname{sen}^2 x\cos x=4\cos^3 x-3\cos x\;\cdots\cdots\cdots\;(87)$$

58. Si se conocen los valores de sen $(m-1)x$ en función de sen x y de cos x podremos tener los de sen mx y de cos mx, pues basta poner en (30) y (32) por u $(m-1)x$, de esto resultan:

$$\operatorname{sen}mx=\operatorname{sen}x\cos(m-1)x+\cos x\operatorname{sen}(m-1)x\;\cdots\cdots\cdots\;(88)$$

$$\cos mx=\cos x\cos(m=1)x+\operatorname{sen}x\operatorname{sen}(m-1)x\;\cdots\cdots\cdots\;(89)$$

y dando a m los valores 1, 2, 3, etc., se pueden obtener todos los múltiplos que se deseen.

59. FÓRMULAS DE SIMPSON.[1] —Si en las dos primeras de (52) y después en las dos últimas hacemos $u = (m-1)\,x$ tenemos:

$$\operatorname{sen} m\,x = 2 \operatorname{sen} (m-1)\,x \cos x - \operatorname{sen} (m-2)\,x \quad \text{..........} \quad (90)$$

$$\operatorname{sen} m\,x = 2 \cos (m-1)\,x \operatorname{sen} x + \operatorname{sen} (m-2)\,x \quad \text{..........} \quad (91)$$

$$\cos mx = 2 \cos (m-1)\,x \cos x - \cos (m-2)\,x \quad \text{..........} \quad (92)$$

$$-\cos mx = 2 \operatorname{sen} (m-1)\,x \operatorname{sen} x + \cos (m-2)\,x \quad \text{..........} \quad (93)$$

$$\operatorname{sen} (u+x) = 2 \operatorname{sen} u \cos x - \operatorname{sen} (u-x) \quad \text{......................} \quad (94)$$

$$\operatorname{sen} (u-x) = 2 \cos u \operatorname{sen} x + \operatorname{sen} (u-x) \quad \text{......................} \quad (95)$$

$$\cos (u+x) = 2 \cos u \cos x - \cos (u-x) \quad \text{......................} \quad (96)$$

$$-\cos (u-x) = 2 \operatorname{sen} u \operatorname{sen} x - \cos (u-x) \quad \text{......................} \quad (97)$$

60. Estas cuatro fórmulas generales nos hacen conocer a los senos y cosenos de cualquier múltiplo $m\,x$, conociendo a los múltiplos inferiores $(m-1)\,x$, $(m-2)\,x$ y el ángulo x.

Haciendo sucesivamente m igual a 1, 2, 3, etc., se tienen:

$$\left.\begin{array}{ll} \operatorname{sen} x = \operatorname{sen} x & = \operatorname{sen} x \\ \operatorname{sen} 2x = 2 \operatorname{sen} x \cos x & = 2 \cos x \operatorname{sen} x \\ \operatorname{sen} 3x = 2 \operatorname{sen} 2x \cos x - \operatorname{sen} x & = 2 \cos 2x \operatorname{sen} x + \operatorname{sen} x \\ \operatorname{sen} 4x = 2 \operatorname{sen} 3x \cos^3 x - 4 \operatorname{sen} 2x & = 2 \cos 3x \operatorname{sen} x + \operatorname{sen} 2x \end{array}\right\} \text{.....} \quad (98)$$

$$\left.\begin{array}{ll} \cos x = \cos x & = \cos x \\ \cos 2x = 2 \cos x \cos x - 1 & = -2 \operatorname{sen} x \operatorname{sen} x + 1 \\ \cos 3x = 2 \cos 2x \cos x - \cos x & = -2 \operatorname{sen} 2x \operatorname{sen} x + \cos x \\ \cos 4x = 2 \cos 3x \cos x - \cos 2x & = -2 \operatorname{sen} 3x \operatorname{sen} x + 2 \cos x \end{array}\right\} \text{.....} \quad (99)$$

1 Inglés, 20. a, 1710--14 m. 1761.

61. Si en la expresión de sen $3x$ (98) substituímos el valor de sen $2x$ encontraremos directamente el seno del múltiplo del ángulo simple, después este valor lo substituímos en la expresión de sen $4x$. De un modo análogo ponemos por cos $3x$ su valor sacado de (99). Por estas substituciones sucesivas tenemos:

$$\left.\begin{aligned}\operatorname{sen} x &= \operatorname{sen} x\\ \operatorname{sen} 2x &= 2 \operatorname{sen} x \cos x\\ \operatorname{sen} 3x &= 4 \operatorname{sen} x \cos^2 x - \operatorname{sen} x\\ \operatorname{sen} 4x &= 8 \operatorname{sen} x \cos^3 x - 4 \operatorname{sen} x \cos x\end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (100)$$

$$\left.\begin{aligned}\cos x &= \cos x\\ \cos 2x &= 2\cos^2 x - 1\\ \cos 3x &= 4 \cos^3 x - 3 \cos x\\ \cos 4x &= 8 \cos^4 x - 8 \cos^2 x + 1\end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (101)$$

62. Como vemos, cos $2x$ está expresado en función racional de sen x y de cos x; sen $2x$ no queda determinado por estar expresado en función irracional de sen x o de cos x. Según las fórmulas (18) y (24) los valores de sen $2x$ son:

$$\operatorname{sen}(4k\pi + 2x) = \operatorname{sen} x, \quad \operatorname{sen}(4k\pi + 2\pi - 2x) = -\operatorname{sen} 2x.$$

63. TANGENTE Y COTANGENTE.— Si en las fórmulas (36) y (37) se hace $x = u$ resultan:

$$\tan 2x = \frac{2 \tan x}{1 - \tan^2 x} = \frac{2}{\cot x - \tan x} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (102)$$

$$\cot 2x = \frac{\cot^2 x - 1}{2 \cot x} = \frac{\cot x - \tan x}{2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (103)$$

Si en las mismas se hacen $u = 2x$ etc., se tienen:

$$\tan 3x = \frac{\tan x + \tan 2x}{1 + \tan x \tan^2 x} = \frac{3 \tan x - \tan^3 x}{1 - 3 \tan^2 x} \quad \ldots\ldots\ (104)$$

$$\cot 3x = \frac{\cot x (\cot^2 x - 3)}{3 \cot^2 x - 1} \quad \ldots\ldots\ (105)$$

64. En general, si se conoce $\tan (m-1) x$ en función de $\tan x$, se determinan a $\tan m x$ y $\cot m x$ por las fórmulas:

$$\tan 4x = \frac{4 \tan x - 4 \tan^3 x}{1 - 6 \tan^2 x + \tan^4 x} \quad \ldots\ldots\ (106)$$

$$\cot 4x = \frac{\cot^4 x - 6 \cot^2 x + 1}{4 \cot x (\cot^2 x - 1)} \quad \ldots\ldots\ (107)$$

$$\tan m x = \frac{\tan x + \tan (m-1) x}{1 - \tan x \tan (m-1) x} \quad \ldots\ldots\ (108)$$

$$\cot m x = \frac{\cot x \cot (m-1) x - 1}{\cot (m-1) x + \cot x} \quad \ldots\ldots\ (109)$$

65. Secante y cosecante.— Si en (40) y (41) se hace $u = x$ se tienen:

$$\sec 2x = \frac{\sec^2 x}{1 - \tan^2 x} \quad \ldots\ldots\ (110) \qquad \operatorname{coe} 2x = \frac{\operatorname{coe} x \sec x}{2} \quad \ldots\ldots\ (111)$$

66. División de Angulos.—*Conociendo las funciones goniométricas de un ángulo, determinar las funciones goniométricas de un submúltiplo de este ángulo.*

1º Conociendo a $\cos x$, determinar a $\operatorname{sen} \frac{1}{2} x$ y $\cos \frac{1}{2} x$. De (85) y (13) se deducen:

$$\cos^2 \tfrac{1}{2} x - \operatorname{sen}^2 \tfrac{1}{2} x = \cos x.$$

$$\cos^2 \tfrac{1}{2} x + \operatorname{sen}^2 \tfrac{1}{2} x = 1.$$

Por substracción y adición y después extrayendo la raíz cuadrada se tienen:

$$2 \operatorname{sen}^2 \tfrac{1}{2} x = 1 - \cos x.$$

y

$$2 \cos^2 \tfrac{1}{2} x = 1 + \cos x.$$

luego:

$$\operatorname{sen} \tfrac{1}{2} x = \pm \sqrt{\frac{1 - \cos x}{2}} \quad \ldots\ldots (112)$$

$$\cos \tfrac{1}{2} x = \pm \sqrt{\frac{1 + \cos x}{2}} \quad \ldots\ldots (113)$$

2º Conociendo a sen x, determinar sen $\frac{1}{2}x$ y cos $\frac{1}{2}x$. De (112) y (113) poniendo por cos x su valor $\sqrt{1 - \operatorname{sen}^2 x}$ deducimos:

$$\operatorname{sen} \tfrac{1}{2} x = \pm \sqrt{1 \mp \sqrt{\frac{1 - \operatorname{sen}^2 x}{2}}} \quad \ldots\ldots (114)$$

$$\cos \tfrac{1}{2} x = \pm \sqrt{1 \pm \sqrt{\frac{1 - \operatorname{sen}^2 x}{2}}} \quad \ldots\ldots (115)$$

Pueden obtenerse los valores de sen $\frac{1}{2}x$ y cos $\frac{1}{2}x$ bajo otra forma.

Por adición nos dan las fórmulas:

$$2 \operatorname{sen} \tfrac{1}{2} x \cos \tfrac{1}{2} x = \operatorname{sen} x.$$

$$\operatorname{sen}^2 \tfrac{1}{2} x + \cos^2 \tfrac{1}{2} x = 1.$$

$$\operatorname{sen}^2 \tfrac{1}{2} x + 2 \operatorname{sen} \tfrac{1}{2} x \cos \tfrac{1}{2} x + \cos^2 \tfrac{1}{2} x =$$

$$(\operatorname{sen} \tfrac{1}{2} x + \cos \tfrac{1}{2} x)^2 = 1 + \operatorname{sen} x.$$

luego:

$$\operatorname{sen} \tfrac{1}{2} x + \cos \tfrac{1}{2} x = \pm \sqrt{1 + \operatorname{sen} x}.$$

Conocidos el producto y la suma de las incógnitas, éstas son raíces de la ecuación

$$z^2 \mp \sqrt{1+\operatorname{sen} x} \times z = \frac{\operatorname{sen} x}{2},$$

luego:

$$\operatorname{sen} \tfrac{1}{2} x = \pm \tfrac{1}{2} \left(\sqrt{1+\operatorname{sen} x} \pm \sqrt{1-\operatorname{sen} x} \right) \quad \cdots\cdots\cdots\cdots \quad (116)$$

$$\cos \tfrac{1}{2} x = \pm \tfrac{1}{2} \left(\sqrt{1+\operatorname{sen} x} \mp \sqrt{1-\operatorname{sen} x} \right) \quad \cdots\cdots\cdots\cdots \quad (117)$$

67. Observaremos que por las fórmulas (116) y (117), se encuentran cuatro valores para sen $\frac{1}{2} x$ y para cos $\frac{1}{2} x$ y los valores de sen $\frac{1}{2} x$ son iguales a los de cos $\frac{1}{2} x$, con la diferencia que cuando uno se toma para sen $\frac{1}{2} x$, otro distinto es el de cos $\frac{1}{2} x$.

Para explicar este resultado, recordaremos que los valores de x están dados por las fórmulas (18, 19, 24 y 25) $a = 2k'\pi + a$, $a = (2k'+1)\pi - a$; los valores de sen $\frac{1}{2} x$ y cos $\frac{1}{2} x$ son:

$$\operatorname{sen} \tfrac{1}{2} x = \begin{cases} \operatorname{sen} \left(k'\pi + \dfrac{a}{2} \right), \\ \operatorname{sen} \left(k'\pi + \dfrac{\pi}{2} - \dfrac{a}{2} \right). \end{cases}$$

$$\cos \tfrac{1}{2} x = \begin{cases} \cos \left(k'\pi + \dfrac{a}{2} \right), \\ \cos \left(k'\pi + \dfrac{\pi}{2} - \dfrac{a}{2} \right), \end{cases}$$

Si se toma para k' un número par se tienen:

$$\operatorname{sen} \tfrac{1}{2} x = \begin{cases} \operatorname{sen} \tfrac{1}{2} a, \\ \operatorname{sen} \left(\dfrac{\pi}{2} - \dfrac{a}{2} \right) = \cos \tfrac{1}{2} a. \end{cases}$$

$$\cos \tfrac{1}{2} x = \begin{cases} \cos \tfrac{1}{2} x, \\ \cos \left(\dfrac{\pi}{2} - \dfrac{a}{2} \right) = \operatorname{sen} \tfrac{1}{2} a, \end{cases}$$

Si k' es impar, resultan:

$$\operatorname{sen} \tfrac{1}{2} x = \begin{cases} -\operatorname{sen} \tfrac{1}{2} a \\ -\operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{2} - \frac{a}{2}\right) = -\cos \tfrac{1}{2} a \end{cases}$$

$$\cos \tfrac{1}{2} x = \begin{cases} -\cos \tfrac{1}{2} a \\ -\cos\left(\frac{\pi}{2} - \frac{a}{2}\right) = -\operatorname{sen} \tfrac{1}{2} a \end{cases}$$

68. Determinar a $\tan \frac{1}{2} x$ en función de $\tan x$. 1º De la fórmula (102) se deduce

$$\tan x = \frac{2 \tan \frac{x}{2}}{1 - \tan^2 \frac{1}{2} x},$$

quitando el denominador y transformando resulta:

$$\tan^2 \frac{x}{2} + 2 \cot x \tan \frac{x}{2} - 1 = 0,$$

$$\tan \frac{x}{2} = -\cot x \pm \sqrt{1 + \cot^2 x} \quad \text{.................... (118)}$$

Si en (20) se considera que k es par se tiene:

$$\tan \frac{x}{2} = \tan \frac{a}{2};$$

si es impar, resulta:

$$\tan \frac{x}{2} = \tan\left(\frac{\pi}{2} + \frac{a}{2}\right) = -\cot \frac{a}{2}.$$

2º Se puede determinar a $\tan \frac{x}{2}$ en función del seno y del coseno, pues se tiene:

$$\tan \frac{x}{2} = \frac{\operatorname{sen} \frac{x}{2}}{\cos \frac{x}{2}} = \frac{2 \operatorname{sen} \frac{x}{2} \cos \frac{x}{2}}{2 \cos^2 \frac{x}{2}} = \frac{2 \operatorname{sen}^2 \frac{x}{2}}{2 \operatorname{sen} \frac{x}{2} \cos \frac{x}{2}} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (119)$$

$$3º \ \tan \frac{x}{2} = \frac{\operatorname{sen} x}{1 + \cos x} = \frac{1 - \cos x}{\operatorname{sen} x} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (120)$$

4º También dividiendo:

(112) entre (113) $\tan \frac{x}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 - \cos x}{1 + \cos x}}$ .... (121)

69. Para obtener a $\operatorname{coe} \frac{1}{2} x$ y $\sec \frac{1}{2} x$, basta dividir la unidad entre las cantidades (112) y (113), resultan:

$$\operatorname{coe} \frac{x}{2} = \pm \sqrt{\frac{2}{1 - \cos x}}, \ \ldots\ldots \ (122) \qquad \sec \frac{x}{2} = \pm \sqrt{\frac{2}{1 + \cos x}} \ \ldots\ldots \ (123)$$

70. *Suma de los senos o cosenos de una serie de ángulos que están en progresión aritmética.*—Representaremos por S y C las sumas de los senos y cosenos respectivamente de los m ángulos: n, $n + h$, $n + 2h$, etc., $n + (m - 1) h$.

1º *Senos.*—Tenemos:

$$\cos \left(n - \frac{h}{2} \right) - \cos \left(n + \frac{h}{2} \right) = 2 \operatorname{sen} \frac{h}{2} \operatorname{sen} n,$$

$$\cos \left(n + \frac{h}{2} \right) - \cos \left(n + \frac{3h}{2} \right) = 2 \operatorname{sen} \frac{h}{2} \operatorname{sen} (n + h),$$

$$\cos \left(n + \frac{3h}{2} \right) - \cos \left(n + \frac{5h}{2} \right) = 2 \operatorname{sen} \frac{h}{2} \operatorname{sen} (n + 2h),$$

$$\cos \left(n + \frac{2m - 3}{2} h \right) - \cos \left(n + \frac{2m - 1}{2} h \right) = 2 \operatorname{sen} \frac{h}{2} \operatorname{sen} [n + (m - 1) h].$$

Sumando ordenadamente estas igualdades, observando que todos los términos del primer miembro se destruyen, exceptuando el primero y el último, resulta:

$$\cos\left(n-\frac{h}{2}\right)-\cos\left(n+\frac{2m-1}{2}h\right)=2\,\text{sen}\,\frac{h}{2}\Big[\text{sen}\,n+\text{sen}\,(n+h)+\ldots.$$

$$\ldots\ldots+\text{sen}\,[n+(m-1)\,h]\Big],$$

o

$$2\,\text{sen}\,\frac{m}{2}\,h\,\text{sen}\left(n+\frac{m-1}{2}\,h\right)=2\,\text{sen}\,\frac{h}{2}.\,S,$$

luego:

$$S=\frac{\text{sen}\,\frac{m}{2}\,h\,\text{sen}\left(n+\frac{m-1}{2}\,h\right)}{\text{sen}\,\frac{h}{2}}\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (124)$$

2º Cosenos.—Si en la fórmula anterior ponemos $1^R - n$ en lugar de n y $-h$ en lugar de h resulta:

$$\text{sen}\,(1^R-n)+\text{sen}\,(1^R-n-h)+\text{sen}\,(1^R-n-2h)+\ldots\ldots+\text{sen}\,[1^R-$$

$$-n-(m-1)\,h]=$$

$$\frac{\text{sen}\left(\frac{-m}{2}\,h\right)\text{sen}\left(1^R-m-\frac{m-1}{2}\,h\right)}{\text{sen}\left(-\frac{h}{2}\right)}=\frac{\text{sen}\,\frac{m}{2}\,h\cos\left(n+\frac{m-1}{2}\,h\right)}{\text{sen}\,\frac{h}{2}}$$

o bien:

$$C=\frac{\text{sen}\,\frac{m}{2}\,h\cos\left(n+\frac{m-1}{2}\,h\right)}{\text{sen}\,\frac{h}{2}}\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (125)$$

71. DETERMINACIÓN DE LAS FUNCIONES GONIOMÉTRICAS DE CIERTOS ÁNGULOS.—Se pueden calcular las funciones goniométricas de muchos ángulos por extracciones de raíces cuadradas. A continuación están dados los valores de los senos de 3° en 3°; primero se determinan los senos y cosenos de los ángulos de 45°, 30°, 18° y 36° como se verá en sus respectivos lugares y después por las fórmulas (30) a (33) se determinan los de los restantes.

72. Por lo dicho, § 32, el numerador del seno del ángulo $\frac{\pi}{n}$ es la mitad del lado del polígono regular de n lados inscrito en la circunferencia y cuyo denominador que es igual al radio es la unidad. En consecuencia, los lados de los siguientes polígonos regulares inscritos; trígono o triángulo, del cuadrado, del pentágono, del exágono, del decágono, del dodecágono, del pentadecágono y del de 30 lados tienen respectivamente por valores el doble de los valores expresados en A, B, C, D, E, F, G, H, como se ve en el cuadro anterior.

73. Según (100) si $x = 10°$, resulta

$$\text{sen}\,30° = 3\,\text{sen}\,10° - 4\,\text{sen}^3\,10°, \qquad \text{o} \qquad \text{sen}^3\,10° - \tfrac{3}{4}\,\text{sen}\,10° + \tfrac{1}{8} = 0;$$

resuelta esta ecuación de tercer grado por el método de *Horner*,[1] sus tres raíces son iguales a sen 10°, sen 50° y — sen 70°. Conocidos a sen 10° y a sen 9° se obtiene el valor de sen 1°, y después el seno y el coseno de cualquier múltiplo de 1°.

74. Si por x substituimos 30° y 45° respectivamente en (51) y (36), tenemos:

$$\text{sen}\,(30° + u) + \text{sen}\,(30° - u) = \cos u \quad \text{(126)}$$

$$\text{sen}\,(30° + u) - \text{sen}\,(30° - u) = \sqrt{3}\,\text{sen}\,u \quad \text{(127)}$$

$$\cos\,(30° + u) + \cos\,(30° - u) = \sqrt{3}\,\cos u \quad \text{(128)}$$

$$-\cos\,(30° + u) + \cos\,(30° - u) = \text{sen}\,u \quad \text{(129)}$$

---

1 Inglés, 1786.—1837.

$$\operatorname{sen}(45^\circ \pm u) = \cos(45^\circ \mp u) = \frac{\cos u \pm \operatorname{sen} u}{\sqrt{2}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (130)$$

$$\tan(45^\circ \pm u) = \cot(45^\circ \mp u) = \frac{\cos u \pm \operatorname{sen} u}{\cos u \mp \operatorname{sen} u}$$

$$= \frac{1 \pm \tan u}{1 \mp \tan u} = \frac{\cot u \pm 1}{\cot u \mp 1} = \sec 2u \pm \tan 2u \ldots\ldots\ldots\ldots (131)$$

75. Si hacemos en (112), (113) y (121), $x = 90^\circ \pm u$ resultan:

$$\operatorname{sen}\left(45^\circ \pm \frac{u}{2}\right) = \cos\left(45^\circ \mp \frac{u}{2}\right) = \sqrt{\frac{1 \pm \operatorname{sen} u}{2}} \quad \ldots\ldots\ (132)$$

$$\tan\left(45^\circ \pm \frac{u}{2}\right) = \sqrt{\frac{1 \pm \operatorname{sen} u}{1 \mp \operatorname{sen} u}} = \frac{1 \pm \operatorname{sen} u}{\cos u} = \frac{\cos u}{1 \mp \operatorname{sen} u} \ \ldots\ (133)$$

De ésta se deducen:

$$\tan\left(45^\circ + \frac{u}{2}\right) + \tan\left(45^\circ - \frac{u}{2}\right) = 2 \sec u \ \ldots\ldots\ldots\ (134)$$

$$\tan\left(45^\circ + \frac{u}{2}\right) - \tan\left(45^\circ - \frac{u}{2}\right) = 2 \tan u \ \ldots\ldots\ldots\ (135)$$

$$\frac{\tan\left(45^\circ + \frac{u}{2}\right) - \tan\left(45^\circ - \frac{u}{2}\right)}{\tan\left(45^\circ + \frac{u}{2}\right) + \tan\left(45^\circ - \frac{u}{2}\right)} = \operatorname{sen} u \ \ldots\ldots\ldots\ldots\ (136)$$

76. FÓRMULAS DE EULER.[1]—Si en la segunda de (51) hacemos sucesivamente $x = 72^\circ$, $x = 36^\circ$ se tienen:

$$\operatorname{sen}(72^\circ + u) - \operatorname{sen}(72^\circ - u) = 2 \cos 72^\circ \operatorname{sen} u = \frac{\sqrt{5} - 1}{2} \operatorname{sen} u.$$

$$\operatorname{sen}(36^\circ + u) - \operatorname{sen}(36^\circ - u) = 2 \cos 36^\circ \operatorname{sen} u = \frac{\sqrt{5} + 1}{2} \operatorname{sen} u.$$

1 Eminente matemático suizo, 15. a. 1707.—18. s. 1788.

La diferencia da la fórmula de *Euler*

$$\operatorname{sen}(36^\circ + u) - \operatorname{sen}(36^\circ - u) = \operatorname{sen}(72^\circ + u) - \operatorname{sen}(72^\circ - u) + \operatorname{sen} u. \quad (137)$$

77. Fórmula de verificación de Legendre.[1]—Si en la fórmula anterior ponemos $u = 90^\circ - z$ resulta:

$$\operatorname{sen}(90^\circ - z) + \operatorname{sen}(18^\circ + z) + \operatorname{sen}(18^\circ - z) = \operatorname{sen}(54^\circ + z) + \operatorname{sen}(54^\circ - z) \quad \ldots\ldots \quad (138)$$

79. Procedimientos para hacer una fórmula calculable por logaritmos.—Dada una expresión en la que no se puede emplear desde luego el cálculo logarítmico, se puede transformar en otra empleando una función goniométrica de un ángulo que se llama *ángulo auxiliar* o *subsidiario*. Supongamos que dados log m y log n buscamos:

1º log $(m + n)$, tenemos $\log(m + n) = \log m + \log\left(1 + \frac{n}{m}\right)$; haciendo $\frac{n}{m} = \tan^2 \varphi$ se tiene $\log(m + n) = \log m + \log \sec^2 \varphi = \log m - 2 \log \cos \varphi$.

2º $\log(m \pm n) = \log\left[m\left(1 \pm \frac{n}{m}\right)\right]$, hacemos $\frac{n}{m} = \tan \theta$.

luego:

$$m \pm n = m(1 \pm \tan\theta) = m\frac{\cos\theta \pm \operatorname{sen}\theta}{\cos\theta} = m\frac{\cos\theta \pm \cos\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right)}{\cos\theta} =$$

$$m\frac{\sqrt{2}\cos\varphi \mp \frac{\pi}{8}}{\cos\varphi}$$

Este mismo método se aplica a un polinomio introducien-

1 Francés, 18. s. 1752.—10. e 1833.

do sucesivamente ángulos auxiliares hasta reducirlo a un monomio.

3º Sea la cantidad $m - n$, si $m > n$ ponemos $n = m \operatorname{sen}^2 \psi$, entonces $m - n = m (1 - \operatorname{sen}^2 \psi) = m \cos^2 \psi$; si $m < n$ hacemos $n = m \sec^2 \chi$, y $m - n = m (1 - \sec^2 \chi) = m \tan^2 \chi$.

80. Resolución de la ecuación de 2º grado empleando una función goniométrica.—Sea la ecuación $x^2 + px - q = 0$, de donde:

$$x = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\frac{p^2}{4} + q},$$

pero

$$\sqrt{\frac{p^2}{4} + q} = \sqrt{\frac{p^2}{4}\left(1 + \frac{4q}{p^2}\right)} = \frac{p}{2}\sqrt{1 + \frac{4q}{p^2}};$$

Si q es positiva se determina a φ por la igualdad:

$$\frac{2\sqrt{q}}{p} = \tan \varphi,$$

luego:

$$x = -\frac{p}{2} \pm \frac{p}{2} \sec \varphi;$$

pero:

$$\frac{p}{2} = \frac{\sqrt{q}}{\tan \varphi},$$

luego:

$$x = \frac{\sqrt{q}}{\tan \varphi}\left(\frac{\pm 1}{\cos \varphi} - 1\right) = \frac{\sqrt{q}}{\operatorname{sen} \varphi}(\pm 1 - \cos \varphi) = \frac{2\sqrt{q} \operatorname{sen}^2 \frac{\varphi}{2}}{2 \operatorname{sen} \frac{\varphi}{2} \cos \frac{\varphi}{2}},$$

los valores de x son:

$$x_1 = \sqrt{q}\ \tan\frac{\varphi}{2} \quad \text{y} \quad x_2 = -\sqrt{q}\ \cot\frac{\varphi}{2} \quad \ldots\ldots\ldots \ (139)$$

Si q es negativa se tiene:

$$x = -\frac{p}{2}\left(1 \mp \sqrt{1 - \frac{4q}{p^2}}\right);$$

si $4q < p^2$, ponemos $\frac{4q}{p^2} = \text{sen}^2\,\varphi$, de donde $\frac{p}{2} = \frac{\sqrt{q}}{\text{sen}\,\varphi}$ y

$$\left.\begin{aligned} x_1 &= -\frac{\sqrt{q}}{\text{sen}\,\varphi}(1 - \cos\varphi) = -\sqrt{q}\,.\,\tan\frac{\varphi}{2}, \\ x_2 &= -\text{coe}\,\varphi\,.\,\sqrt{q}\,(1 + \cos\varphi) = -\sqrt{q}\,.\,\cot\frac{\varphi}{2}\,. \end{aligned}\right\} \ldots\ldots \ (140)$$

81. Resolución de la ecuación de 3er. grado empleando una función goniométrica.—De la ecuación $x^3 + px + q = 0$, se obtiene para x la expresión siguiente llamada de *Cardan*.[1]

$$x = \sqrt[3]{-\frac{q}{2} + \sqrt{\frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27}}} + \sqrt[3]{-\frac{q}{2} - \sqrt{\frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27}}}\,.$$

Supongamos 1º que p es positiva, tenemos que:

$$\sqrt{\frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27}} = \frac{q}{2}\sqrt{1 + \frac{4p^3}{27q^2}},$$

poniendo:

$$\tan\varphi = \frac{2p}{3q}\sqrt{\frac{p}{3}}$$

resulta:

$$\frac{q}{2} = \sqrt{\left(\frac{p}{3}\right)^3}\,.\ \cot\varphi\,,$$

1 Italiano, 24 s. 1501.—21. s. 1576.

por consiguiente si $x = u + z$ se tienen:

$$u = \sqrt[3]{-\frac{q}{2} + \frac{q \sec \varphi}{2}} = \sqrt[3]{\frac{q}{2}\left(\frac{1 - \cos \varphi}{\cos \varphi}\right)} = \sqrt[3]{\frac{1 - \cos \varphi}{\cos \varphi}} \cdot \sqrt{\frac{p}{3}}$$

$$= \sqrt{\frac{p}{3}} \cdot \sqrt[3]{\tan \frac{\varphi}{2}} \text{ ; y } z = - \sqrt{\frac{p}{3}} \cdot \sqrt[3]{\cot \frac{\varphi}{2}} .$$

Si se hace

$$\sqrt[3]{\tan \frac{\varphi}{2}} = \tan \theta$$

resulta que:

$$x_1 = \sqrt{\frac{p}{3}} (\tan \theta - \cot \theta) = \sqrt{\frac{p}{3}} \frac{\operatorname{sen}^2 \theta - \cos^2 \theta}{\operatorname{sen} \theta \cos \theta} =$$

$$= - \sqrt{\frac{p}{3}} \frac{r \cos 2\theta}{\operatorname{sen} 2\theta} = -2\sqrt{\frac{p}{3}} \cot 2\theta .$$

De una manera semejante se tienen:

$$\left.\begin{aligned} x_2 &= - \frac{u+z}{2} + \frac{\sqrt{-3}}{2}(u-z) = \frac{\sqrt{\frac{p}{3}}}{\operatorname{sen} 2\theta} (\cos 2\theta + \sqrt{-3}) \\ z_3 &= \frac{u+z}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}(u-z) = \frac{\sqrt{\frac{p}{3}}}{\operatorname{sen} 2\theta} (\cos 2\theta - \sqrt{-3}) \end{aligned}\right\} \quad (141)$$

82. Si p es negativo y

$$\left(\frac{p}{3}\right)^3 \gtreqless \left(\frac{q}{2}\right)^2,$$

en este caso

$$\sqrt{\frac{q^2}{4} - \frac{p^3}{27}} = \frac{q}{2} \sqrt{1 - \frac{4 p^3}{27 q^2}},$$

se hace

$$\mathrm{sen}\ \chi = \frac{2p}{3q}\sqrt{\frac{p}{3}},$$

luego

$$\frac{q}{2} = \sqrt{\left(\frac{p}{3}\right)^3},$$

$$u = \sqrt[3]{-\frac{q}{2} + \frac{q\cos\chi}{2}} = -\sqrt[3]{\frac{q}{2} - 2\,\mathrm{sen}^2\frac{\chi}{2}} = -\sqrt{\frac{p}{3}}\sqrt[3]{\frac{2\,\mathrm{sen}^2\frac{\chi}{2}}{\mathrm{sen}\ \chi}} = -\sqrt{\frac{p}{3}}\sqrt[3]{\tan\frac{\chi}{2}},$$

De una manera análoga se tienen las otras raíces; haciendo

$$\sqrt[3]{\tan\frac{x}{2}} = \tan\delta$$

resultan

$$x_1 = -\sqrt{\frac{p}{3}}\left(\tan\delta - \cot\delta\right) = -\sqrt{\frac{p}{2}}\ \frac{2}{\mathrm{sen}\ 2\delta},$$

$$x_2 = \frac{\sqrt{\frac{p}{3}}}{\mathrm{sen}\ 2\delta}\left(1 + \cos 2\delta\sqrt{-3}\right),$$

$$x_3 = \frac{\sqrt{\frac{p}{3}}}{\mathrm{sen}\ 2\delta}\left(1 - \cos 2\delta\sqrt{-3}\right) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (142).$$

83. Si p es negativa y $\left(\frac{p}{3}\right)^3 > \left(\frac{q}{2}\right)^2$, u y z son cantidades complexas. Tenemos

$$\sqrt{\left(\frac{q}{2}\right)^2 - \left(\frac{p}{3}\right)^3} = i\sqrt{\left(\frac{p}{3}\right)^3 - \left(\frac{q}{2}\right)^2} = i\sqrt{\left(\frac{p}{3}\right)^3}\sqrt{1 - \frac{27q^2}{4p^3}};$$

se hace

$$\cos \varepsilon = \frac{-\frac{q}{2}}{\sqrt{\left(\frac{p}{3}\right)^3}},$$

puesto que esta cantidad es menor que 1 entonces

$$z = \sqrt[3]{\frac{q}{2} + i\sqrt{\left(\frac{p}{3}\right)^3}\operatorname{sen}\varepsilon} = \sqrt{\frac{p}{3}}\sqrt[3]{\cos\varepsilon + i\operatorname{sen}\varepsilon}.$$

y

$$u = \sqrt{\frac{p}{3}}\sqrt[3]{\cos\varepsilon - i\operatorname{sen}\varepsilon}.$$

De (101) se deduce $\cos^3 x - \frac{3}{4}\cos x - \frac{1}{4}\cos 3x = 0$; resuelta esta ecuación según la fórmula de *Cardan*, se tiene

$$\cos x = \tfrac{1}{2}\sqrt[3]{\cos 3x + i\operatorname{sen} 3x} + \sqrt[3]{\cos 3x - i\operatorname{sen} 3x};$$

luego resulta $u + z = 2\cos\frac{\varepsilon}{3}$; así, $x_1 = 2\cos\frac{\varepsilon}{3}\sqrt{\frac{p}{3}}$. Dividiendo la ecuación $x^3 - px + q = 0$ entre $x - x_1$ se obtiene la ecuación de 2º grado que resuelta da las otras dos raíces, esto es:

$$x = 2\sqrt{\frac{p}{3}}\left(\pm\frac{\sqrt{3}}{2}\operatorname{sen}\frac{\varepsilon}{3} - \frac{1}{2}\cos\frac{\varepsilon}{3}\right) = 2\sqrt{\frac{p}{3}}\left[\pm\cos\left(60^\circ - \frac{\varepsilon}{6}\right)\right],$$

luego (143)

$$x_2 = -2\sqrt{\frac{p}{3}}\cos\left(60^\circ - \frac{\varepsilon}{3}\right),\quad x_3 = -2\sqrt{\frac{p}{3}}\cos\left(60^\circ + \frac{\varepsilon}{3}\right)$$

CAPITULO IV

RESOLUCION DE ECUACIONES GONIOMÉTRICAS

84. SE LLAMAN ECUACIONES GONIOMÉTRICAS O TRIGONOMÉTRICAS AQUELLAS EN QUE HAY UNA O VARIAS FUNCIONES GONIOMÉTRICAS DE UN ÁNGULO DESCONOCIDO.

Como no hay procedimiento general para resolverlas, indicaremos la manera que se sigue en general.

85. Se desea conocer a x en la ecuación

$$m = \frac{n \operatorname{sen} x}{\operatorname{sen} (\theta \pm x)}$$

Quitando el denominador y desarrollando a sen $(\theta \pm x)$ se tiene

$$m \operatorname{sen} \theta \cos x \pm m \operatorname{sen} x \cos \theta = n \operatorname{sen} x$$

Dividiendo entre cos x y despejando a tan x resulta

$$\tan x = \frac{m \operatorname{sen} \theta}{n \mp m \cos \theta} \quad \text{.............................} \quad (144)$$

Hay una infinidad de soluciones, puesto que todos los ángulos comprendidos en la expresión $k \pi + x$ tienen la misma tangente.

86. Se desea conocer el valor de x, dada la ecuación

$$m \tan (d + x) = n \tan x,$$

se deduce

$$\frac{\tan(d+x)}{\tan x}=\frac{n}{m}.$$

Agregando y quitando la unidad sucesivamente a los dos miembros y dividiendo el primer resultado entre el segundo, resulta

$$\frac{\tan x+\tan(d+x)}{\tan x-\tan(d+x)}=-\frac{n+m}{n-m};$$

luego (70)

$$\operatorname{sen}(d+2x)=-\frac{n+m}{n-m}\operatorname{sen} d \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (145)$$

87. Resolver la ecuación

$$n\tan(d+x)\tan x=m,$$

se deduce

$$\frac{1-\tan(d+x)\tan x}{1+\tan(d+x)\tan x}=\frac{1-\frac{m}{n}}{1+\frac{m}{n}}$$

o por (71)

$$\frac{\cos(d+2x)}{\cos d}=\frac{1-\frac{m}{n}}{1+\frac{m}{n}}$$

luego

$$\cos(d+2x)=\frac{1-\frac{m}{n}}{1+\frac{m}{n}}\cos d\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (146)$$

88. Resolver la ecuación

$$m\cos 2x+n\cos x=h,$$

poniendo por $2x$ su valor (113) se tiene

$$m(2\cos^2 x - 1) + n\cos x = h, \quad \text{o} \quad \cos^2 x + \frac{n}{2m}\cos x - \frac{m+h}{2m} = 0,$$

de donde

$$\cos x = \frac{-n \pm \sqrt{n^2 - 8m(m+h)}}{4m} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (147)$$

89. Resolver la ecuación

$$m \operatorname{sen} x + n \cos x = h.$$

Si dividimos los dos miembros entre m, hacemos

$$\frac{n}{m} = \tan\theta = \frac{\operatorname{sen}\theta}{\cos\theta}$$

y si substituímos este valor resulta

$$\operatorname{sen} x + \frac{\operatorname{sen}\theta}{\cos\theta} \cos \quad = \frac{h}{m}$$

o

$$\operatorname{sen} x \cos\theta + \operatorname{sen}\theta\cos x = \operatorname{sen}(\theta + x) = \frac{h}{m}\cos\theta \quad \ldots\ldots\ldots \quad (148)$$

Como $(\theta + x)$ está dado por el seno, es preciso que $\frac{h}{m}$ cos, esté comprendido entre $+1$ y -1, por consiguiente que

$$\left(\frac{h}{m}\cos\theta\right)^2 \leqq 1.$$

Poniendo por $\cos\theta$ su valor en función de n y m resulta $h^2 \leqq m^2 + n^2$, y los valores de x están dados por la expresión

$x = k\pi + (-1)^k a - \theta$, siendo a el valor de $\theta + x$ menor que $\frac{\pi}{2}$.

90. Resolver el sistema de ecuaciones

$$x \operatorname{sen}(a + u) = d,$$

$$x \operatorname{sen}(\beta + u) = h.$$

Dividiendo una entre otra, desarrollando a sen $(a + u)$ y sen $(\beta + u)$ sacando a sen x y cos x como factores, resulta después de poner $\frac{d}{h} = g$.

$$\frac{\operatorname{sen}(a + u)}{\operatorname{sen}(\beta + u)} = g,$$

o

$$\operatorname{sen} a \cos u + \operatorname{sen} u \cos a = g \operatorname{sen} \beta \cos u + g \operatorname{sen} u \cos \beta,$$

o bien

$$\operatorname{sen} u (\cos a - g \cos \beta) + \cos u (\operatorname{sen} a - g \operatorname{sen} \beta) = o$$

por consiguiente

$$\tan u = -\frac{\operatorname{sen} a - g \operatorname{sen} \beta}{\cos a - g \cos \beta} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (149)$$

El valor de x se obtiene por una de las dos primeras.

91. Resolver el sistema de ecuaciones

$$x \operatorname{sen} u = m,$$

$$x \cos u = n$$

Dividiéndolas resulta $u = \tan^{-1} \frac{m}{n}$, luego

$$x = m \operatorname{coe} u = n \sec u \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (150)$$

92. Resolver la ecuación

$$\operatorname{sen}(a + x) \operatorname{sen} x = m$$

Por (55) encontramos

$$\cos a - \cos(a \pm 2x) = \pm 2 \operatorname{sen}(a \pm x) \operatorname{sen} x = \pm 2m$$

luego

$$\cos(a \pm 2x) = \cos a \mp 2m \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (151)$$

93. Resolver el sistema de ecuaciones

$$a \cos x + b \operatorname{sen} x = c,$$

$$a' \cos x + b' \operatorname{sen} x = c'.$$

En general, este sistema no es posible cuando los coeficientes están tomados arbitrariamente; una solución x_1 de la primera ecuación no será solución de la segunda.

Para que sea posible es necesario que se tengan

$$ab' - ba' = o \text{ y } (ab' - ba')^2 = (bc' - cb')^2 + (ca' - ac')^2;$$

puesto que a las dos ecuaciones dadas hay que agregar la relación $\operatorname{sen}^2 x + \cos^2 x = 1$. Si existen estas relaciones se tienen los valores

$$\cos x = \frac{cb' - bc'}{ab' - ba'}, \quad \operatorname{sen} z = \frac{ac' - ca'}{ab' - ba'} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (152)$$

94. Resolver la ecuación

$$\operatorname{sen}^{-1} \frac{x}{2} + \cos^{-1} x = m.$$

Poniendo

$$\operatorname{sen}^{-1} \frac{x}{2} = u, \quad \cos^{-1} x = v$$

resultan

$$x = 2 \operatorname{sen} u, \qquad x = \cos v.$$

y

$$u = m - v, \quad 2 \operatorname{sen}(m - v) = 2 (\operatorname{sen} m \cos v - \operatorname{sen} v \cos m) = \cos v,$$

de donde

$$\tan v = \frac{2 \operatorname{sen} m - 1}{2 \cos m},$$

y

$$x = \frac{2 \cos m}{\sqrt{5 - 4 \operatorname{sen} m}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (153)$$

95. Encontrar el valor de x en la ecuación

$$\cos^{-1} \frac{1 - x^2}{1 + x^2} + \tan^{-1} \frac{2x}{1 - x^2} = \frac{4}{3} \pi.$$

Como

$$\tan^{-1} \frac{2x}{1 + x^2} = \cos^{-1} \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{4x^2}{(1 - x^2)^2}}} = \cos^{-1} \frac{1 - x^2}{1 + x^2},$$

resulta

$$2 \cos^{-1} \frac{1 - x^2}{1 + x^2} = \frac{4}{3} \pi,$$

luego

$$\cos^{-1} \frac{1 - x^2}{1 + x^2} = \frac{2}{3} \pi = \cos^{-1} \left(- \frac{1}{2} \right),$$

de donde

$$\frac{1 - x^2}{1 + x^2} = - \frac{1}{2}, \text{ es decir que } x = \pm \sqrt{3} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (154)$$

CAPITULO V[1]

DERIVADAS DE LAS FUNCIONES GONIOMETRICAS

96. *Conocido el incremento*[2] *que se da a un ángulo determinar el incremento de sus funciones goniométricas.*—Representaremos por h el incremento del ángulo y por $\triangle$ antepuesto a la función el incremento o diferencia de la función. Cuando el incremento de un ángulo es infinitamente pequeño se llama *diferencial del ángulo*, y los incrementos de sus funciones goniométricas son las *diferenciales de estas funciones.*

97. Se llama *derivada de una función*, el límite de la razón que hay entre los incrementos infinitamente pequeños correspondientes de la función y de la variable.

98. Recordando las fórmulas (53), (55), (64), (75), (73) y (66), se tienen:

$$\triangle \operatorname{sen} x = \operatorname{sen}(x+h) - \operatorname{sen} x = 2\cos\left(x+\frac{h}{2}\right)\operatorname{sen}\frac{h}{2} \qquad (155)$$

$$\triangle \cos x = \cos(x+h) - \cos x = -2\operatorname{sen}\left(x+\frac{h}{2}\right)\operatorname{sen}\frac{h}{2} \qquad (156)$$

$$\triangle \tan x = \tan(x+h) - \tan x = \frac{\tan x + \tan h}{1 - \tan x \tan h} - \tan x = \frac{\tan h(1+\tan^2 x)}{1-\tan x \tan h} \qquad (157)$$

---

1 Esto capítulo y el X están tomados de la Trigonometría de *Chauvenet*

2 Al decir incremento se entiende que es *variación* en un sentido u otro.

$$\triangle \operatorname{coe} x = \operatorname{coe}(x+h) - \operatorname{coe} x = -\frac{2\cos\left(x+\frac{h}{2}\right)\operatorname{sen}\frac{h}{2}}{\operatorname{sen}(x+h)\operatorname{sen} x} \qquad (158)$$

$$\triangle \sec x = \sec(x+h) - \sec x = \frac{2\operatorname{sen}\left(x+\frac{h}{2}\right)\operatorname{sen}\frac{h}{2}}{\cos(x+h)\cos x} \qquad (159)$$

$$\triangle \cot x = \cot(x+h) - \cot x = -\frac{1+\cot^2 x}{\cot x + \cot h} \qquad (160)$$

99. *Dado el incremento de un ángulo, determinar el incremento de los cuadrados de sus funciones goniométricas.*

Recordando (78) tenemos

$$\triangle \operatorname{sen}^2 x = \operatorname{sen}^2(x+h) = \operatorname{sen}^2 x = -[\cos^2(x+h) - \cos^2 x] = -$$
$$- \triangle \cos^2 x = \operatorname{sen}(2x+h)\operatorname{sen} h \qquad (161)$$

y por (78) y (79) deducimos:

$$\triangle \tan^2 x = \frac{\operatorname{sen}(2x+h)\operatorname{sen} h}{\cos^2(x+h)\cos^2 x} \qquad (162)$$

$$\triangle \cot^2 x = \frac{-\operatorname{sen}(2x+h)\operatorname{sen} h}{\operatorname{sen}^2(x+h)\operatorname{sen}^2 x} \qquad (163)$$

Por (14) y (15) tenemos

$$\sec^2(x+h) = \tan^2(x+h) + 1 \qquad (164)$$

$$\operatorname{coe}^2(x+h) = \cot^2(x+h) + 1 \qquad (165)$$

$$\sec^2 x = \tan^2 x + 1 \qquad (166)$$

$$\operatorname{coe}^2 x = \cot^2 x + 1 \qquad (167)$$

La diferencia de ambas, y por (80) y (81) resultan

$$\triangle \sec^2 x = \triangle \tan^2 x, \qquad \triangle \operatorname{coe}^2 x = \triangle \cot^2 x.$$

100. Dividiendo entre h los dos miembros de las igualdades anteriores § 98 y § 99, tenemos:

$$\frac{\triangle \operatorname{sen} x}{h} = \cos\left(x + \frac{h}{2}\right)\frac{\operatorname{sen}\frac{h}{2}}{\frac{h}{2}}, \qquad \frac{\triangle \operatorname{coe} x}{h} = \frac{-\cos\left(x+\frac{h}{2}\right)}{\operatorname{sen}(x+h)\operatorname{sen} x}\cdot\frac{\operatorname{sen}\frac{h}{2}}{\frac{h}{2}},$$

$$\frac{\triangle \cos x}{h} = -\operatorname{sen}\left(x + \frac{h}{2}\right)\cdot\frac{\operatorname{sen}\frac{h}{2}}{\frac{h}{2}}, \qquad \frac{\triangle \sec x}{h} = \frac{\operatorname{sen}\left(x+\frac{h}{2}\right)}{\cos(x+h)\cos x}\cdot\frac{\operatorname{sen}\frac{h}{2}}{\frac{h}{2}},$$

$$\frac{\triangle \tan x}{h} = \frac{\sec^2 x}{1 - \tan x \tan h}\cdot\frac{\tan h}{h}, \qquad \frac{\triangle \cot x}{h} = \frac{1+\cot^2 x}{\frac{\cot x}{\cot h}+1}\cdot\frac{\tan h}{h}.$$

$$\frac{\triangle \operatorname{sen}^2 x}{h} = -\frac{\triangle \cos^2 x}{h}$$

$$\frac{\triangle \tan^2 x}{h} = \frac{\triangle \sec^2 x}{h} \qquad \frac{\triangle \cot^2 x}{h} = \frac{\triangle \operatorname{coe}^2 x}{h}$$

101. Si en las fórmulas del párrafo anterior se hace converger h hacia cero, los primeros miembros tienden a tomar el valor de la derivada y las razones

$$\frac{\operatorname{sen}\frac{h}{2}}{\frac{h}{2}}, \quad \frac{\tan h}{h}$$

convergen hacia la unidad. Las derivadas, que representaremos por y' son el límite de cada uno de los segundos miem-

bros y entonces $h = 0$, de modo que si designamos por y la función goniométrica se tienen:

$$y = \text{sen}\, x, \quad y' = \cos x, \quad \ldots\ldots \quad (168)$$

$$y = \cos x, \quad y' = \text{sen}\, x, \quad \ldots\ldots \quad (169)$$

$$y = \tan x, \quad y' = \frac{1}{\cos x} = 1 + \tan^2 x \quad \ldots\ldots \quad (170)$$

$$y = \text{coe}\, x, \quad y' = -\frac{\cos x}{\text{sen}^2 x} = -\cot x\, \text{coe}\, x \quad \ldots\ldots \quad (171)$$

$$y = \sec x, \quad y' = \frac{\text{sen}\, x}{\cos^2 x} = \tan x \sec x \quad \ldots\ldots \quad (172)$$

$$y = \cot x, \quad y' = -\frac{1}{\text{sen}^2 x} = -(1 + \cot^2 x) \quad \ldots\ldots \quad (173)$$

$$\left.\begin{array}{ll} y = \text{sen}^2 x, & y' = \text{sen}\, 2x, \\ y = \cos^2 x, & y' = -\text{sen}\, 2x, \end{array}\right\} \quad \ldots\ldots \quad (174)$$

$$\left.\begin{array}{ll} y = \text{coe}^2 x, & y' = \dfrac{\text{sen}\, 2x}{\text{sen}^4 x}, \\ y = \sec^2 x, & y' = \dfrac{\text{sen}\, 2x}{\cos^4 x}, \end{array}\right\} \quad \ldots\ldots \quad (175)$$

$$\left.\begin{array}{l} y = \tan^2 x, \quad y' = \dfrac{\text{sen}\, 2x}{\cos^4 x} = \dfrac{2\,\text{sen}\, x}{\cos^3 x} = \dfrac{2 \tan x}{\cos^2 x} = 2 \tan x \sec^2 x \\ y = \cot^2 x, \quad y' = -\dfrac{\text{sen}\, 2x}{\text{sen}^4 x} = -\dfrac{2 \cos x}{\text{sen}^3 x} = -\dfrac{2 \cot x}{\text{sen}^2 x} = -2 \cot x\, \text{coe}^2 x \end{array}\right\} \quad (176)$$

102. Determinar la derivada de un ángulo conocida la derivada de una de sus funciones goniométricas.—En las funciones goniométricas inversas la variable es la función goniométrica, tenemos que:

1º Sea $y = \operatorname{sen}^{-1} x$, se deduce $x = \operatorname{sen} y$; si tomamos la derivada de los dos miembros, observaremos que el segundo miembro es una función de y, y que ésta misma es función de x, tenemos, pues: $1 = \cos y \times y'$, de donde

$$y' = \frac{1}{\cos y} = \pm \frac{1}{\sqrt{1 - \operatorname{sen}^2 y}} = \pm \frac{1}{\sqrt{1 - x^2}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (177)$$

La derivada tiene el signo $\pm$ porque a un seno le corresponde un número infinito de ángulos en los que unos tienen el coseno positivo y otros negativo.

2º Si $y = \tan^{-1} x$, se deduce $x = \tan y$, y tomando la derivada de los dos miembros resulta

$$1 = \frac{1}{\cos^2 y} \times y',$$

de donde

$$y' = \cos^2 y = \frac{1}{1 + \tan^2 y} = \frac{1}{1 + x^2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (178)$$

103. De una manera análoga encontraríamos

$$\left.\begin{array}{ll} y = \cos^{-1} x,\ y' = \dfrac{-1}{\sqrt{1 - x^2}}; & y = \cot^{-1} x,\ y' = \dfrac{-1}{1 - x^2}. \\[2ex] y = \sec^{-1} x,\ y' = \dfrac{1}{x\sqrt{x^2 - 1}}; & y = \operatorname{cosec}^{-1} x,\ y' = \dfrac{-1}{x\sqrt{x^2 - 1}}. \end{array}\right\} \ldots (179)$$

104. Como se ve, las derivadas de las funciones goniométricas inversas son dos a dos iguales y con signos contrarios, como debe ser, porque cuando el seno de un ángulo es igual al coseno de otro ángulo, estos dos ángulos tienen una suma constante y la suma de sus derivadas debe ser nula.

CAPITULO VI

FORMULA DE MOIVRE,[1] APLICACIONES Y OTRAS FORMULAS

105. Fórmula de Moivre.—Si multiplicamos $\cos x + i \operatorname{sen} x$ por $\cos u + i \operatorname{sen} u$, el producto es

$$\cos x \cos u - \operatorname{sen} x \operatorname{sen} u + i (\operatorname{sen} x \cos u + \operatorname{sen} u \cos x),$$

es decir,

$$\cos (x + u) + i \operatorname{sen} (x + u);$$

multiplicando esta expresión por $\cos t + i \operatorname{sen} t$ el producto es

$$\cos (x + u + t) + i (\operatorname{sen} x + u + t).$$

Continuando de esta manera podemos obtener el producto de cualquier número de factores.

Supongamos:

1º Que hay m factores iguales al primero. tendremos

$$(\cos x + i \operatorname{sen} x)^m = \cos m x + i \operatorname{sen} m x \quad \text{..............} \quad (180)$$

2º Supongamos que se tiene $m = -n$, es decir, que el exponente sea entero y negativo, tendremos:

1 Francés, 26 $\overline{\text{m}}$ 1667 — 2 n 1754.

$$(\cos x + i \operatorname{sen} x)^m = (\cos x + i \operatorname{sen} x)^{-n} =$$

$$\frac{1}{(\cos x + i \operatorname{sen} x)^n} = \frac{1}{\cos n x + i \operatorname{sen} n x},$$

multiplicando numerador y denominador por $\cos n x - i \operatorname{sen} n x$ tenemos

$$\frac{\cos n x - i \operatorname{sen} n x}{\cos^2 n x + \operatorname{sen}^2 n x} = \cos n x - i \operatorname{sen} n x =$$

$$\cos(-n x) + i \operatorname{sen}(-n x) = \cos m x + i \operatorname{sen} m x.$$

3º Sea $m = \frac{p}{q}$, entonces

$$(\cos x + i \operatorname{sen} x)^m = (\cos x + i \operatorname{sen} x)^{\frac{p}{q}} = (\cos p x + i \operatorname{sen} p x)^{\frac{1}{q}}$$

La igualdad

$$\cos x + i \operatorname{sen} x = \left(\cos \frac{x}{q} + i \operatorname{sen} \frac{x}{q} \right)^q$$

nos demuestra que

$$\cos \frac{x}{q} + i \operatorname{sen} \frac{x}{q}$$

es una raíz del índice q de $\cos x + i \operatorname{sen} x$; del mismo modo $\cos \frac{px}{q} + i \operatorname{sen} \frac{px}{q}$ es una raíz q de $\cos p x + i \operatorname{sen} p x$ o de $(\cos x + i \operatorname{sen} x)^p$. podemos escribir

$$\sqrt[q]{(\cos x + i \operatorname{sen} x)^p} = \cos \frac{p}{q} x + i \operatorname{sen} \frac{p}{q} x.$$

o

$$(\cos x + i \operatorname{sen} x)^{\frac{p}{q}} = \cos \frac{p}{q} x + i \operatorname{sen} \frac{p}{q} x.$$

106. Observaremos que el primer miembro admite q valores distintos, mientras que el segundo sólo admite uno. Para que la fórmula sea general tenemos que substituir por x x $(2k\pi + x)$, así se tiene

$$\left.\begin{array}{l}[\cos(2k\pi + x) + i \operatorname{sen}(2k\pi + x)]p \\ = \cos(2k\pi + x)p + i \operatorname{sen}(2k\pi + x)\, p\end{array}\right\} \text{..............} \quad (181)$$

Dando a k los p valores 0, 1, 2, &, $(p-1)$, tendremos los p ángulos diferentes

$$\frac{x}{p}, \quad \frac{2\pi + x}{p}, \quad \frac{4\pi + x}{p}, \quad \& \quad \frac{2(p-1)\pi + x}{p},$$

puesto que los ángulos respectivos forman una progresión cuya diferencia es el cociente de 2π entre q, y sabemos que dos cualquiera de estos ángulos no pueden tener el mismo seno y el mismo coseno, puesto que difieren de una cantidad menor que 2π.

107. Seno y coseno del múltiplo de un ángulo en función del seno y del coseno del ángulo simple.—Si desarrollamos la expresión (180) por la fórmula del binomio de Newton[1] suponiendo que m es entero y positivo, escribimos separadamente los términos que no contienen a i y los que

---

1 Eminentísimo matemático inglés, fundador de la Física matemática 4. e. 1643.—31. m. 1727.

la contienen y sacamos a cos x como factor común, tenemos:

$$\cos mx + i \operatorname{sen} mx = \cos^m x - \frac{m(m-1)}{2!}\cos^{m-2} x \operatorname{sen}^2 x +$$

$$\frac{m(m-1)(m-2)(m-3)}{4!}\cos^{m-4} x \operatorname{sen}^4 x + \& -$$

$$i\left[m\cos^{m-1} x \operatorname{sen} x - \frac{m(m-1)(m-2)}{3!}\cos^{m-3} x \operatorname{sen}^3 x + \&\right],$$

luego

$$\left.\begin{array}{l} \operatorname{sen} mx = m\cos^{m-1} x \operatorname{sen} x - \dfrac{m(m-1)(m-2)}{3!}\cos^{m-3} x \operatorname{sen}^3 x + \\ \dfrac{m(m-1)(m-2)(m-3)(m-4)}{5!}\cos^{m-5} x \operatorname{sen}^5 x - \& \end{array}\right\} (182)$$

$$\left.\begin{array}{l} \cos mx = \cos^m x - \dfrac{m(m-1)}{2!}\cos^{m-2} x \operatorname{sen}^2 x + \\ \dfrac{m(m-1)(m-2)(m-3)}{4!}\cos^{m-4} x \operatorname{sen}^4 x - \& \end{array}\right\} \ldots\ldots\ldots (183)$$

El último término de (182) cuando m es par, es

$$m(-1)^{\frac{m-2}{2}} \cos x \operatorname{sen}^{m-1} x$$

y si es impar es

$$(-1)^{\frac{m-1}{2}} \operatorname{sen}^m x;$$

el último de (170), cuando m es par, es

$$(-1)^{\frac{m}{2}} \operatorname{sen}^m x$$

y si es impar es

$$(-1)^{\frac{m-1}{2}} \cos x \operatorname{sen}^{m-1} x.$$

108. Tangente del múltiplo de un ángulo en función de la tangente del ángulo simple.—Si dividimos (182) entre (183) y después dividimos numerador y denominador entre $\cos^m x$, resulta

$$\tan m x = \frac{m \tan x - \frac{m(m-1)(m-2)}{3!} \tan^3 x + \frac{m(m-1)(m-2)(m-3)(m-4)}{5} \tan^5 x - \&}{1 - \frac{m(m-1)}{2!} \tan^2 x + \frac{m(m-1)(m-2)(m-3)}{4!} \tan^4 x - \&} \quad \text{.......................... (184)}$$

109. Si hacemos $m x = u$, de donde $m = \frac{u}{x}$, ponemos estos valores en (182) y (183) y sacamos a $\cos^m x$ como factor común, resultan:

$$\left.\begin{aligned} \operatorname{sen} u = \cos^m x \Bigg[u \frac{\tan x}{x} - \frac{u(u-x)(u-2x)}{3!} \cdot \frac{\tan^3 x}{x^3} \\ + \frac{u(u-x)(u-2x)(u-3x)(u-4x)}{5!} \cdot \frac{\tan^5 x}{x^5} + \& \Bigg] \end{aligned}\right\} \text{.... (185)}$$

$$\left.\begin{aligned} \cos u = \cos^m x \Bigg[1 - \frac{u(u-x)}{2!} \cdot \frac{\tan^2 x}{x^2} + \\ \frac{u(u-x)(u-2x)(u-3x)}{4!} \cdot \frac{\tan^4 x}{x^4} - \& \Bigg] \end{aligned}\right\} \text{............ (186)}$$

110. DESARROLLOS DE LAS FUNCIONES GONIOMÉTRICAS DE UN ÁNGULO EN FUNCIÓN DE LAS POTENCIAS DEL ÁNGULO. 1º SENO Y COSENO.

Si en las ecuaciones anteriores hacemos converger a x hacia cero, quedando u invariable, m tomará valores más y más grandes. En el límite $x=0$ y $\frac{\tan x}{x}=\cos^m x=1$.

Para demostrarlo observaremos que el término general de las fórmulas (185) y (186) es:

$$\pm\frac{u}{1}\left(\frac{u}{2}-\frac{x}{2}\right)\left(\frac{u}{3}-\frac{2x}{3}\right)\cdots\left(\frac{u}{n}-\frac{(n-1)x}{n}\right)(\cos x)^{m-n}\left(\frac{\text{sen } x}{x}\right)^n.$$

n es un número par para la fórmula (186) e impar la (185).

Para simplificar haremos $F=(\cos x)^{m-n}\left(\frac{\text{sen } x}{x}\right)^n$; y llamaremos f el valor que toma F cuando se hace $x=0$, entonces el término general es $\pm f\frac{u^n}{n\,!}$.

Para determinar a f supondremos que $x<1^R$, entonces $x<\tan x$ y $F>(\cos x)^{m-n}\left(\frac{\text{sen } x}{x}\right)^n>(\cos x)^m>\sqrt{(1-x^2)^{2m}}$, puesto que se tiene:

$$\cos x=\sqrt{1-\text{sen}^2 x},\ \text{en consecuencia } \cos x>\sqrt{1-x^2},$$

pero

$$(1-x^2)^{2m}=1-\frac{2u}{1}x+\frac{2u}{1}\left(\frac{2u}{2}-\frac{x}{2}\right)x^2-\frac{2u}{1}\left(\frac{2u}{2}-\frac{x}{2}\right)$$

$$\left(\frac{2u}{3}-\frac{2x}{3}\right)x^3+\&.$$

Suponiendo que x es extremadamente pequeño, los términos del segundo miembro irán decreciendo, tomando los dos

primeros tenemos $(1-x^2)^{2m} > 1-2xu$, y con más razón $F > \sqrt{1-2xu}$.

Haciendo $x=0$ el radical se reduce a 1, por consiguiente f no puede ser menor que 1; como los dos factores de que se compone F no pueden ser mayores que 1, el límite f tampoco puede ser mayor que 1, en consecuencia debe tenerse $f=1$ y el término general, es, pues: $\pm\frac{u^2}{n\,!}$. Por consiguiente las fórmulas (185) y (186) se convierten en

$$\operatorname{sen} u = \frac{u}{1} - \frac{u^3}{3!} + \frac{u^5}{5!} - \frac{u^7}{7!} + \& = \frac{(-1)^n u^{2n+1}}{(2n+1)!}\text{; } n \text{ desde 0 hasta el } \infty \ldots \quad (187)$$

$$\cos u - 1 = -\frac{u^2}{2!} + \frac{u^4}{4!} - \frac{u^6}{6!} + \& = \frac{(-1)^n u^{2n}}{2n\,!}\text{; } n \text{ desde 1 hasta el } \infty \ldots. \quad (188)$$

Estas series son convergentes para todos los valores de u, pues la razón de un término al anterior, suponiendo que todos son positivos, es para la primera $\frac{u^2}{2n(2n+1)}$, y para la segunda $\frac{u^2}{2n(2n-1)}$.

111. Desarrollo de tangente. (Método de Chauvenet).[1] —Pasando en (188) 1 al segundo miembro y dividiendo después (187) entre (188) tenemos

$$\tan u = \frac{u - a_3 u^3 + a_5 u^5 - a_7 u^7 + \&.}{1 - a_2 u^2 + a_4 u^4 - a_6 u^6 + \&} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (189)$$

Al ejecutar la división se ve que el cociente contiene potencias impares de u, lo que debe ser, puesto que la tangente,

1 Norteamericano, 24. $\overline{\text{m}}$. 1820—13. d. 1870.

lo mismo que el seno y la cotangente, deben cambiar de signo al mismo tiempo que el del ángulo.

La serie tiene la forma siguiente:

$$\tan u = m_1 u + m_3 u^3 + m_5 u^5 + \& \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (190)$$

No hay término independiente porque para $u = 0$, el primer miembro es cero, deberá serlo el segundo; tomando la derivada se tiene

$$1 + \tan^2 u = m_1 + 3 m_3 u^2 + 5 m_5 u^4 + \& \ldots\ldots\ldots \quad (191)$$

Elevando al cuadrado la (190) resulta:

$$\tan^2 u = m_1 m_1 u^2 + \left. \begin{array}{l} m_1 m_3 \\ + m_3 m_1 \end{array} \right| u^4 + \left. \begin{array}{l} m_1 m_5 \\ + m_3 m_3 \\ + m_5 m_1 \end{array} \right| u^6 + \&.$$

Comparando ésta con la (189) se tienen:

$$m_1 = 1, \quad m_3 = \frac{1}{3}(m_1 m_1), \quad m_7 = \frac{1}{7}(m_1 m_5 + m_3 m_3 + m_5 m_1),$$

$$m_5 = \frac{1}{5}(m_3 m_1 + m_1 m_3), \quad m_9 = \frac{1}{9}(m_1 m_7 + m_3 m_5 + m_5 m_3 + m_7 m_1).$$

Podemos, pues, escribir:

$$m_1 = 1, \quad m_5 = \frac{1}{5}(2 m_3 m_1), \quad m_9 = \frac{1}{9}(2 m_7 m_1 + 2 m_5 m_3),$$

$$m_3 = \frac{1}{3}(m_1 m_1), \; m_7 = \frac{1}{7}(2 m_5 m_1 + m_3 m_3) \; m_{11} = \frac{1}{11}(2 m_9 m_1 + 2 m_7 m_3 + m_5 m_5).$$

Determinando sucesivamente los valores de los coeficientes resulta:

$$\tan u = u + \frac{u^3}{3} + \frac{2u^5}{3.5} + \frac{17\,u^7}{3^2.5.7} + \frac{62\,u^9}{3^2.5.7.9} + \frac{1382\,u^{11}}{3^2.5^2.7.9.11} + \&\ (192)$$

112. Desarrollo de cotangente.—La recíproca de (189) es:

$$\cot u = \frac{1 - a_2\,u^2 + a_4\,u^4 + \&}{u - a_3\,u^3 + a_5\,u^5 + \&}$$

El primer término del cociente es $\frac{1}{u}$, por consiguiente la serie es de la forma:

$$\cot u = \frac{1}{u} - n_1\,u - n_3\,u^3 - n_5\,u^5 - \&\ \dots\dots\dots\dots\ (193)$$

haciendo en ésta $u = 2\,u$ no se altera y se tiene:

$$2 \cot 2\,u = \frac{1}{u} - 2^2\,n_1\,u - 2^4\,n_3\,u^3 - 2^6\,n_5\,u^5 - \&.$$

Por (102) tenemos $\tan u = \cot u - 2 \cot 2\,u$. Substituyendo en ésta los valores de $\cot u$ (193) y $\cot 2\,u$ resulta:

$$\tan u = (2^2 - 1)\,n_1\,u + (2^4 - 1)\,n_3\,u^3 + (2^6 - 1)\,n_5\,u^5 + \&.$$

Comparando los coeficientes de este valor de $\tan u$ con los de (192) en el cual para simplificar los designamos por m_1, m_3, m_5, &, tenemos:

$$n_1 = \frac{m_1}{2^2-1} = \frac{m_1}{1\times 3} = \frac{1}{3}, \quad n_5 = \frac{m_5}{2^6-1} = \frac{m_5}{7\times 9} = \frac{2}{3^3\times 5^2\times 7}$$

$$n_3 = \frac{m_3}{2^4-1} = \frac{m_3}{3\times 5} = \frac{1}{3^2\times 5}, \quad n_7 = \frac{m_7}{2^8-1} = \frac{1}{3^3\times 5^2\times 7};$$

luego

$$\left.\begin{array}{l}\cot u = \frac{1}{u} - \frac{u}{3} - \frac{u^3}{3^2 \times 5} - \frac{2u^5}{3^3 \times 5 \times 7} - \frac{u^7}{3^3 \times 5^2 \times 7} \\ \qquad - \frac{2u^9}{3^3 \times 5 \times 7 \times 9 \times 11} - \& \end{array}\right\} \dots (194)$$

113. Secante y cosecante.—De una manera análoga a lo dicho, § 111, se encuentra:

$$\sec u = 1 + \frac{u^2}{2} + \frac{5u^4}{2^3 \times 3} + \frac{61u^6}{2^4 \times 3^2 \times 5} + \frac{277u^8}{2^7 \times 3^2 \times 7} + \& \quad (195)$$

Y puesto que

$$\mathrm{coc}\, u = \frac{1}{2} \left(\cot \frac{1}{2} u + \tan \frac{1}{2} u\right)$$

encontramos

$$\mathrm{coc} u = \frac{1}{u} + \frac{u}{2 \times 3} + \frac{7u^3}{2^3 \times 3^2 \times 5} + \frac{31u^5}{2^4 \times 3^3 \times 5 \times 7} + \frac{127u^7}{2^7 \times 3^3 \times 5^2 \times 7} + \& \,(196)$$

114. Desarrollo de las funciones goniométricas inversas, $y = \mathrm{sen}^{-1} x$, $y = \tan^{-1} x$, &, en función de x suponiendo que el ángulo está comprendido entre 0 y $\frac{\pi}{2}$.

1º $y = \mathrm{sen}^{-1} x$. Puesto que (177) $y' = \frac{1}{\sqrt{1 - x^2}} = (1 - x^2)^{-\frac{1}{2}}$, desarrollando por la fórmula del binomio tenemos:

$$y' = 1 + \frac{1}{2} x^2 + \frac{1 \times 3}{2 \times 4} x^4 + \frac{1 \times 3 \times 5}{2 \times 4 \times 6} x^6 + \& \dots\dots (197)$$

Vemos que la derivada sólo tiene potencias pares de x, luego en la función primitiva sólo habrá potencias impares; ade-

más, no habrá término independiente porque para $x = 0$, deberá tenerse $y = 0$, será pues de la forma

$$y = m_1 x + m_3 x^3 + m_5 x^5 + \&,$$

tomando la derivada de los dos miembros resulta:

$$y' = m_1 + 3 m_3 x^2 + 5 m_5 x^4 + \&$$

comparando este valor con el de (197) se tiene:

$$m_1 = 1, \quad m_3 = \frac{1}{2 \times 3}, \quad m_5 = \frac{1 \times 3}{2 \times 4 \times 5}, \quad m_7 = \frac{1 \times 3 \times 5}{2 \times 4 \times 6 \times 7}, \&,$$

por consiguiente

$$y = \operatorname{sen}^{-1} x = x + \frac{1}{2} \cdot \frac{x^3}{3} + \frac{1.3}{2.4} \cdot \frac{x^5}{5} + \frac{1.3.5}{2.4.6} \frac{x^7}{7} + \& \ldots (198)$$

2º $y = \cos^{-1} x$, se tiene $\cos^{-1} x = \frac{\pi}{2} - \operatorname{sen}^{-1} x$.

3º $y = \tan^{-1} x$. Por (178) tenemos:

$$y' = (1 + x^2)^{-1} = 1 - x^2 + x^4 - x^6 + \&.$$

Por lo expuesto anteriormente deducimos que la serie que da el valor de y es de la misma forma que la de $\operatorname{sen}^{-1} x$; comparándola con ésta, los coeficientes tienen los siguientes valores:

$$m_1 = 1, \quad m_3 = \frac{-1}{3}, \quad m_5 = \frac{1}{5}, \quad m_7 = \frac{-1}{7}, \&,$$

luego

$$y = \tan^{-1} x = x - \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} - \frac{x^7}{7} + \& + \frac{(-1)^{m-1} x^{2m-1}}{2n-1} \quad (199)$$

115. Esta serie se llama serie de *Leibnitz*[1] subsiste para todos los valores de x comprendidos entre — 1 y + 1, pues se verifica si se cambia x en — x.

La razón del $m + 1$ término al emésimo es $\frac{2m-1}{2m+1}x^2$; en consecuencia la serie sólo es convergente para valores de $x \leqq 1$.

116. Poniendo en (199) por x su valor tan y se tiene la serie de *Gregory.*[2]

$$y = \frac{\tan y}{1} - \frac{\tan^3 y}{3} + \frac{\tan^5 y}{5} - \frac{\tan^7 y}{7} + \& \text{ .... } (200)$$

117. Expresiones del seno y del coseno de un ángulo en función del seno o del coseno de los múltiplos del ángulo.

Sea $x = \cos u + i \operatorname{sen} u$; luego

$$\frac{1}{x} = \frac{1}{\cos u + i \operatorname{sen} u} = \cos u - i \operatorname{sen} u,$$

de las cuales resultan:

$$x^m = (\cos u + i \operatorname{sen} u)^m = \cos m u + i \operatorname{sen} m u$$

y

$$\frac{1}{x^m} = (\cos u - i \operatorname{sen} u)^m = \cos m u - i \operatorname{sen} m u.$$

Por consiguiente

$$\left.\begin{aligned} x + \frac{1}{x} &= 2 \cos u, \quad x - \frac{1}{x} = 2 i \operatorname{sen} u, \\ x^m + \frac{1}{x^m} &= 2 \cos m u, \quad x^m - \frac{1}{x^m} = 2 i \operatorname{sen} m u \end{aligned}\right\} \text{ .... } (201)$$

1 Eminente matemático alemán, 21. j. 1646—14. n. 1716.
2 Inglés, 24. j. 1661—10. 0. 1708.

118. COSENO EMÉSIMO.—Supongamos que m es un entero positivo, si elevamos a la emésima potencia los dos miembros de la primera de (201), tendremos:

$$2^m \cos^m u = \left(x + \frac{1}{x}\right)^m = x^m + m\, x^{m-1}.\ \frac{1}{x} + \frac{m(m-1)}{2\,!} x^{m-2}.\ \frac{1}{x^2} + \& +$$

$$\frac{m(m-1)}{2\,!} x^2.\ \frac{1}{x^{m-2}} + m\, x.\ \frac{1}{x^{m-1}} + \frac{1}{x^m}.$$

Agruparemos los términos equidistantes de los extremos, se tiene:

$$x^m + \frac{1}{x^m} + m\left(x^{m-2} + \frac{1}{x^{m-2}}\right) + m\,\frac{(m-1)}{2\,!}\left(x^{m-4} + \frac{1}{x^{m-4}}\right) + \&,$$

poniendo los valores (188) que corresponden a cada grupo se obtiene:

$$\left.\begin{array}{l} 2^{m-1} \cos^m u = \cos m\,u + \cos(m-2)\,u + \dfrac{m(m-1)}{2\,!} \cos(m-4)\,u \\ \quad + \& + \dfrac{m(m-1)\ \ldots\ (m-n+1)}{n\,!} \cos(m-2n)\,u + \& \end{array}\right\} \ldots (202)$$

El último término que es el central cuando m es par es

$$\frac{m\,(m-1)\ldots\left(\frac{m}{2}+1\right)}{\frac{m}{2}\, 2\,!}$$

y cuando es impar hay dos términos centrales cuya suma es

$$\frac{m\,(m-1)\ldots.(m-2+1)}{2\,!}\left(x + \frac{1}{x}\right),$$

por consiguiente, el último término de (189) es

$$\frac{m\,(m-1)\ldots\frac{1}{2}\,(m+3)}{\frac{1}{2}\,(m-1)\,!}\cos u.$$

119. Seno emésimo.—1º Supongamos que m es entero par y positivo, elevando a la emésima potencia los dos miembros de la segunda de (201) se tiene

$$2^m\,(-1)^{\frac{m}{2}}\,\text{sen}^m u = \left(x - \frac{1}{x}\right)^m = x^m - m\,x^{m-1}.\frac{1}{x} + \frac{m\,(m-1)}{2\,!}\,x^{m-2}\,\frac{1}{x^2} + \&$$

$$+ \frac{m\,(m-1)}{2\,!}\,x^2\left(\frac{1}{x}\right)^{m-2} + m\,x\left(-\frac{1}{x}\right)^{m-1} + \left(-\frac{1}{x}\right)^m.$$

Agruparemos los términos equidistantes de los extremos

$$x^m + \frac{1}{x^m} - m\left(x^{m-2} + \frac{1}{x^{m-2}}\right) + \frac{m\,(m-1)}{2\,!}\left(x^{m-4} + \frac{1}{x^{m-4}}\right) - \&$$

$$-(-1)^{\frac{m}{2}}\,\frac{m\,(m-1)\ldots\left(\frac{m}{2}+1\right)}{\frac{m}{2}\,!};$$

poniendo los valores que corresponden a cada grupo se obtiene

$$2^{m-1}\,(-1)^{\frac{m}{2}}\,\text{sen}^m u = \cos m u - m\cos(m-2)\,u + \frac{m\,(m-1)}{2\,!}\times\left\{\begin{array}{l}\\ \cos(m-4)\,u - \& + (-1)^{\frac{m}{2}}\,\dfrac{m\,(m-1)\ldots\left(\frac{m}{2}+1\right)}{2\cdot\frac{m}{2}\,!}\end{array}\right\}\ldots\ (203)$$

120. 2º Supondremos que m es entero impar y positivo, tenemos

$$2^m(-1)^{\frac{m}{2}}\,\mathrm{sen}^m u=\left(x-\frac{1}{x}\right)^m x^m - m\,x^{m-1}.\frac{1}{x}+\frac{m(m-1)}{2\,!}\,x^{m-2}.\frac{1}{x^2}-\&$$

$$-\frac{m(m-1)}{2\,!}\,x^2.\frac{1}{x^{m-2}}+m\,x\frac{1}{x^{m-1}}-\frac{1}{x^m}.$$

Agrupándolos como anteriormente se tiene

$$x^m-\frac{1}{x^m}-m\left(x^{m-2}-\frac{1}{x^{m-2}}\right)+\frac{m(m-1)}{2\,!}\left(x^{m-4}-\frac{1}{x^{m-4}}\right)-\&$$

$$(-1)^{\frac{m-1}{2}}\frac{m(m-1)\;....\;\frac{1}{2}\;(m+3)}{\frac{m+1}{2}\,!}\left(x-\frac{1}{x}\right),$$

o bien

$$\left.\begin{array}{l} 2^{m-1}(-1)^{\frac{m-1}{2}}\,\mathrm{sen}^m u=\mathrm{sen}\,m\,u-m\,\mathrm{sen}\,(m-2)\,u+\dfrac{m(m-1)}{2\,!} \\ \mathrm{sen}\,(m-4)\,u-\&\,(-1)^{\frac{m-1}{2}}\times\dfrac{m(m-1)...\frac{1}{2}(m+3)}{\frac{m-1}{2}\,!}\,\mathrm{sen}\,u \end{array}\right\}\;....\;(204)$$

121. DETERMINACIÓN DE LOS DIVISORES REALES DEL BINOMIO $x^m \pm 1$, Y DEL TRINOMIO $x^{2m} \pm 2\,x^m \cos \alpha + 1$.

Consideremos el binomio $x^m - 1$, lo igualaremos a cero y sea 1º m par; tendremos las raíces de la ecuación $x^m = 1$, tomando todos los valores de x comprendidos en la expresión $\cos\frac{2k\pi}{m} \pm i\,\mathrm{sen}\,\frac{2k\pi}{m} = x\,....\,(a)$.

En efecto, si $k = 0$, se tiene $x = 1$, si $k = \frac{m}{2}$, $x = -1$, entonces

$$x^m - 1 = (x-1)(x+1)\,\mathrm{P},$$

siendo P el producto de los $m - 2$ factores obtenidos en haciendo $k = 1, 2, \&, \frac{m}{2} - 1$. El producto de los factores

$$x - \cos\frac{2k\pi}{m} - i\,\mathrm{sen}\,\frac{2k\pi}{m}$$

y

$$x - \cos\frac{2k\pi}{m} + i\,\mathrm{sen}\,\frac{2k\pi}{m}$$

es el factor real

$$\left(x - \cos\frac{2k\pi}{m}\right)^2 + \mathrm{sen}^2\frac{2k\pi}{m} = x^2 - 2\,x\cos\frac{2k\pi}{m} + 1,$$

luego

$$\left.\begin{array}{l} x^m - 1 = (x-1)(x+1)\left(x^2 - 2\,x\cos\frac{2\pi}{m} + 1\right)\left(x^2 - 2\,x\cos\frac{4\pi}{m} + 1\right) \times \\ \quad \left(x^2 - 2\,x\cos\frac{m-4}{m}\pi + 1\right)\left(x^2 - 2\,x\cos\frac{m-2}{m}\pi + 1\right) \end{array}\right\} \quad (205)$$

2º m impar, dándole a k los valores 0, 1, 2, &, $\frac{m-1}{2}$, tendremos que

$$\left.\begin{array}{l} x^m - 1 = (x-1)\left(x^2 - 2\,x\cos\frac{2\pi}{m} + 1\right)\left(x^2 - 2\,x\cos\frac{4\pi}{m} + 1\right) \times \ldots. \\ \quad \left(x^2 - 2\,x\cos\frac{m-3}{m}\pi + 1\right)\left(x^2 - 2\,x\cos\frac{m-1}{m}\pi + 1\right) \end{array}\right\} \ldots.. \quad (206)$$

como vemos, sólo tiene x una raíz real igual a 1.

Es inútil dar a k valores negativos, porque si ponemos en (a) $-k$ por k, los dos valores de dicha fórmula sólo cambian y resulta $\mp$ en vez de $\pm$; si se hace $k \overline{\overline{>}} m$, equivale a restar del ángulo $\frac{2k\pi}{m}$ uno o varios gonios, lo cual no cambia ni el coseno ni el seno; por consiguiente, x sólo tiene m raíces, todas diferentes.

122. Consideremos ahora el binomio $x^m + 1 = 0$, se obtiene $x = -1$, para tener el coseno igual a -1 es necesario que haya un número impar de semicircunferencias; en consecuencia, debe ser el valor de x de la forma:

$$\cos \frac{2k+1}{m}\pi \pm i \operatorname{sen} \frac{2k+1}{m}\pi = x,$$

si m es par haremos

$$k = 0, 1, 2, \&, \frac{m}{2} - 1$$

y si m es impar se hará

$$k = 0, 1, 2, \&, \frac{m-3}{2}$$

y como

$$\left(x - \cos \frac{2k+1}{m}\pi\right)^2 + \operatorname{sen}^2 \frac{2k+1}{m}\pi = x^2 - 2x \cos \frac{2k+1}{m}\pi + 1$$

obtendremos las fórmulas siguientes.

Para m par, todas las raíces son cantidades complexas, luego

$$\left.\begin{array}{l} x^m + 1 = (x^2 - 2x\cos\frac{\pi}{m} + 1)(x^2 - 2x\cos\frac{3\pi}{m} + 1)\times \\ \qquad (x^2 - 2x\cos\frac{m-3}{m}\pi + 1)(x^2 - 2x\cos\frac{m-2}{m}\pi + 1) \end{array}\right\} \ldots\ldots (207)$$

y para m impar

$$\left.\begin{array}{l} x^m + 1 = (x+1)(x^2 - 2x\cos\frac{\pi}{m} + 1)(x^2 - 2x\cos\frac{3\pi}{m} + 1)\times \\ \qquad (x^2 - 2x\cos\frac{m-4}{m}\pi + 1)(x^2 - 2x\cos\frac{m-2}{m}\pi + 1) \end{array}\right\} (208)$$

123. Para obtener los $2m$ factores en que se descompone el trinomio $x^{2m} - 2x^m\cos a + 1$, lo igualaremos a cero, y las m raíces de la ecuación que resulta nos las dan la expresión

$$\cos\frac{2k\pi + a}{m} \pm i\,\text{sen}\,\frac{2k\pi + a}{m},$$

haciendo a $k = 0, 1, \&, m-1$. Los dos factores lineales que corresponden a dos raíces conjugadas son:

$$x - \cos\frac{2k\pi + a}{m} + i\,\text{sen}\,\frac{2k\pi + a}{m}$$

y

$$x - \cos\frac{2k\pi + a}{m} - i\,\text{sen}\,\frac{2k\pi + a}{m}$$

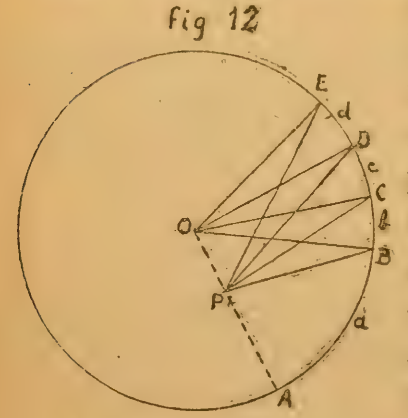
cuyo producto es

$$x^2 - 2x\cos\frac{2k\pi + a}{m} + 1,$$

luego

$$\left.\begin{array}{r} x^{2m} - 2\,x^m \cos a + 1 = (x^2 - 2\,x \cos \frac{a}{m} + 1) \\ (x^2 - 2\,x \cos \frac{2\,\pi + a}{m} + 1)\ (x^2 - 2\,x \cos \frac{4\,\pi + a}{m} + 1) \times \\ (x^2 - 2\,x \cos \frac{(2\,m - 4)\,\pi + a}{m} + 1) \\ (x^2 - 2\,x \cos \frac{(2\,m - 2)\,\pi + a}{m} + 1) \end{array}\right\} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (209)$$

124. Propiedad del círculo de Moivre.—(Fig. 12). Sea O el centro de la circunferencia, la cual dividiremos en m partes iguales. BC, CD, &, a partir de un punto cualquiera B; sea P un punto colocado a cualquier distancia de O, pero que forme un ángulo $\widehat{POB} = a$ que se nos da, uniremos los puntos B, C, D, &, con O y con P. Los triángulos POB, POC &, dan



$$\overline{PB}^2 = \overline{PO}^2 + \overline{OB}^2 - 2\,PO \times OB \cos a,$$

$$\overline{PC}^2 = \overline{PO}^2 + \overline{OC}^2 - 2\,PO \times OC \cos \left(\frac{2\,\pi}{m} + a\right),$$

$$\overline{PD} = \overline{PO} + \overline{OD}^2 - 2\,PO \times OD \cos \left(\frac{4\,\pi}{m} + a\right),$$

....

Multiplicando ordenadamente estas igualdades, observando que $OB = OC = OD$, &, tenemos

$$\overline{PB}^2 \times \overline{PC}^2 \times \overline{PD}^2 = \overline{PO}^{2m} + \overline{OB}^{2m} - \overline{2\,OP}^m\ \overline{OB}^m$$

$$\left[\cos a \times \cos\left(\frac{2\pi}{m} + a\right) \times \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\right],$$

pero el factor que está dentro del [ ] es por (196) igual a $\cos m\,a$, en consecuencia se tiene

$$\overline{PB}^2 \times \overline{PC}^2 \ldots\ldots\ldots = \overline{PO}^{2m} - \overline{2\,OP}^m \times \overline{OB}^m \cos m\,a + \overline{OB}^{2m} \ldots. \ (110)$$

es decir que:

El producto de los cuadrados de las distancias que hay desde un punto dado situado en el plano de una circunferencia a las m *divisiones iguales en que se ha dividido dicha circunferencia, es igual al trinomio* $x^{2m} - 2x^m \cos n\,a + 1$; *representando por* x *la distancia que hay del punto dado al centro del círculo.*

125. Observaciones.—Si $\cos a = \pm 1$, se tienen $(x^m \pm 1)^2$, cuyos casos los excluímos por haberlos tratado anteriormente.

Si el punto P está sobre la circunferencia, se tiene $OP = CB$, luego

$$2\,\overline{OB}^m \operatorname{sen} \frac{m\,a}{2} = PB \times PC \times \&\qquad \text{hasta } m \text{ factores.}$$

126. Propiedad del círculo de Cotes. [1] En el caso par-

---

1 Inglés, 10. j 1682 — 5. j. 1716.

ticular que se tenga $\widehat{AOB} = \widehat{BOC} = \&$, resulta que $\alpha = \frac{2\pi}{m}$ o $m\alpha = 2\pi$, la fórmula (210) da

$$(\overline{OP}^m - \overline{OB}^m)^2 = \overline{PB}^2 \times \overline{PC}^2 \times \ldots\ldots\ m \text{ factores},$$

o extrayendo la raíz cuadrada

$$\overline{OP}^2 - \overline{OB}^2 = PB \times PC \times \ldots\ldots\ m \text{ factores}.$$

Si dividimos los $\widehat{AOB}$, $\widehat{BOC}$, & en dos partes iguales las bisectrices pasarán por los puntos a, b, &, y se tiene

$$\overline{OP}^{2m} - \overline{OB}^{2m} = Pa \times PB \times Pb \times PC \times \& \ldots\ldots\ 2m \text{ factores}.$$

Dividiendo esta cantidad entre la anterior, resulta

$$\overline{OP}^m + \overline{OB}^m = Pa \times Pb \times \& \ldots\ldots\ m \text{ factores} \ldots\ldots\ (211)$$

Es decir que *el producto de todas las rectas tiradas desde un punto a las divisiones pares e iguales en que se divide una circunferencia es igual a la diferencia* $x^m - 1$, *y el producto de todas aquellas que se tiran desde el mismo punto a las divisiones impares es igual a* $x^m + 1$.

127. Como vemos, los teoremas de *Moivre* y de *Cotes* nos dan respectivamente una representación geométrica de los divisores reales del trinomio $x^m - 2x^m \cos\alpha + 1$, y del binomio $x^m \pm 1$.

128. Si dividimos los dos miembros de las ecuaciones (205) y (206) entre $x - 1$, su primer miembro se convierte en

$x^{m-1} + x^{m-2} + \& + 1$, haciendo $x = 1$, en estas ya transformadas, así como en las (207) y (208) tenemos:

$$m = 2^{\frac{m}{2}} \left(1 - \cos \frac{2\pi}{m}\right) \left(1 - \cos \frac{4\pi}{m}\right) \ldots\ldots \times \left(1 - \cos \frac{(m-4)\pi}{m}\right) \left(1 - \cos \frac{(m-2)\pi}{m}\right);$$

$$m = 2^{\frac{m-1}{2}} \left(1 - \cos \frac{2\pi}{m}\right) \left(1 - \cos \frac{4\pi}{m}\right) \ldots\ldots \times \left(1 - \cos \frac{(m-3)\pi}{m}\right) \left(1 - \cos \frac{(m-1)\pi}{m}\right),$$

$$2 = 2^{\frac{m}{2}} \left(1 - \cos \frac{\pi}{m}\right) \left(1 - \cos \frac{3\pi}{m}\right) \ldots\ldots \times \left(1 - \cos \frac{(m-3)\pi}{m}\right) \left(1 - \cos \frac{(m-1)\pi}{m}\right),$$

$$2 = 2^{\frac{m+1}{2}} \left(1 - \cos \frac{\pi}{m}\right) \left(1 - \cos \frac{3\pi}{m}\right) \ldots\ldots \times \left(1 - \cos \frac{(m-4)\pi}{m}\right) \left(1 - \cos \frac{(m-2)\pi}{m}\right).$$

Extrayendo la raíz cuadrada resultan

$$\sqrt{m} = 2^{\frac{m-1}{2}} \operatorname{sen} \frac{2\pi}{2m} \operatorname{sen} \frac{4\pi}{2m} \ldots \times \operatorname{sen} \frac{(m-4)\pi}{2m} \operatorname{sen} \frac{(m-2)\pi}{2m} \ldots\ldots (212)$$

$$\sqrt{m} = 2^{\frac{m-1}{2}} \operatorname{sen} \frac{2\pi}{2m} \operatorname{sen} \frac{4\pi}{2m} \ldots \times \operatorname{sen} \frac{(m-3)\pi}{2m} \operatorname{sen} \frac{(m-1)\pi}{2m} \ldots\ldots (213)$$

$$1 = 2^{\frac{m-1}{2}} \operatorname{sen} \frac{\pi}{2m} \operatorname{sen} \frac{3\pi}{2m} \ldots \times \operatorname{sen} \frac{(m-3)\pi}{2m} \operatorname{sen} \frac{(m-1)\pi}{2m} \ldots (214)$$

$$1 = 2^{\frac{m-1}{2}} \operatorname{sen} \frac{\pi}{2m} \operatorname{sen} \frac{3\pi}{2m} \ldots \times \operatorname{sen} \frac{(m-4)\pi}{2m} \operatorname{sen} \frac{(m-2)\pi}{2m} \ldots\ldots (215)$$

129. Fórmulas de Euler. La serie que da el desarrollo de un número en función de su logaritmo neperiano es [1]

$$e^x = 1 + \frac{x}{1!} + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \frac{x^4}{4!} + \&.$$

---

1 Véase mi álgebra, páginas 82 y 83.

Si substituímos sucesivamente por x, iz y $-iz$ tenemos

$$e^{iz}=1+\frac{iz}{1!}-\frac{z^2}{2!}-\frac{iz^3}{3!}+\frac{z^4}{4!}+\frac{iz^5}{5!}-\&$$

$$=1-\frac{z^2}{2!}+\frac{z^4}{4!}-\&+i\left(\frac{z}{1!}-\frac{z^3}{3!}+\frac{z^5}{5!}-\&\right),$$

$$e^{-iz}=1-\frac{iz}{1!}-\frac{z^2}{2!}+\frac{iz^3}{3!}+\frac{z^4}{4!}-\frac{iz^5}{5!}-\&$$

$$=1-\frac{z^2}{2!}+\frac{z^4}{4!}-\&-i\left(\frac{z}{1!}-\frac{z^3}{3!}+\frac{z^5}{5!}-\&\right),$$

Sustituyendo por la cantidad independiente de i y por el factor de i sus valores (188) y (187) se tienen

$$e^{iz}=\cos z+i\,\text{sen}\, z, \qquad e^{-zi}=\cos z-i\,\text{sen}\, z.$$

Por adición y substracción, y tomando la mitad, se obtienen las siguientes fórmulas, llamadas fórmulas de *Euler:*

$$\text{sen}\, z=\frac{e^{iz}-e^{-iz}}{2i}, \qquad \cos z=\frac{e^{iz}+e^{-iz}}{2} \quad \ldots\ldots\ldots (216)$$

Dividiendo la primera entre la segunda, se tiene:

$$\tan z=\frac{e^{iz}-e^{-iz}}{i(e^{iz}+e^{-iz})}=\frac{e^{2iz}-1}{(e^{2iz}+1)i} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (217)$$

130. FÓRMULA DE LAGRANGE.[1] *Dada la ecuación* $\tan x = p \tan u$, *expresar* $x \pm u$ *en una serie de múltiplos de* u.

Poniendo en esta ecuación por $\tan x$ y $\tan u$ sus valores (217) y haciendo para abreviar

$$2ix=t, \quad 2iu=r, \quad \frac{1-p}{1+p}=q,$$

---

[1] Eminentísimo matemático francés, 25, e. 1736—10, a. 1813.

tenemos

$$\frac{e^t - 1}{e^t + 1} = p\,\frac{e^v - 1}{e^v + 1},$$

o

$$e^t\,(e^v + 1 - p\,e^v + p) = p\,e^v - p + e^v + 1,$$

de donde

$$e^t = e^v\,\frac{p + 1 - e^{-v}\,(p - 1)}{p + 1 - e^v\,(p - 1)} \text{ .... } (218)$$

o bien

$$e^{t-v} = \frac{1 - q\,e^{-v}}{1 - q\,e^v}.$$

Tomando los logaritmos neperianos y desarrollando por la fórmula

$$\mathrm{L}\,(1 - n) = -n - \frac{n^2}{2} - \frac{n^3}{3} - \&\,[1],$$

resulta

$$t - v = \mathrm{L}\,(1 - q\,e^{-v}) - \mathrm{L}\,(1 - q\,e^v) = -q\,e^{-v} - \frac{q^2\,e^{-2v}}{2} - \frac{q^3\,e^{-3v}}{3} - \& +$$

$$q\,e^v + \frac{q^2\,e^{2v}}{2} + \frac{q^3\,e^{3v}}{3} + \&.$$

Poniendo por t y v sus valores, se tiene

$$x - u = q\,\frac{e^{2iu} - e^{-2iu}}{2\,i} + \frac{q^2}{2}\,\frac{e^{4iu} - e^{-4iu}}{2\,i} + \frac{q^3}{3}\,\frac{e^{6iu} - e^{-6iu}}{2\,i} + \&$$

---

1 Véase mi Algebra, pág. 83.

o por (216) resulta finalmente

$$x - u = q \operatorname{sen} 2u + \frac{q^2}{2} \operatorname{sen} 4u + \frac{q^3}{3} \operatorname{sen} 6u + \& \ldots\ldots \quad (219)$$

131. Si se multiplican los dos miembros de (218) por c^{v} y se hacen las mismas transformaciones que acabamos de ejecutar se tiene

$$x + u = -\frac{\operatorname{sen} 2u}{q} - \frac{\operatorname{sen} 4u}{2q^2} - \frac{\operatorname{sen} 6u}{3q^3} - \& \ldots\ldots\ldots \quad (220)$$

La fórmula subsiste si a x o a u se les agrega un número entero de semicircunferencias, podemos poner $x + k'\pi$ en lugar de x y $u + k''\pi$ en lugar de u en las fórmulas anteriores.

Haciendo esta substitución, llamando k a la diferencia $k'' - k'$ se tienen

$$x - u = k\pi + \frac{q}{1} \operatorname{sen} 2u + \frac{q^2}{2} \operatorname{sen} 4u + \frac{q^3}{3} \operatorname{sen} 6u + \&$$

$$x + u = k\pi - \frac{\operatorname{sen} 2u}{q} - \frac{\operatorname{sen} 4u}{2q^2} - \frac{\operatorname{sen} 6u}{3q^3} - \&$$

En cuyas fórmulas x y u están expresadas en parte del radio.

132. Descomposición de las funciones seno y coseno en factores.—Si en la igualdad (187) sacamos a u como factor común tenemos

$$\operatorname{sen} u = u \left(1 - \frac{u^2}{3\,!} + \frac{u^4}{5\,!} + \right),$$

los factores de la serie que está dentro del paréntesis así como los de (188) evidentemente son de la forma $1 - \frac{u^2}{n}$, n es

constante, pero tiene un valor diferente en cada factor. Para determinar su valor, observaremos que si el primer miembro se reduce a cero para algún valor de u, el segundo miembro también debe nulificarse, para lo cual basta que uno de los factores en que lo suponemos descompuesto se reduzca a cero. En general, siempre que se haga en la primera $u = k\pi$ y en la segunda $u = (2\,k + 1)\frac{\pi}{2}$ se tiene $\cos u = 0$, luego

$$1 - \frac{k^2\,\pi^2}{n} = 0, \quad \text{y} \quad 1 - \frac{(2k + 1)^2\;\pi^2}{2^2\,n} = 0,$$

de donde

$$n = k^2\,\pi^2, \qquad \text{y} \qquad n = \frac{(2k + 1)^2\;\pi^2}{2^2}$$

En consecuencia, haciendo sucesivamente en la primera $k = 1, 2$, &, y en la segunda $k = 0, 1$, &, tenemos

$$\text{sen}\,u = u\left(1 - \frac{u^2}{\pi^2}\right)\left(1 - \frac{u^2}{2^2\pi^2}\right)\left(1 - \frac{u^2}{3^2\,\pi^2}\right) \times \&\ldots. \quad (221)$$

$$\cos u = \left(1 - \frac{4u^2}{\pi^2}\right)\left(1 - \frac{4u^2}{3^2\,\pi^2}\right)\left(1 - \frac{4^2\,u^2}{5^2\,\pi^2}\right) \times \&\ldots.. \quad (222)$$

133. Fórmula de Wallis.[1] — Si en la fórmula (222) representamos por H el producto de todos los factores con excepción del primero, podemos escribirla así:

$$\cos u = \left(1 - \frac{2u}{\pi}\right)\left(1 + \frac{2u}{\pi}\right)\text{H} = \frac{2}{\pi}\left(\frac{\pi}{2} - u\right)\left(1 + \frac{2u}{\pi}\right)\text{H}$$

---

1 Inglés, 23. n. 1616—28. o 1703.

de donde

$$\frac{\pi}{2}\,\frac{\operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{2}-u\right)}{\frac{\pi}{2}-u}=\left(1+\frac{2u}{\pi}\right)\left(1-\frac{4u^2}{9\pi^2}\right)\left(1-\frac{4u^2}{25\pi^2}\right)\&$$

Haciendo $u=\frac{\pi}{2}$, resulta

$$\frac{\pi}{2}=2\left(1-\frac{1}{9}\right)\left(1-\frac{1}{25}\right)\left(1-\frac{1}{49}\right)\times\&\ \ldots. \quad (223)$$

o

$$\pi=\frac{2}{1}\times\frac{2}{3}\times\frac{4}{3}\times\frac{4}{5}\times\frac{6}{5}\times\frac{6}{7}\times\frac{8}{7}\times\frac{8}{9}\times\&\ldots \quad (224)$$

Esta es la fórmula de Wallis da el valor de $\frac{\pi}{2}$ como límite del producto de un número infinito de factores, alternativamente mayores y menores que la unidad.

134. Cálculo de la razón de la circunferencia al diámetro.—Método de Euler.—Si ponemos $\frac{\pi}{4}=p+q$ y hacemos $\tan p=\frac{1}{2}$, resulta $\tan q=\frac{1}{3}$, reemplazando p y q por sus valores (199) resulta

$$\left(\frac{\pi}{4}=\frac{1}{2}-\frac{1}{3.2^3}+\frac{1}{5.2^5}-\ldots\right)+\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{3.3^3}+\frac{1}{5.3^5}-\ldots\right).$$

135. Se obtienen series más convergentes haciendo

$$\tan p=\frac{1}{5},$$

entonces

$$\tan 2p=\frac{2\tan p}{1-\tan^2 p}=\frac{5}{12},\quad \tan 4p=\frac{2\tan 2p}{1-\tan^2 2p}=\frac{120}{119},$$

se ve que $4p$ difiere poco de $\frac{\pi}{4}$; si ponemos

$$\frac{\pi}{4} = 4p - q,$$

resulta

$$\tan q = \frac{\tan 4p - 1}{1 + \tan 4p} = \frac{1}{239},$$

poniendo por p y q sus valores (199) se tiene

$$\frac{\pi}{4} = 4\left(\frac{1}{5} - \frac{1}{3.5^3} + \frac{1}{5.5^5} - \dots\right) - \left(\frac{1}{239} - \frac{1}{3.239^3} + \dots\right),$$

esta fórmula se llama de *Machin.*[1]

136. Si se pone

$$\frac{\pi}{4} = 2\tan^{-1}\frac{1}{3} + \tan^{-1}\frac{1}{7},$$

es la serie empleada por Clausen.[2]

$$\tan^{-1}\frac{1}{2} + \tan^{-1}\frac{1}{5} + \tan^{-1}\frac{1}{8},$$

es la serie empleada por *Dase.*[3]

$$\frac{\pi}{2} = 4\tan^{-1}\frac{1}{5} - \tan^{-1}\frac{1}{70} + \tan^{-1}\frac{1}{99},$$

fué empleada por *Rutherford.*[4]

---

1 Inglés.
2 Alemán, 16. e. 1801—24. my. 1885.
3 Alemán, 23. j. 1824.—11. s. 1861.
4 Inglés.

CAPITULO VII

TABLAS DE LAS FUNCIONES GONIOMETRICAS

137. Para que las razones goniométricas sean útiles, es preciso tener una tabla en la cual se encuentre, enfrente de los valores de ángulos equidistantes, por ejemplo, de grado en grado, o de 10″ en 10″ los valores de sus funciones goniométricas, o mejor los valores de los logaritmos de estas funciones.

138. Teorema.—En todo arco menor que $\frac{\pi}{2}$ trazado con un radio igual a la unidad:

1º *El arco está comprendido entre su seno y su tangente.* 2º *A medida que el arco tiende hacia cero, las razones* $\frac{\text{sen } a}{a}$, $\frac{\tan a}{a}$, *tienden hacia un límite que es igual a la unidad.* 3º *La diferencia entre un arco y su seno es menor que la cuarta y aun que la sexta parte del cubo del arco.*

1º Prolongando (fig. 5) nc hasta n' y tirando la tangente dd' tenemos $\widehat{nn'} > nn'$, $nn' < md + md'$, tomando la mitad en cada una de estas desigualdades se tienen

$$\widehat{a} > \text{sen } a, \qquad \widehat{a} < \tan a.$$

2º Puesto que sen $a < \widehat{a} < \frac{\text{sen } a}{\cos a}$, si dividimos entre sen a tenemos

$$1 < \frac{a}{\text{sen } a} < \frac{1}{\cos a};$$

es decir, que la razón $\frac{a}{\text{sen } a}$ está comprendida entre la unidad y $\frac{1}{\cos a}$ cuyo límite es 1 para $a = 0$, luego

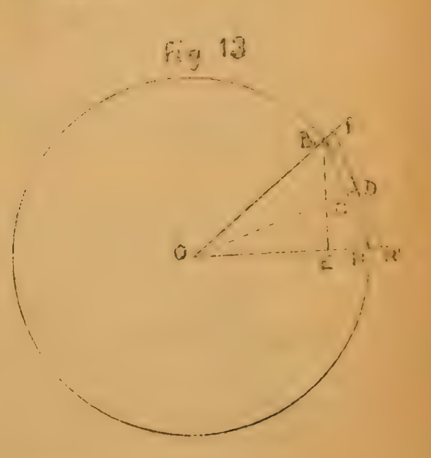
$$\text{lím.} \frac{a}{\text{sen } a} = 1, \quad \text{o} \quad \text{lím.} \frac{\text{sen } a}{a} = 1.$$

Por otra parte se tiene

$$\frac{\tan a}{a} = \frac{\text{sen } a}{a} \times \frac{1}{\cos a}$$

luego

$$\text{lím.} \frac{\tan a}{a} = \text{lím.} \frac{\text{sen } a}{a} \times \text{lím.} \frac{1}{\cos a} = 1.$$



3º Tenemos (fig. 13) sup. sector BNO — sup. triang. BNO = sup. segmento BDCN < sup. rectángulo FN, pero

$$\text{sup. sector BNO} = \frac{\widehat{a}\pi}{360} = a,$$

$$\text{sup. triángulo BNO} = \frac{\text{ON} \times \text{BE}}{2} = \frac{\text{sen } a}{2},$$

$$\text{sup. rectángulo FN} = \text{BN} \times \text{CD} = 2 \text{ sen} \frac{a}{2}\left(1 - \cos \frac{a}{2}\right) = 4 \text{ sen} \frac{a}{2} \cdot \frac{\text{sen}^2 a}{4},$$

es decir,

$$a - \text{sen } a < 2 \times 4 \text{ sen} \frac{a}{2} \text{ sen}^2 \frac{a}{4};$$

con mayor razón subsiste la desigualdad si se reemplaza sen $\frac{a}{2}$

por una cantidad mayor $\frac{a}{2}$, luego

$$a - \text{sen}\, a < 8\, \frac{a}{2} \times \frac{a^2}{16} < \frac{a^3}{4}$$

Por otra parte tenemos (100):

$$\text{sen}\, x = 3\, \text{sen}\, \frac{x}{3} - 4\, \text{sen}^3 \frac{x}{3} = 3\left(3\, \text{sen}\, \frac{x}{3^2} - 4\, \text{sen}^3 \frac{x}{3^2}\right)$$

$$- 4\, \text{sen}^3 \frac{x}{3} = 3^2\, \text{sen}\, \frac{x}{3^2} - 4\, \text{sen}^3 \frac{x}{3} - 4 \times 3\, \text{sen}^3 \frac{x}{3^2} = 3^2 \times$$

$$\left(3\, \text{sen}\, \frac{x}{3^3} - 4\, \text{sen}^3 \frac{x}{3^3}\right) - 4\, \text{sen}^3 \frac{x}{3} - 4 \times 3\, \text{sen}^3 \frac{x}{3^2} = 3^3\, \text{sen}\, \frac{x}{3^3} - 4 \times$$

$$\left(\text{sen}^3 \frac{x}{3} + 3\, \text{sen}^3 \frac{x}{3^2} + 3^2\, \text{sen}^3 \frac{x}{3^3}\right).$$

Prosiguiendo de este modo veríamos que

$$\text{sen}\, x = 3^m\, \text{sen}\, \frac{x}{3^m} - 4\left(\text{sen}^3 \frac{x}{3} + 3\, \text{sen}^3 \frac{x}{3^2} + \& + 3^{m-1}\, \text{sen}\, \frac{x}{3^m}\right).$$

Pero acabamos de ver que

$$\text{sen}\, x > 3^m\, \text{sen}\, \frac{x}{3^m} - 4\left(\frac{x^3}{3^3} + \frac{x^3}{3^5} + \& + \frac{x^3}{3^{2m+1}}\right),$$

y la suma de los términos de la progresión geométrica es

$$\frac{x^3}{3}\, \frac{1 - \frac{1}{3^{2m}}}{3^2 - 1},$$

Si la cantidad m aumenta indefinidamente el primer término del segundo miembro tiene por límite x y 1 es el límite

del numerador del segundo término, por consiguiente resulta

$$\operatorname{sen} x > x - \frac{x^3}{6}.$$

139. Construcción de tablas de las funciones goniométricas.—Para tener los valores de las funciones goniométricas basta calcularlos para los ángulos comprendidos entre 0 y $\frac{\pi}{4}$, puesto que los ángulos $\frac{\pi}{4}+x$ y $\frac{\pi}{4}-x$, tienen las mismas funciones goniométricas (§23). Supongamos que queremos tener una tabla de 10″ en 10″ tenemos

$$\widehat{10''} > \operatorname{sen} 10'' > \widehat{10''} - \frac{(\widehat{10})^3}{4},$$

pero

$$\widehat{10''} = 0.000048481368110953 \text{ y } \frac{(\widehat{10})^3}{4} = 0.00000\ 00000\ 00028,$$

luego seno 10″ está comprendido entre los números

$$\left.\begin{cases} 0.00004\ 84813\ 68110 \\ 0.00004\ 84813\ 68082 \end{cases}\right\} \text{ o bien, } \operatorname{sen} 10'' = 0.00004\ 84813\ 68096,$$

tomando el promedio con un error de media unidad del último orden decimal. Luego se calcula cos 10″ por la fórmula (13) y se obtiene cos 10″ = 0.99999 99988 248.

Si en las fórmulas (90) y (92) hacemos $x = 10''$ y m sucesivamente igual a 2, 3, 4, &, se obtienen los valores de

sen 20″	cos 20″
sen 30″	cos 30″
&	&

Se facilita el cálculo aritmético observando que siempre es factor 2 cos 10″, cuyo valor, muy próximo a 2, es 1.99999 99976 496 = 2 — d, representando por d la cantidad

0.00000 00023 504. De esto resulta que poniendo en (90) y (92) $2-d$ en lugar de $2\cos 10''$ se tienen

$$\text{sen } 20''=2\text{ sen } 10''-d\text{ sen } 10'',\qquad \cos 20''=2\cos 10''-d\cos 10''-1,$$

$$\text{sen } 30''=2\text{ sen } 20''-d\text{ sen } 20''-\text{sen } 10'',\qquad \cos 30''=2\cos 20''-d\cos 20''-\cos 10'',$$

$$\text{sen } 40''=2\text{ sen } 30''-d\text{ sen } 30''-\text{sen } 20'',\qquad \cos 40''=2\cos 30''-d\cos 30''-\cos 20''.$$

& &

De esta manera se prosigue hasta tener seno de 30° y cos de 30°, después se termina por simples substracciones: en efecto, de (126) y (129) se deducen

$$\text{sen }(30°+u)=\cos u-\text{sen }(30°-u)$$

$$\cos(30°+u)=\cos(30°-u)-\text{sen } u$$

De vez en cuando se verifican los resultados por las fórmulas (137) o (138).

Los valores de las funciones goniométricas restantes se obtienen por divisiones (6, 10, 11 y 12) &. Las tablas I vol. 2º dan los valores del seno, tangente, cotangente y coseno, de 10″ en 10″ y la tabla II da los valores de las mismas funciones de 10″ en 10″.

140. Construcción de tablas de logaritmos de las funciones goniométricas.—Para tener los logaritmos de las funciones goniométricas tomaremos los logaritmos de las cantidades que están en los dos miembros de las igualdades (221) y (222) después de haber puesto por u el valor $\frac{m}{n}\cdot\frac{\pi}{2}$ tendremos

$$\text{L sen}\frac{m\pi}{2n}=\text{L}\frac{m\pi}{2n}+\text{L}\left(1-\frac{m^2}{4n^2}\right)+\text{L}\left(1-\frac{m^2}{16n^2}\right)+\text{L}\left(1-\frac{m^2}{36n^2}\right)+\&,$$

$$\text{L cos}\frac{m\pi}{2n}=\text{L}\left(1-\frac{m^2}{n^2}\right)+\text{L}\left(1-\frac{m^2}{9n^2}\right)+\text{L}\left(1-\frac{m^2}{25n^2}\right)+\text{L}\left(1-\frac{m^2}{49n^2}\right)+\&.$$

Desarrollando en serie todos los logaritmos de los segundos miembros, excepto el primer término y $L\left(1-\frac{m^2}{4n^2}\right)$, sacando como factor común a las potencias semejantes de $\frac{m}{n}$ y multiplicando por el módulo M para tener los logaritmos vulgares se tienen:

$$\log \operatorname{sen}\frac{m\pi}{2n}=\log m+\log(2n-m)+\log(2n+m)-3\log n$$

$$+\bar{1}.59405\ 98857\ 02190\ 27.$$

$$-\frac{m^2}{n^2}\,0.07002\ 28266\ 05901\ 92-\frac{m^4}{n^4}\,0.00111\ 72664\ 41661\ 85$$

$$-\frac{m^6}{n^6}\,0.00003\ 92291\ 46453\ 92-\frac{m^8}{n^8}\,0.00000\ 17292\ 70798\ 36$$

$$-\frac{m^{10}}{n^{10}}\,0.00000\ 00843\ 62986\ 30-\frac{m^{12}}{n^{12}}\,0.00000\ 00043\ 48715\ 50$$

$$-\frac{m^{14}}{n^{14}}\,0.00000\ 00002\ 31931\ 21-\frac{m^{16}}{n^{16}}\,0.00000\ 00000\ 12659\ 07$$

$$-\frac{m^{18}}{n^{18}}\,0.00000\ 00000\ 00702\ 68-\frac{m^{20}}{n^{20}}\,0.00000\ 00000\ 00039\ 51$$

$$-\frac{m^{22}}{n^{22}}\,0.00000\ 00000\ 00002\ 24-\frac{m^{24}}{n^{24}}\,0.03000\ 00000\ 00000\ 13.$$

$$\log\cos\frac{m\pi}{2n}=\log(n-m)+\log(n+m)-2\log n$$

$$-\frac{m^2}{n^2}\,0.10149\ 48593\ 41892\ 80$$

$$-\frac{m^4}{n^4}\,0.00318\ 72940\ 65451\ 07-\frac{m^6}{n^6}\,0.00020\ 94858\ 00017\ 42$$

$$-\frac{m^8}{n^8}0.00001\ 68483\ 48598\ 31-\frac{m^{10}}{n^{10}}0.00000\ 14801\ 93986\ 90$$

$$-\frac{m^{12}}{n^{12}}0.00000\ 01365\ 02272\ 23-\frac{m^{14}}{n^{14}}0.00000\ 00129\ 81714\ 74$$

$$-\frac{m^{16}}{n^{16}}0.00000\ 00012\ 61471\ 15-\frac{m^{18}}{n^{18}}0.00000\ 00001\ 24567\ 12$$

$$-\frac{m^{20}}{n^{20}}0.00000\ 00000\ 12455\ 90-\frac{m^{22}}{n^{22}}0.00000\ 00000\ 01258\ 14$$

$$-\frac{m^{24}}{n^{24}}0.00000\ 00000\ 00128\ 14-\frac{m^{26}}{n^{26}}0.00000\ 00000\ 00013\ 14$$

$$-\frac{m^{28}}{n^{28}}0.00000\ 00000\ 00001\ 36-\frac{m^{30}}{n^{30}}0.00000\ 00000\ 00000\ 14$$

$$-\frac{m^{32}}{n^{32}}0.00000\ 00000\ 00000\ 01-\frac{m^{34}}{n^{34}}0.00000\ 00000\ 00000\ 00$$

Si se desean obtener con más cifras decimales, véase Callet [1]

En la práctica se calculan los logaritmos de los cosenos como se acaba de decir, y para obtener los logaritmos de los senos basta recordar que si hacemos $x=\frac{\pi}{4}-z$, se tiene (100)

$$\text{sen}\left(\frac{\pi}{4}-2z\right)=\cos 2z=2\,\text{sen}\left(\frac{\pi}{4}-z\right)\cos\left(\frac{\pi}{4}-z\right),$$

luego

$$\log\text{sen}\left(\frac{\pi}{4}-z\right)=\log\cos 2z-\log\cos\left(\frac{\pi}{4}-z\right)-\log 2.$$

---

1 Francés, 25.5.1744—14. n. 1798.

Para tener los logaritmos de las tangentes, basta quitar a los logaritmos de los senos los logaritmos de los cosenos respectivos.

Los logaritmos de las cotangentes, cosecantes y secantes, se obtienen buscando los complementos numéricos de los logaritmos de las tangentes, senos y cosenos respectivamente.

De esta manera se pueden calcular tablas de logaritmos de 4, 5, 6, &, cifras decimales.

141. En el siglo pasado las tablas de logaritmos que tuvieron más renombre, fueron, en Francia, las de Callet, Lalande,[1] Borda,[2] y las del Servicio Geográfico; en Inglaterra las de Taylor,[3] Babbage[4] y Shortrede;[5] en Alemania las de Vega,[6] Bremiker[7] y Schrön.[8]

142. Disposición y uso de las tablas de logaritmos de las funciones goniométricas.—Por lo general, para todos los ángulos menores que un cuadrante los grados están en la parte superior de cada página, y los minutos y segundos o decenas de segundos en las primera y segunda columnas de la izquierda respectivamente.

Para los ángulos mayores que la mitad de un cuadrante y que no exceden de un cuadrante, los grados están en la parte inferior, y los minutos y segundos o decenas de segundo en las primera y segunda columnas de la derecha.

Las columnas intermedias contienen los logaritmos de los

---

1 Francés, 11 jl. 1732—4. a. 1807.
2 4. my. 1733—20. f. 1799.
3 Inglés, 18. a. 1685.—29. d. 1731.
4 Inglés, 26 d. 1792.—21. o. 1871.
5 ....
6 Alemán, 23 m. 1754.—17. s. 1802.
7 Alemán, 23 f. 1804.—26 m. 1877.
8 Alemán.

senos, tangentes, cotangentes y cosenos de todos los ángulos del primer cuadrante de segundo en segundo, o de 10 en 10 segundos o de minuto en minuto, según esté calculada la Tabla.

Cada uno de estos valores corresponde a dos ángulos complementarios, contados uno por la parte superior y por la izquierda, y otro por la parte inferior y la derecha de la misma página; y por esta razón, en la columna que dice seno por la parte superior, se lee coseno en la inferior, y donde dice arriba coseno, seno abajo, etc.

Las diferencias entre cada dos logaritmos consecutivos ocupan las columnas señaladas con la abreviatura Dif. siendo una misma columna para las tangentes y cotangentes por ser comunes las diferencias de sus logaritmos. En efecto, si tenemos dos ángulos cualesquiera m y n, tenemos (12)

$$\tan m \cot m = \tan n \cot n,$$

de donde

$$\frac{\tan m}{\tan n} = \frac{\cot n}{\cot m},$$

luego

$$\log \tan m - \log \tan n = \log \cot n - \log \cot m$$

Debemos observar también que la diferencia de los logaritmos de las tangentes de dos ángulos es igual a la suma de las diferencias de los log sen y de los log cos de los mismos ángulos, puesto que de la igualdad anterior se obtiene

$$\frac{\tan m}{\tan n} = \frac{\operatorname{sen} m \cos n}{\cos m \operatorname{sen} n}$$

y

$$\log \tan m - \log \tan n = \log \operatorname{sen} m - \log \operatorname{sen} n + \log \cos n - \log \cos m.$$

143. Si la Tabla está calculada por ejemplo para ángulos que varían de 10″ en 10″ y se nos da un ángulo que contiene segundos y fracciones de segundo, es preciso recurrir a las diferencias y operar de una manera semejante a la indicada para los logaritmos de los números. Cuando las diferencias de los logaritmos de una misma función goniométrica varían una o dos unidades de la última cifra decimal, se admite, aunque no es rigurosamente exacto, que las diferencias de los logaritmos son proporcionales a las diferencias de los ángulos.

Ejemplos.—I. Se desea tener el log sen 32° 18′ 37″.23, se encuentra en la tabla que log sen 32° 18′ 30″ = $\bar{1}.7279276$ la diferencia respectiva es 333 en unidades de la séptima cifra decimal.

Si llamamos x el número que hay que añadir al logaritmo encontrado, tenemos

$$\frac{x}{333} = \frac{7.23}{10}, \text{ de donde } x = 240.759$$

por consiguiente

log sen 32° 18′ 30″	....	$\bar{1}.7279276$
por 7″.23 = x	....	241
log sen 32° 18′ 37″.23	....	$\bar{1}.7279517$

II. Cuál es el log tan 29° 30′ 15″.13, se tienen dif. 491.

log tan 29° 30′ 10″	....	$\bar{1}.7526912$
$\frac{x}{491} = \frac{5.13}{10}$, x	....	252
log tan 29° 30′ 15″.13	....	$\bar{1}.7527164$

III. Deseamos saber cuál es el log cot 48° 24′ 58″.19, tenemos dif. 424.

log cot 48° 24′ 50″ .... $\bar{1}$.9481234

$\frac{x}{424} = \frac{8.19}{10}$, x .... — 347

log cot 48° 24′ 58″.19 .... $\bar{1}$.9480887

IV. Para tener el log cos 68° 19′ 47″.96, tenemos dif. 530.

log cos 68° 19′ 40″ .... $\bar{1}$.5673749

$\frac{x}{530} = \frac{7.96}{10}$, x .... — 422

log cos 68° 19′ 47″.96 .... $\bar{1}$.5673327

144. Las tablas dan además, bajo el encabezado P. p., que significa partes proporcionales, los productos de las diferencias de que hablamos anteriormente, multiplicadas por 1, 2, &, 9 décimos; de este modo se evita el ejecutar las multiplicaciones que acabamos de indicar. Así en los ejemplos anteriores tenemos:

I. log sen 32° 18′ 30″		....	$\bar{1}$.7279276
por	7″	....	233.1
,,	.2	....	6.66
,,	.03	....	1.00
log sen 32° 18′ 37″.23		....	$\bar{1}$.7279516.76
II. log tan 29° 30′ 10″		....	$\bar{1}$.7526912
por	5″	....	245.5
,,	.1	....	4.91
,,	.03	....	1.47
log tan 29° 30′ 15″.13		....	$\bar{1}$.7527163.88

III. log cot 48° 24′ 50″	....	1.9481234
por 8″	....	— 339.2
,, .1	....	— 4.24
,, .09	....	— 3.82
log cot 48° 24′ 58″.19	....	$\bar{1}$.9480886.74

IV. log cos 68° 19′ 40″	....	$\bar{1}$.5673749
por 7	....	— 371.0
,, .9	....	— 47.7
,, .06	....	— 3.18
log cos 68° 19′ 47″.96	....	$\bar{1}$.5673327.12

145. En el caso de que dos diferencias consecutivas difieran bastante como sucede con los logaritmos de los senos, tangentes y cotangentes de los ángulos menores que 4°, las diferencias de los logaritmos no son proporcionales a las diferencias de los ángulos y se procede de una de las maneras siguientes:

146. Primer método.— Supongamos que tenemos una tabla que está calculada de 10″ en 10″ y que deseamos conocer el logaritmo del seno de un ángulo muy pequeño que se compone de grados, minutos, segundos y fracción decimal de segundos que representaremos respectivamente por α' $(\beta + 1)''$ δ; siendo δ el número de segundos menor que 10 y la fracción decimal de segundo. Sean n_1, n_2, n_3 los valores de una cantidad n que difieren por un intervalo constante 10″; llamaremos d_1, d_2, &, las primeras, segundas diferencias, &; es decir, que $d_1 = n_1 - n$, $d_2 = n_2 - n_1$, $d_3 = n_2 - n_1 - (n_1 - n)$, &.

Entonces, cualquier valor intermedio N distante de n por el intervalo x es igual a la expresión siguiente:

$$N = n + x\,d_1 + x\,\frac{x-1}{2}\,d_2 + x\,\frac{x-1}{2}\cdot\frac{x-2}{3}\,d_3 + \&.$$

Así pues, tomaremos de las tablas los logaritmos de los senos de los ángulos $\alpha' + \beta''$, $\alpha' + (\beta + 10)''$, $\alpha' + (\beta + 20)''$, $\alpha' + (\beta + 30)''$, &, y sean m, m_1, m_2, m_3, &, estos logaritmos, tendremos:

	d'	d''	
$\log[\alpha' + \beta''] = m$			
	$m_1 - m$		
$\log[\alpha' + (\beta + 10)''] = m_1$		$m_2 - m_1 - (m_1 - m)$	&
	$m_2 - m_1$		
$\log[\alpha' + (\beta + 20)''] = m_2$		$m_3 - m_2 - (m_2 - m_1)$	
	$m_3 - m_2$		
$\log[\alpha' + (\beta + 30)''] = m_3$			

Cuando los logaritmos están dados con siete cifras decimales, las terceras diferencias son muy pequeñas, basta tomar el promedio de las segundas diferencias, luego

$$\log[\alpha' + (\beta + 10)'' + \delta''] = m_1 + (m_2 - m_1)x + \frac{m_3 - m_1 - (m_2 - m)}{2}\, x\, \frac{x - 1}{2}$$

147. 2º MÉTODO DE MASKELINE.[1] — Cuando el ángulo es muy pequeño se pueden despreciar las potencias de x superiores a la tercera en las series (187) y (188) y tenemos aproximadamente:

$$\operatorname{sen} x = x - \frac{x^3}{2.3} = x\left(1 - \frac{x^2}{2.3}\right) = x\left(1 - \frac{x^2}{2}\right)^{\frac{1}{3}} = x\,(\cos x)^{\frac{1}{3}}$$

por consiguiente se tiene aproximadamente

$$\log \operatorname{sen} x = \log x + \tfrac{1}{3} \log \cos x.$$

1 Inglés, 5. o. 1732—9. f. 1811.

Para los logaritmos de las tangentes de ángulos pequeños tenemos:

$$\tan x = \frac{\operatorname{sen} x}{\cos x} = \left(x - \frac{x^3}{3!}\right)\left(1 - \frac{x^2}{2!}\right)^{-1} = x\left(1 + \frac{2}{3}\cdot\frac{x^2}{2}\right) = x\left(1 - \frac{x^2}{2}\right)^{-\frac{2}{3}}$$

aproximadamente; por consiguiente también aproximadamente:

$$\log \tan x = \log x - \tfrac{2}{3} \log \cos x.$$

Si se conocen log sen x ó log tan x, es preciso encontrar un valor aproximado de x y con éste se busca $\log \cos x$ aproximadamente y se tienen

$$\log x = \log \operatorname{sen} x - \tfrac{1}{3} \log \cos x.$$
$$\log x = \log \tan x + \tfrac{2}{3} \log \cos x.$$

Es necesario no olvidar que x está dado en partes del radio, si n es su valor reducido a segundos, entonces

$$x = n \operatorname{sen} 1'' = 6.6855749\, n$$

por consiguiente:

$$\log \operatorname{sen} x = \log n + \bar{6}.6855749 + \tfrac{1}{3} \log \cos x.$$

$$\log \tan x = \log n + \bar{6}.6855749 - \tfrac{2}{3} \log \cos x.$$

148. 3º Método de Delambre.[1] —Para los primeros 5^c del cuadrante se construyen dos tablas que den para cada segun-

1 Francés 19. s. 1747—19. a. 1822.

do los logaritmos de $\frac{\text{sen } x}{x}$ y de $\frac{\tan x}{x}$ que representaremos respectivamente por S y T, es decir,

$$\log S = \log \frac{\text{sen } x}{x}, \qquad \log T = \log \frac{\tan x}{x}$$

de las cuales se deducen

$$\log \text{sen } x = \log S + \log x,$$

$$\log \tan x = \log T + \log x.$$

Los logaritmos de S y T, como varían poco, se hace la interpolación como dijimos (§ 143).

149. Cuarto método.—Cuando se emplean siete cifras decimales si se tienen calculados los logaritmos de los senos y tangentes de 1″ en 1″ entonces las diferencias de dos logaritmos contiguos es pequeña y desde 0° 36′ las diferencias segundas son muy pequeñas.

150. En el caso de que se nos da el logaritmo de una función goniométrica y queremos encontrar el ángulo, se procede de una manera análoga a la indicada para encontrar un número cuyo logaritmo se conoce.

149 bis. Como en el caso de ángulos pequeños se puede suponer que éstos son proporcionales a sus senos o a sus tangentes, si llamamos β el número entero de segundos y δ la parte decimal de que se compone el ángulo dado, tenemos:

$$\frac{\operatorname{sen}(\beta+\delta)}{\operatorname{sen}\beta}=\frac{\beta+\delta}{\beta}=\frac{\tan(\beta+\delta)}{\tan\beta},$$

de donde

$$\log\operatorname{sen}(\beta+\delta)=\log\operatorname{sen}\beta+\log(\beta+\delta)-\log\beta,$$

$$\log\tan(\beta+\delta)=\log\tan\beta+\log(\beta+\delta)-\log\beta.$$

Supongamos que el ángulo es 0°58′27″.24 tenemos

PRIMER MÉTODO.

	d_1	d_2	d_3
$\bar{2}.2283796$			
	12425		
$\bar{2}.2296221$		—36	
	12389		2
$\bar{2}.2308610$		—34	
	12355		
$\bar{2}.2320965$			

Substituyendo en la segunda fórmula del §146 por

$$x=.724,\quad 1-x=.276,\quad n=\bar{2}.2296221,$$

$$\Delta_1=12389,\quad \Delta_2=-\tfrac{1}{2}(36+34)=-35$$

resulta

$$x\Delta_1=.724\times 12389=8969.64$$

$$x\frac{x-1}{2}\Delta_2=.1\times 35=3.5$$

$$8973.1$$

$$\log\operatorname{sen}0°58'27''\ldots\ldots\ldots\bar{2}.2296221$$

$$\log\operatorname{sen}0°58'27''.24=\bar{2}.2305194$$

Segundo Método.

log 0°58′27″.24 = log 3507″,24 =	3.5449655
log sen 1″........	4.6855749
$\frac{1}{3}$ log cos 0° 58′27″..............	$\bar{1}$.9999790
log sen 0°58′27″.24	$\bar{2}$.2305194

Tercer Método.

log 3507″.24..............................	3.5449655
log S	$\bar{6}$.6855539
log sen 0°58′27″.24...	$\bar{2}$.2305194

Cuarto Método.

log sen 0°58′27″.........................	$\bar{2}$.2304897
log 3507″.24..............................	3.5449655
comp log 3507″............	$\bar{4}$.4550642
log sen 0°58′27″.24.....	$\bar{2}$.2305194

En la práctica se toma a la vista la diferencia entre el

$$\log (\beta + \delta) \text{ y el } \log \beta,$$

así sé tiene

log sen 0°58′27″	$\bar{2}$.2304897
La diferencia anterior és...........	297
log sen 0°58′27″.24..................	$\bar{2}$.2305194

En este último método se escriben cinco cifras menos que en el tercero, pero se abren las tablas en dos partes, mientras que en el tercero sólo se abren una vez.

SEGUNDA PARTE

TRIGONOMETRIA RECTILINEA

CAPITULO I

FORMULAS FUNDAMENTALES Y FORMULAS PARA CALCULAR LA SUPERFICIE DE UN TRIANGULO

151. Los *elementos principales* de un triángulo[1] son los tres lados y los tres ángulos, además, son elementos de un triángulo sus alturas, sus medianas, sus bisectrices interiores y exteriores, los radios de los círculos inscrito, circunscrito, exinscritos, el de nueve puntos, el de siete puntos o de *Brocard*[2] y su superficie.

152. *Resolver un triángulo* es determinar sus elementos conociendo tres de éstos; pero debe figurar entre los datos una línea por lo menos o su superficie, pues si se conocen solamente los tres ángulos es infinito el número de triángulos que se pueden construir siendo todos semejantes. Por lo general al decir resolver un triángulo sólo hay que determinar lados, ángulos o la superficie.

---

1 En esta segunda parte al decir triángulo se trata de triángulo rectilíneo.

2 Francés 13 my 1845.

153. *La Trigonometría rectilínea es la parte de la Goniometría que se ocupa de la resolución de los triángulos rectilíneos.*

154. PRIMER TEOREMA.—*En todo triángulo rectilíneo los lados son proporcionales a los senos de los ángulos opuestos.*

En el triángulo ABC (fig. 14) tomaremos AD=1 y por los puntos D y B bajaremos DE y BF perpendiculares a AC, observaremos que se tienen

$$\frac{DE}{1} = \text{sen A}, \qquad BF = h_b .$$

Los triángulos equiángulos ADE y ABF son semejantes y dan

$$\frac{BF}{BA} = \frac{DE}{DA}, \quad \text{o} \quad \frac{h_b}{c} = \text{sen A},$$

del mismo modo obtendríamos

$$\frac{h_c}{a} = \text{sen B}, \quad \frac{h_a}{b} = \text{sen C}.$$

Dividiendo los dos miembros de la primera igualdad entre a, los de la segunda entre b, y los de la tercera entre c e invirtiéndolas después resultan

$$\frac{ac}{h_b} = \frac{a}{\text{sen A}}, \quad \frac{ab}{h_c} = \frac{b}{\text{sen B}}, \quad \frac{bc}{h_a} = \frac{c}{\text{sen C}}.$$

En virtud de un teorema de Geometría[1] los primeros miem-

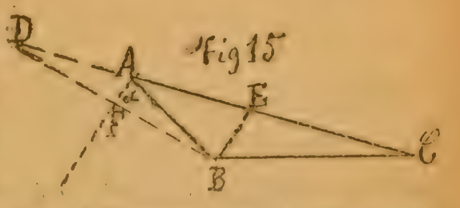
1 En todo triángulo, el producto de dos lados es igual al producto de la altura que corresponde al tercero por el diámetro del círculo circunscrito al triángulo.

bros son iguales entre sí e iguales al diámetro 2R del círculo circunscrito luego

$$2R = \frac{a}{\operatorname{sen} A} = \frac{b}{\operatorname{sen} B} = \frac{c}{\operatorname{sen} C} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (225)$$

155. Corolario I.—*En todo triángulo rectilíneo la suma de dos lados es al tercero como el coseno de la semidiferencia de los ángulos opuestos a los dos primeros lados es al coseno de su semisuma.*

En efecto, sea el triángulo ABC (fig. 15). Prolongaremos AC hasta el punto D tal que se tenga $AD = AB = c$, tomaremos $AE = c$, tiraremos la bisectriz del ángulo exterior $BAD = \hat{B} + \hat{C}$, uniremos B con D y con E, BE es paralela a AF porque esta bisectriz divide a BD en partes iguales y A está en el medio de DE, por consiguiente



$$\hat{a} = \tfrac{1}{2}(B + C), \quad \hat{D} = \frac{\pi}{2} - \tfrac{1}{2}(B + C), \quad \widehat{CBD} = B + \frac{\pi}{2} - \tfrac{1}{2}(B + C)$$

$$= \frac{\pi}{2} + \tfrac{1}{2}(B - C).$$

En virtud del teorema anterior tenemos

$$\frac{CD}{CB} = \frac{\operatorname{sen}\left[\frac{\pi}{2} + \frac{1}{2}(B - C)\right]}{\operatorname{sen}\left[\frac{\pi}{2} - \frac{1}{2}(B + C)\right]} \quad \text{o} \quad \frac{b + c}{a} = \frac{\cos \frac{1}{2}(B - C)}{\cos \frac{1}{2}(B + C)} \ldots (226)$$

156. Corolario II.—*La diferencia de dos lados es al tercero, como el seno de la semidiferencia de los ángulos opuestos a los dos primeros lados es al seno de su semisuma.*

El triángulo ECB (fig. 15) da

$$\frac{\mathrm{EC}}{\mathrm{CB}}=\frac{\operatorname{sen}\widehat{\mathrm{CBE}}}{\operatorname{sen}\widehat{\mathrm{BEC}}},$$

pero

$$\widehat{\mathrm{CBE}}=\mathrm{B}-\tfrac{1}{2}(\mathrm{B}+\mathrm{C})=\tfrac{1}{2}(\mathrm{B}-\mathrm{C}), \qquad \widehat{\mathrm{BEC}}=a$$

luego

$$\frac{b-c}{a}=\frac{\operatorname{sen}\frac{1}{2}(\mathrm{B}-\mathrm{C})}{\operatorname{sen}\frac{1}{2}(\mathrm{B}+\mathrm{C})} \quad \text{..........................} \quad (227)$$

157. Corolario III.—*En todo triángulo rectilíneo la suma de dos lados es a su diferencia como la tangente de la semisuma de los ángulos opuestos es a la tangente de su semidiferencia.*

En efecto, dividiendo la igualdad (226) entre la (227) se tiene

$$\frac{b+c}{b-c}=\frac{\cos\frac{1}{2}(\mathrm{B}-\mathrm{C})}{\cos\frac{1}{2}(\mathrm{B}+\mathrm{C})}\times\frac{\operatorname{sen}\frac{1}{2}(\mathrm{B}+\mathrm{C})}{\operatorname{sen}\frac{1}{2}(\mathrm{B}-\mathrm{C})}=\frac{\tan\frac{1}{2}(\mathrm{B}+\mathrm{C})}{\tan\frac{1}{2}(\mathrm{B}-\mathrm{C})} \quad (228)$$

Si el triángulo es rectángulo se tiene

$$\mathrm{B}=\frac{\pi}{2}-\mathrm{C},$$

luego

$$\tan\tfrac{1}{2}(\mathrm{B}+\mathrm{C})=\tan\frac{\pi}{4}=1, \qquad \tan\tfrac{1}{2}(\mathrm{B}-\mathrm{C})=\tan\left(\frac{\pi}{4}-\mathrm{C}\right),$$

es decir

$$b-c=(b+c)\tan\left(\frac{\pi}{4}-\mathrm{C}\right).$$

158. Corolario IV.—*En un triángulo rectángulo: 1º Un cateto es igual a la hipotenusa multiplicada por el seno del ángulo opuesto. 2º Un cateto es igual a la hipotenusa multiplicada por el coseno del ángulo adyacente. 3º Un cateto es igual al otro cateto multiplicado por la tangente del ángulo opuesto al primero o por la cotangente del ángulo adyacente al primero.*

Puesto que el triángulo es rectángulo se tienen

$$\text{sen A} = 1, \ \text{sen B} = \cos \text{C}, \ \text{sen C} = \cos \text{B}, \ \tan \text{B} = \cot \text{C}, \ \tan \text{C} = \cot \text{B}$$

luego

$$\left.\begin{array}{l} b = a \text{ sen B}, \\ c = a \text{ sen C}. \end{array}\right\} \ldots\ldots (229) \qquad \left.\begin{array}{l} c = a \cos \text{B}, \\ b = a \cos \text{C}. \end{array}\right\} \ldots\ldots (230)$$

Dividiendo las (229) entre las (230) se tienen

$$\frac{b}{c} = \tan \text{B} = \cot \text{C}, \qquad \frac{c}{b} = \tan \text{C} = \cot \text{B}$$

de donde

$$b = c \tan \text{B} = c \cot \text{C} \ldots\ldots (231)$$

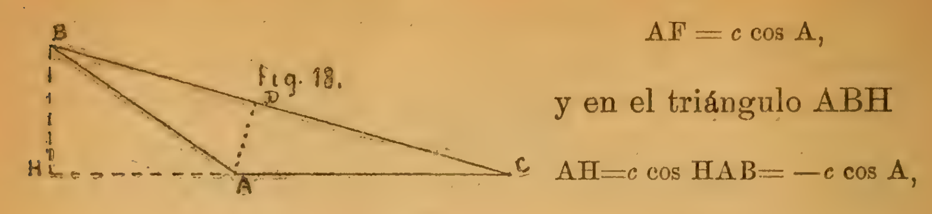
159. Segundo teorema.—*En todo triángulo rectilíneo el cuadrado de un lado es igual a la suma de los cuadrados de los otros dos lados, menos el doble producto de estos mismos lados multiplicado por el coseno del ángulo que forman.*

En los triángulos ABC (figs. 17 y 18), se tienen respectivamente

fig 17.

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2b \times \text{AF}, \qquad a^2 = b^2 + c^2 + 2b \times \text{AH},$$

pero en el triángulo ABF se tiene



$$AF = c \cos A,$$

y en el triángulo ABH

$$AH = c \cos HAB = -c \cos A,$$

puesto que

$$\hat{A} + \widehat{HAB} = \pi.$$

Luego substituyendo por AF y AH sus valores resulta

$$\left.\begin{aligned} a^2 &= b^2 + c^2 - 2\,bc \cos A, \\ \text{y} \quad b^2 &= a^2 + c^2 - 2\,ac \cos B, \\ c^2 &= a^2 + b^2 - 2\,ab \cos C \end{aligned}\right\} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (232)$$

permutando las letras.

160. Tercer teorema.—*En todo triángulo rectilíneo, un lado es igual a la suma de los productos que se obtienen multiplicando respectivamente cada uno de los otros lados por el coseno del ángulo que forma con el primero.*

En el triángulo ABC (fig. 17) se tiene $b = AF + FC$, pero

$$AF = c \cos A, \quad FC = a \cos C,$$

luego

$$\left.\begin{aligned} b &= c \cos A + a \cos C, \\ \text{y} \quad a &= b \cos C + c \cos B, \\ c &= a \cos B + b \cos A. \end{aligned}\right\} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (233)$$

161. Cuarto Teorema.—*En toda relación que tiene lugar entre los tres ángulos de un triángulo rectilíneo se pueden reemplazar, 1º los ángulos por los complementos de sus mitades; 2º por los suplementos de sus dobles ángulos.*

En efecto, se tienen las relaciones

$$\frac{\pi}{2}-\frac{A}{2}+\frac{\pi}{2}-\frac{B}{2}+\frac{\pi}{2}-\frac{C}{2}=\frac{3\pi}{2}-\frac{1}{2}(A+B+C)=\pi.$$

$$\pi-2A+\pi-2B+\pi-2C=3\pi-2(A+B+C)=\pi.$$

162. Fórmulas para calcular la superficie de un triángulo.

1. En el triángulo A B C (Fig. 16) tenemos $2\Omega=b\,h_b$, pero $h=c$ sen A, luego

$$\Omega=\frac{b\,c \operatorname{sen} A}{2} \quad\text{.........}\quad (234)$$

2. Poniendo en ésta por b y c sus valores sacados de (225) resulta

$$\Omega=\frac{a \operatorname{sen} B}{\operatorname{sen} A}\times\frac{a \operatorname{sen} C}{\operatorname{sen} A}\times\frac{\operatorname{sen} A}{2}=\frac{a^2 \operatorname{sen} B \operatorname{sen} C}{2 \operatorname{sen}(B+C)} \quad\text{.........}\quad (235)$$

3. De (234) sacamos $4\Omega \cot A=2\,b\,c \cos A$; las fórmulas (232) pueden escribirse así:

$$\left.\begin{aligned} a^2&=b^2+c^2-4\Omega\cot A,\\ b^2&=a^2+c^2-4\Omega\cot B,\\ c^2&=a^2+b^2-4\Omega\cot C,\end{aligned}\right\} \quad\text{..........................}\quad (236)$$

Restando las dos primeras, miembro a miembro, resulta

$$a^2-b^2=b^2-a^2-4\Omega(\cot A-\cot B)$$

luego

$$\Omega=\frac{a^2-b^2}{2(\cot B-\cot A)}=\frac{(a^2-b^2)\operatorname{sen} A \operatorname{sen} B}{2 \operatorname{sen}(A-B)} \quad\ldots\ldots\ldots\ldots (237)$$

4. Tenemos

$$\tan\frac{A+B-C}{2}=\tan\left(\frac{\pi}{2}-C\right)=\cot C,$$

y de la tercera de (232) sacamos

$$a^2+b^2-c^2=2ab\cos C.$$

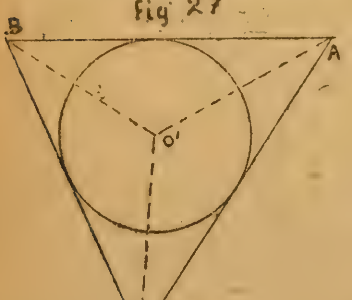
Dividiéndolas miembro a miembro tenemos

$$\frac{a^2+b^2-c^2}{\tan\left(\frac{A+B-C}{2}\right)}=2ab\operatorname{sen} C=4\Omega,$$

luego

$$\Omega=\frac{a^2+b^2-c^2}{4\tan\left(\frac{A+B-C}{2}\right)} \quad\ldots\ldots\ldots\ldots (238)$$

5. Haciendo $a+b+c=2p$, de la fórmula (225) sacamos que



$$\operatorname{sen} A+\operatorname{sen} B+\operatorname{sen} C=\frac{a+b+c}{2R}=\frac{p}{R}$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots (239)$$

y por la (Fig. 27) tenemos que

$$\text{tri. } ABC=\text{tri. } AO'B+\text{tri. } AO'C+\text{tri. } BO'C,$$

pero los tres últimos triángulos tienen la misma altura, que es el radio r del círculo inscrito, luego

$$\Omega = \frac{a\,r}{2} + \frac{b\,r}{2} + \frac{c\,r}{2} = \frac{r}{2}(a + b + c) = p\,r \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (240)$$

Poniendo por p su valor sacado de (239) tenemos

$$\Omega = \mathrm{R}\,r\,(\mathrm{sen\,A} + \mathrm{sen\,B} + \mathrm{sen\,C}), \ldots\ldots\ldots\ldots (241)$$

6. Del § 154 se deduce que $b\,c = 2\,\mathrm{R}\,h_a$ y de (234) $b\,c = \frac{2\,\Omega}{\mathrm{sen\,A}}$,

luego

$$\Omega = \mathrm{R}\,h_a\,\mathrm{sen\,A} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (242)$$

7. Multiplicando por a los dos miembros de la primera igualdad del párrafo anterior tenemos $a\,b\,c = 2\,\mathrm{R}\,a\,h_a$, y como $2\,\Omega = a\,h_a$ resulta

$$\Omega = \frac{a\,b\,c}{4\,\mathrm{R}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (243)$$

8. Poniendo en esta última por R su valor sacado de la (239) y observando que

$$\mathrm{sen\,A} + \mathrm{sen\,B} + \mathrm{sen\,C} = 4 \cos\frac{\mathrm{A}}{2} \cos\frac{\mathrm{B}}{2} \cos\frac{\mathrm{C}}{2}$$

resulta

$$\Omega = \frac{a\,b\,c}{p} \cos\frac{\mathrm{A}}{2} \cos\frac{\mathrm{B}}{2} \cos\frac{\mathrm{C}}{2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (244)$$

9. Por la (Fig. 28) tenemos $\mathrm{A\,K'} = \mathrm{A\,K''} = b + \mathrm{C\,K''} = b + \mathrm{C\,K}$, $\mathrm{A\,K'} = c + \mathrm{B\,K'} = c + \mathrm{B\,K}$.

Sumándolas ordenadamente se obtiene

$$2\,A\,K'' = b + c + a = 2\,p,$$

luego $A\,K'' = p$.

El triángulo rectángulo $O_a\,A\,K''$ da $r_a \cot \frac{A}{2} = p$, por consiguiente $p\,r = r\,r^a \cot \frac{A}{2}$

o

$$\Omega = r\,r_a \cot \frac{A}{2} \qquad \text{(245)}$$

10. En la (Fig. 27) tenemos

$$\cot \frac{A}{2} = \frac{A\,E}{r} = \frac{p-a}{r}, \quad \cot \frac{B}{2} = \frac{B\,E}{r} = \frac{p-b}{r}, \quad \cot \frac{C}{2} = \frac{C\,F}{r} = \frac{p-c}{r} \quad \text{...(246)}$$

Sumándolas ordenadamente y recordando (49) tenemos

$$\cot \frac{A}{2} + \cot \frac{B}{2} + \cot \frac{C}{2} = \frac{p-a+p-b+p-c}{r}$$

$$= \frac{p}{r} = \cot \frac{A}{2} \cot \frac{B}{2} \cot \frac{C}{2}$$

por consiguiente

$$\frac{p^2}{\cot \frac{A}{2} \cot \frac{B}{2} \cot \frac{C}{2}} = p\,r = \Omega$$

luego

$$\Omega = \frac{p^2}{\cot \frac{A}{2} \cot \frac{B}{2} \cot \frac{C}{2}} \qquad \text{(247)}$$

También se puede escribir así:

$$\Omega = p^2 \tan \frac{A}{2} \tan \frac{B}{2} \tan \frac{C}{2} \quad \text{.......................} \quad (248)$$

11. Multiplicando miembro a miembro la (244) y la anterior tenemos

$$\Omega^2 = \frac{a\,b\,c}{p}\, p^2 \operatorname{sen} \frac{A}{2} \operatorname{sen} \frac{B}{2} \operatorname{sen} \frac{C}{2} \quad \text{....................} \quad (249)$$

de donde

$$\Omega = \sqrt{a\,b\,c\,p \operatorname{sen} \frac{A}{2} \operatorname{sen} \frac{B}{2} \operatorname{sen} \frac{C}{2}} \quad \text{....................} \quad (250)$$

12. Si en la relación (234) permutamos letras, tendremos tres fórmulas, cuyo producto nos da.

$$\Omega^3 = \frac{1}{8}\, a^2\, b^2\, c^2 \operatorname{sen} A \operatorname{sen} B \operatorname{sen} C \quad \text{....................} \quad (251)$$

luego

$$\Omega = \frac{1}{2}\sqrt{a^2\, b^2\, c^2 \operatorname{sen} A \operatorname{sen} B \operatorname{sen} C} \quad \text{....................} \quad (252)$$

13. Tenemos (243) que

$$\frac{a^2\, b^2\, c^2}{8} = 2\, R^2\, \Omega^2$$

substituyendo en (251) resulta

$$\Omega = 2\, R^2 \operatorname{sen} A \operatorname{sen} B \operatorname{sen} C \quad \text{........................} \quad (253)$$

14. Si en la última ponemos por $2\,R \operatorname{sen} A$ su valor a resulta

$$\Omega = R\, a \operatorname{sen} B \operatorname{sen} C \quad \text{..................................} \quad (254)$$

15. Si en (249) ponemos por $a\,b\,c$ su valor $4\,R\,\Omega$ se tiene

$$\Omega = 4\,R\,p \operatorname{sen} \frac{A}{2} \operatorname{sen} \frac{B}{2} \operatorname{sen} \frac{C}{2} \quad \text{.........................} \quad (255)$$

16. En el triángulo A B C (Fig. 18) si AD es la mediana tenemos

$$b^2 = m_a{}^2 + \frac{a^2}{4} - m_a\, a \cos \mathrm{ADC}$$

$$c^2 = m_a{}^2 + \frac{a^2}{4} + m_a\, a \cos \mathrm{ADC}$$

Sumándolas, despejando a $m_a{}^2$ y permutando letras, obtendremos

$$m_a{}^2 = \tfrac{1}{2}(b^2 + c^2) - \frac{a^2}{4},$$

$$m_b{}^2 = \tfrac{1}{2}(a^2 + c^2) - \frac{b^2}{4},$$

$$m_c{}^2 = \tfrac{1}{2}(a^2 + b^2) - \frac{c^2}{4}.$$

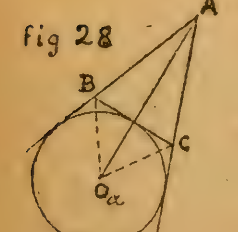
Sumándolas miembro a miembro se tiene:

$$m_a{}^2 + m_b{}^2 + m_c{}^2 = \tfrac{3}{4}(a^2 + b^2 + c^2)$$

Sumando las (236) y sacando el valor de $a^2 + b^2 + c^2$ resulta

$$m_a{}^2 + m_b{}^2 + m_c{}^2 = 3\,\Omega\,(\cot \mathrm{A} + \cot \mathrm{B} + \cot \mathrm{C}),$$

luego



$$\Omega = \frac{m_a{}^2 + m_b{}^2 + m_c{}^2}{3(\cot \mathrm{A} + \cot \mathrm{B} + \cot \mathrm{C})} \quad \text{..........} \quad (256)$$

17. Tirando la bisectriz A K en el triángulo A B C (Fig. 28) tenemos

$$\frac{\mathrm{BK}}{c} = \frac{\mathrm{CK}}{b} = \frac{a}{b+c}; \qquad \frac{l_a}{\mathrm{BK}} = \frac{\operatorname{sen} \mathrm{B}}{\operatorname{sen} \frac{\mathrm{A}}{2}}.$$

Poniendo en la última el valor de B K sacado de la primera, resulta

$$l_a = \frac{a\,c \operatorname{sen} B}{(b+c) \operatorname{sen} \frac{A}{2}} = \frac{2\,\Omega}{(b+c) \operatorname{sen} \frac{A}{2}},$$

luego

$$\Omega = \frac{1}{2} l_a\,(b+c) \operatorname{sen} \frac{A}{2} \quad \text{.........................} \quad (257)$$

18. La primera de las fórmulas (232) puede escribirse así:

$$c^2 - 2\,b\,c \cos A + b^2 \cos^2 A = a^2 - b^2 \operatorname{sen}^2 A,$$

o

$$(c - b \cos A)^2 = a^2 - b^2 \operatorname{sen}^2 A,$$

de donde

$$c = b \cos A \pm \sqrt{a^2 - b^2 \operatorname{sen}^2 A}.$$

Substituyendo este valor de c en (234) resulta

$$\Omega = \frac{b \operatorname{sen} A}{2} \left(b \cos A \pm \sqrt{a^2 - b^2 \operatorname{sen}^2 A} \right) =$$

$$\tfrac{1}{4} \left(b^2 \operatorname{sen} 2\,A \pm 2\,b \operatorname{sen} A \sqrt{a^2 - b^2 \operatorname{sen}^2 A} \right) \quad \text{.............} \quad (258)$$

19. Poniendo en (240) por r su valor

$$\sqrt{\frac{(p-a)\,(p-b)\,(p-c)}{p}}$$

tenemos

$$\Omega = \sqrt{p\,(p-a)\,(p-b)\,(p-c)} \quad \text{....................} \quad (259)$$

CAPITULO II

RESOLUCION DE TRIANGULOS RECTANGULOS

163. Cuatro casos se pueden presentar y son los que a continuación se expresan:

Casos	Se conocen	Se quieren determinar los otros elementos principales y la superficie	
1º	b, B.	$a = \frac{b}{\text{sen B}}$,	$c = b \cot B$,
		$C = \frac{\pi}{2} - B$,	$\Omega = \frac{b^2 \cot B}{2}$.
2º	b, c.	$\tan B = \frac{b}{c}$,	$C = \frac{\pi}{2} - B$, o
		$\cot C = \frac{b}{c}$,	$a = \frac{b}{\text{sen B}}$, o
		$a = \sqrt{b^2 + c^2}$,	$\Omega = \frac{bc}{2}$.
3º	a, B.	$b = a \text{ sen B}$,	$c = a \cos B$,
		$C = \frac{\pi}{2} - B$,	$\Omega = \frac{a^2 \text{ sen 2 B}}{4}$.
4º	a, b.	$\text{sen B} = \frac{b}{a}$,	$C = \frac{\pi}{2} - B$, o
		$\cos C = \frac{b}{a}$,	$c = a \text{ sen C}$, o
		$c = \sqrt{(a+b)(a-b)}$,	$\Omega = \frac{b\sqrt{(a+b)(a-b)}}{2}$

164. Cuando el elemento que se busca está dado por una función goniométrica tal que no quede bien determinado el elemento desconocido, es decir, por su seno, coseno o tangente se emplean las fórmulas siguientes.

$$\tan \tfrac{1}{2} B = \sqrt{\frac{a-c}{a+c}}, \qquad \tan\left(\frac{\pi}{4} + B\right) = \frac{c+b}{c-b},$$

$$\operatorname{sen}(B - C) = \frac{(b+c)(b-c)}{a^2}, \qquad \cos(B - C) = \frac{2\,bc}{a^2}.$$

que se obtienen haciendo $A = \frac{\pi}{2}$ en (228) permutando b por a y multiplicando ordenadamente las (226) y (227) para la última, recordando la segunda de (101).

165. Regla de Ozanam.[1]—*En un triángulo rectángulo de catetos desiguales, el número de grados del ángulo menor, dividido entre 172, es aproximadamente igual a la razón entre el cateto menor y la suma que se obtiene agregando al valor del otro cateto el doble del de la hipotenusa.*

En efecto, si en un triángulo rectángulo ABC suponemos que $B < C$, tenemos que el valor de B_1 en partes del radio del ángulo de B grados es

$$B_1 = \frac{2\,\pi\, B^\circ}{360^\circ} = \frac{3\,B}{172}, \quad \text{aproximadamente.}$$

También se tiene

$$\operatorname{sen} B^\circ = B_1 - \tfrac{1}{6} B_1^3, \qquad \cos B^\circ = 1 - \tfrac{1}{2} B_1^2.$$

Además, por el triángulo tenemos,

$$\frac{b}{2a+c} = \frac{a \operatorname{sen} B}{2a + a\cos B} = \frac{\operatorname{sen} B}{2 + \cos B} = \frac{B_1 - \frac{1}{6}B_1^3}{3 - \frac{1}{2}B_1^2} = \frac{B_1\left(1 - \frac{B_1^2}{6}\right)}{3\left(1 - \frac{B_1^2}{6}\right)} = \frac{B_1}{3} = \frac{B}{172}$$

---

1 Belga. 3 j. 1844.

Brocard ha publicado la tabla siguiente en la cual B′ designa el valor de B calculado por la fórmula citada.

b	*c*	*a*	B′	B	*b*	*c*	*a*	B′	B
1	1	$\sqrt{2}$	45.05	45	8	15	17	28.08	28.16
3	4	5	36.85	36.83	1	$\sqrt{15}$	4	14.49	14.50
161	240	289	33.85	33.83	1	$\sqrt{63}$	8	7.18	7.17
1	2	$\sqrt{3}$	30.00	30	1	$\sqrt{80}$	9	6.38	6.33

Ejercicios tomados de los Archivos de Grunert.[1] A = 90°

N	*a*	*b*	*c*	B	C	Ω
1	5	4	3	53° 7′ 48.″4	36° 52′ 11.″6	6
2	17	8	15	28 4 20. 9	61 55 39. 1	60
3	29	20	21	43 36 10. 1	46 23 49. 9	210
4	37	12	35	18 55 28. 7	71 4 31. 3	210
5	53	28	45	31 53 26. 8	58 6 33. 2	630
6	85	84	13	81 12 9. 3	8 47 50. 7	546
7	73	48	55	41 6 43. 5	48 53 16. 5	1320
8	113	112	15	82 22 18. 7	7 37 41. 3	840
9	97	72	65	47 55 29. 9	42 4 30. 1	2340
10	101	20	99	11 25 16. 3	78 34 43. 7	990
11	149	140	51	69 59 2. 5	20 0 57. 5	3570
12	125	44	117	20 36 34. 9	69 23 25. 1	2574
13	157	132	85	57 13 15. 3	32 46 44. 7	5610
14	221	220	21	84 32 50. 5	5 27 9. 5	2310
15	169	120	119	45 14 23. 0	44 45 37. 0	7140
16	265	264	23	85 1 15. 3	4 58 44. 7	3036
17	185	104	153	34 12 19. 6	55 47 40. 4	7956
18	233	208	105	63 12 54. 0	26 47 6. 0	10920
19	313	312	25	85 25 7. 6	4 34 52. 4	3900
20	205	84	187	24 11 22. 3	65 48 37. 7	7854
21	227	252	115	65 28 13. 6	24 31 46. 4	14490
22	317	308	75	76 18 52. 0	13 41 8. 0	11550
23	365	364	27	85 45 28. 1	4 14 31. 9	4914
24	229	60	221	15 11 21. 4	74 48 38. 6	6630
25	241	120	209	29 51 46. 0	60 8 14. 0	12540
26	289	240	161	56 8 41. 9	33 51 18. 1	19320

1 Alemán, 7. f. 1797.-7. j. 1872.

CAPITULO III

RESOLUCION DE TRIANGULOS OBLICUANGULOS

166. Cuatro casos pueden presentarse y son:

PRIMER CASO.--Conocidos *dos lados y el ángulo comprendido* C, a, b, se determinan los otros elementos como se ve a continuación:

PRIMER MÉTODO.—Las fórmulas (225) y la primera de (233) dan

$$c \operatorname{sen} A = a \operatorname{sen} C,$$

$$c \cos A = b - a \cos C.$$

Dividiendo y permutando las letras a, b, A, B, se tienen

$$\tan A = \frac{a \operatorname{sen} C}{b - a \cos C}, \qquad \tan B = \frac{b \operatorname{sen} C}{a - b \cos C} \quad \ldots\ldots \quad (260)$$

Por (232) y (112) se tienen

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2\,ab + 4\,ab \operatorname{sen}^2 \tfrac{1}{2} C = (a - b)^2 + 4\,ab \operatorname{sen}^2 \tfrac{1}{2} C.$$

Si ponemos $\tan \theta = \frac{2 \operatorname{sen} \frac{1}{2} C}{a - b} \sqrt{ab}$ resulta despejando a c

$$c = (a - b) \sqrt{1 + 4\,ab \frac{\operatorname{sen}^2 \frac{1}{2} C}{(a - b)^2}} = (a - b) \sec \theta \quad \ldots\ldots \quad (261)$$

167. SEGUNDO MÉTODO.—Tenemos $\frac{1}{2}(A+B)=\frac{\pi}{2}-\frac{C}{2}$, además § 157

$$\tan\tfrac{1}{2}(A-B)=\frac{a-b}{a+b}\cot\tfrac{1}{2}C \quad\text{..................}\quad (262)$$

conocidas la suma y la diferencia de A y de B pueden determinarse estas cantidades.

Para obtener el valor de c la (225) da

$$c=\frac{a\,\text{sen}\,C}{\text{sen}\,A}=\frac{b\,\text{sen}\,C}{\text{sen}\,B}.$$

Por § 155 se tiene

$$c=(a+b)\frac{\cos\frac{1}{2}(A+B)}{\cos\frac{1}{2}(A-B)}=(a-b)\frac{\text{sen}\,\frac{1}{2}(A+B)}{\text{sen}\,\frac{1}{2}(A-B)}\ \ldots\ (263)$$

Por esta última fórmula sólo hay que sacar dos nuevos logaritmos.

168. TERCER MÉTODO.—Cuando a y b están dados por sus logaritmos es conveniente emplear un ángulo auxiliar tal que se tenga $\tan\theta=\frac{a}{b}$, de donde se obtiene

$$\frac{a-b}{a+b}=\frac{\tan\theta-1}{\tan\theta+1}=\tan\left(\theta-\frac{\pi}{4}\right)\quad\text{...............}\quad(264)$$

cuyo valor substituído en (262) da

$$\tan\tfrac{1}{2}(A-B)=\tan\left(\theta-\frac{\pi}{4}\right)\cot\tfrac{1}{2}C$$

169. La superficie la tenemos por (234).

170. SEGUNDO CASO.— Conocidos *dos ángulos* A, B, *uno opuesto al lado dado a*. Tenemos $C=\pi-(A+B)$, b y c los determinaremos como sigue.

Primer método.—Las fórmulas (225) dan

$$b = a\frac{\text{sen B}}{\text{sen A}}, \qquad c = a\frac{\text{sen C}}{\text{sen A}},$$

171. Segundo método.—Por (226) y (227) tenemos

$$b + c = a\frac{\cos\frac{1}{2}(\text{B} - \text{C})}{\text{sen}\frac{1}{2}\text{A}}, \qquad b - c = a\frac{\text{sen}\frac{1}{2}(\text{B} - \text{C})}{\cos\frac{1}{2}\text{A}}.$$

172. Cuando A y B son casi iguales se procede así: Por (225) tenemos

$$a - b = a - \frac{a\,\text{sen B}}{\text{sen A}} = a\frac{\text{sen A} - \text{sen B}}{\text{sen A}} = 2a\frac{\cos\frac{1}{2}(\text{A} + \text{B})\,\text{sen}\frac{1}{2}(\text{A} - \text{B})}{\text{sen A}}$$

.... (265)

Por (235) tenemos el valor de Ω.

173. Tercer caso.—Se conocen *los tres lados a, b, c, determinar los ángulos.*

Primer método.—En las fórmulas (232) todas las cantidades son conocidas con excepción de los cosenos de los ángulos, pero si queremos emplear los logaritmos se tienen que transformar dichas fórmulas; recordaremos que el cuadrado de dos cantidades es igual a la suma de dichas cantidades multiplicada por su diferencia. Si ponemos en fórmulas análogas a (112) y (113) el valor de cos A sacado de (232) tenemos

$$2\,\text{sen}^2\tfrac{1}{2}\text{A} = 1 - \cos\text{A} = 1 - \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2\,bc} = \frac{2\,bc - b^2 - c^2 + a^2}{2\,bc}$$

$$= \frac{a^2 - (b - c)^2}{2\,bc} = \frac{(a + b - c)\,(a + c - b)}{2\,bc}.$$

$$2\cos^2\tfrac{1}{2}\text{A} = 1 + \cos\text{A} = 1 + \frac{2\,bc + b^2 + c^2 - a^2}{2\,bc} = \frac{(b + c)^2 - a^2}{2\,bc}$$

$$= \frac{(a + b + c)\,(b + c - a)}{2\,bc}.$$

Poniendo por $a + b + c$ su valor $2p$, recordando el valor de r, despejando a sen $\frac{1}{2}$ A y cos $\frac{1}{2}$ A y permutando letras tenemos

$$\left.\begin{aligned} \text{sen}\,\tfrac{1}{2}\,A &= \sqrt{\frac{(p-b)(p-c)}{bc}}, \\ \text{sen}\,\tfrac{1}{2}\,B &= \sqrt{\frac{(p-a)(p-c)}{ac}}, \\ \text{sen}\,\tfrac{1}{2}\,C &= \sqrt{\frac{(p-a)(p-b)}{ab}}. \end{aligned}\right\} \quad (266) \qquad \left.\begin{aligned} \cos\tfrac{1}{2}\,A &= \sqrt{\frac{p(p-a)}{bc}}, \\ \cos\tfrac{1}{2}\,B &= \sqrt{\frac{p(p-b)}{ac}}, \\ \cos\tfrac{1}{2}\,C &= \sqrt{\frac{p(p-c)}{ab}}. \end{aligned}\right\} \quad (267)$$

Dividiendo cada una de (266) entre su correspondiente del (267) resultan

$$\left.\begin{aligned} \tan\tfrac{1}{2}\,A &= \sqrt{\frac{(p-b)(p-c)}{p(p-a)}} = \frac{r}{p-a}, \\ \tan\tfrac{1}{2}\,B &= \sqrt{\frac{(p-a)(p-c)}{p(p-b)}} = \frac{r}{p-b}, \\ \tan\tfrac{1}{2}\,C &= \sqrt{\frac{(p-a)(p-b)}{p(p-c)}} = \frac{r}{p-c}. \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (268)$$

174. SEGUNDO MÉTODO.—En la (fig. 17) tenemos

$$h_c^2 = a^2 - \overline{BD}^2 = b^2 - \overline{AD}^2,$$

de donde

$$a^2 - b^2 = \overline{BD}^2 - \overline{AD}^2$$

o bien

$$(a + b)(a - b) = c(BD - AD)$$

luego

$$BD - AD = \frac{(a + b)(a - b)}{c}$$

y como conocemos a BD + AD se pueden determinar a cada una de estas cantidades. Una vez conocidas tenemos

$$\cos B = \frac{BD}{a}, \quad \left.\begin{matrix}\cos A \\ \cos(\pi - A)\end{matrix}\right\} = \frac{AD}{b}, \quad C = \pi - (B + A) \ldots (269)$$

175. Para la superficie tenemos la (259).

176. Cuarto caso.—Se conocen *dos lados, a, b, y el angulo A opuesto a uno de ellos.* Tenemos

$$\text{sen } B = \frac{b \text{ sen } A}{a}, \qquad C = \pi - (A + B), \qquad c = \frac{a \text{ sen } C}{\text{sen } A}.$$

o bien se tiene

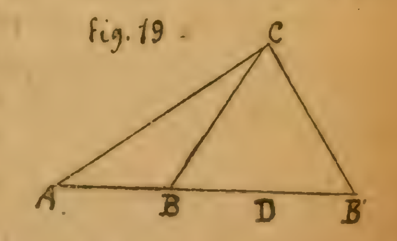
$$c = AD \pm DB = b \cos A \pm a \cos B \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (270)$$

También puede obtenerse a c despejando a esta cantidad de la primera fórmula (232) la cual transformada da

$$c = b \cos A \pm \sqrt{a^2 - b^2 \text{ sen}^2 A} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (271)$$

177. Discusión.—Si $a > b$ sen A se tienen para c dos valores reales; si $a = b$ sen A, hay un valor para c; finalmente si $a < b$ sen a los dos valores de c son cantidades complejas.

La (fig. 19) nos indica que b sen A $= h_c$ y que en el primer caso se tienen los dos triángulos A B C y A B′ C puesto que B está dado por su seno tiene dos valores y resultan para c los dos valores



$$c = AB, \qquad c' = AB'.$$

En el segundo supuesto se tiene un solo triángulo ACD y $c = AD$.

Finalmente, en el tercer supuesto h_c no encuentra AB.

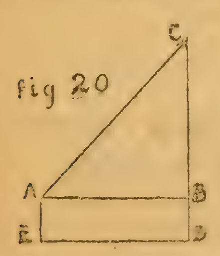
178. La superficie se obtiene por la (258).

CAPITULO IV

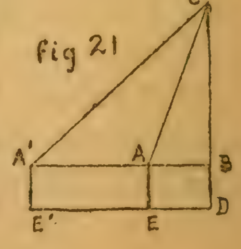
PROBLEMAS DE TRIGONOMETRIA RECTILINEA

179. *Determinar la altura de un edificio que está construído sobre un terreno que es sensiblemente horizontal y 1º Cuando su parte inferior es accesible. 2º Cuando es inaccesible.*

1er. Caso. Se mide una distancia AB (Fig. 20) próximamente igual a la altura que se busca; en la extremidad se coloca exactamente el centro de un teodolito, y una vez nivelado se mide el ángulo BAC. En el triángulo ABC se tiene $BC = AB \tan BAC$; agregándole a BC la distancia que hay del suelo al eje del anteojo se tiene la altura C D que se deseaba conocer.



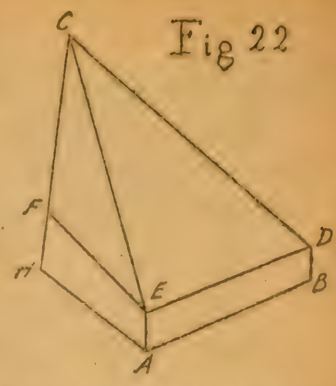
2º Caso. Sea D (Fig. 21) un punto del terreno que esté en la vertical del punto C; sobre la recta E′D se mide EE′, cuya longitud no difiera mucho de CD, se elige el punto E de modo que esté cerca de B y desde el cual se vea C, se coloca el teodolito de manera que su plomada pasa por los puntos E y E′ y se miden los ángulos $\widehat{BAC}$, $\widehat{BA'C}$. Recordando que $\widehat{A'CA} = \widehat{CAB} - \widehat{CA'A}$; los triángulos AA′C y BA′C dan



$$A'C = \frac{A'A \operatorname{sen} A'AC}{\operatorname{sen} A'CA}, \qquad CB = A'C \operatorname{sen} CA'B.$$

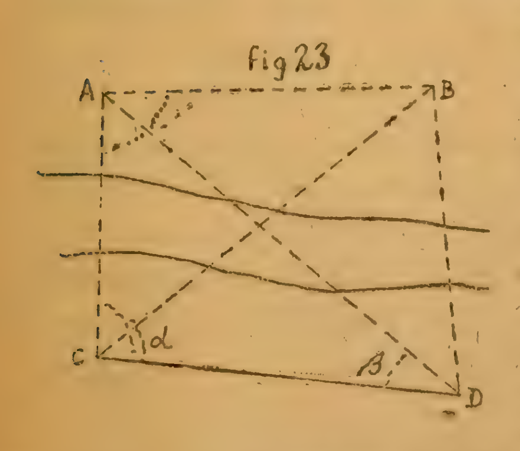
Agregando a BC la altura $BD = AE$ del punto A sobre el suelo se tiene la altura del edificio. Si por algún motivo no

se mide EE′ en la dirección del edificio o que sea CD la altura desconocida de una montaña se procede así:



(Fig. 22) Sea C H la altura que se busca: se eligen dos estaciones A y B, una A que esté poco más o menos en el plano horizontal del pie de la altura y de modo que se pueda medir la distancia AB; se coloca el teodolito sucesivamente en A y B y se miden los ángulos CED, CEF, CDE. En el triángulo CED tenemos

$$CE = ED \frac{\text{sen } EDC}{\text{sen } ECD}$$

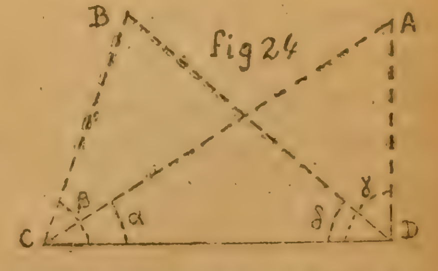


y en el triángulo CEF, CF = CE sen CEF; al valor de CF se añade la distancia AE.

180. 2º Determinar la distancia de un punto C accesible a otro A inaccesible.

(Figura 23). Se mide una base CD desde cuyas extremidades C y D se vea el punto A, se miden los ángulos α y β. El triángulo ACD da

$$AC = \frac{CD \text{ sen } \beta}{\text{sen } (\alpha + \beta)}$$



181. 3º Determinar la distancia entre dos puntos A y B inaccesibles Fig. 24).

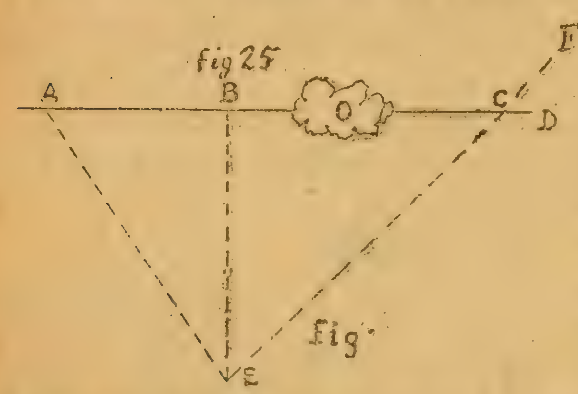
Se miden la base C D y los ángulos α, β, γ, δ; los triángulos BCD, ADC, ABD, dan

$$BD = \frac{CD \operatorname{sen} \beta}{\operatorname{sen}(\beta + \delta)}, \quad AD = \frac{CD \operatorname{sen} \alpha}{\operatorname{sen}(\alpha + \delta)}, \quad AB = \frac{BD \operatorname{sen}(\gamma - \delta)}{\operatorname{sen} BAD}$$

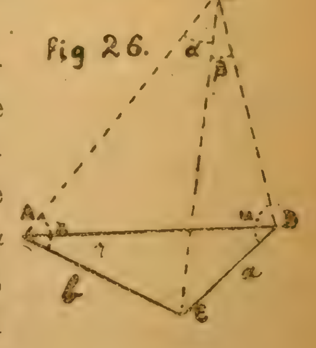
habiéndose calculado previamente el $\widehat{BAD}$, § 167.

182. 4º Prolongar un alineamiento AB del otro lado de un obstáculo O inaccesible (Fig. 25).

Se miden la distancia AB y en sus extremidades los $\hat{B}$ y $\hat{A}$ que forman con AB las visuales dirigidas a un punto E desde donde se pueda ver la parte del terreno en donde debe encontrarse la prolongación de AB. En el triángulo ABE se conocen AB y los ángulos adyacentes, se calcula AE; en E se mide el ángulo AEF. En el triángulo AEC se conocen AE y los ángulos adyacentes, se calculan EC y el $\widehat{ECA}$. Finalmente se mide en la dirección EF a partir de E una longitud igual a EC; colocándose el teodolito en C, se traza CD de modo que el ángulo ECD sea igual al suplemento del ángulo BCE.



183.—5º PROBLEMA DE LOS TRES VÉRTICES.[1] — En un terreno sensiblemente horizontal hay tres puntos, A, B, C, (Figura 26). Se quiere fijar la posición de otro punto D Se miden los ángulos α y β que forman entre sí las visuales DA, DC, y DB; la suma de los ángulos del



1 Se llama también problema de *Pothenot*, francés, † 31 a. 1732.

cuadrilátero ACBD es 2π, luego para determinar la suma de x y u se tiene

$$x + u = 2\pi - (\alpha + \beta + C).$$

Los triángulos ACD y BCD dan

$$CD = \frac{b \operatorname{sen} x}{\operatorname{sen} \alpha} = \frac{a \operatorname{sen} u}{\operatorname{sen} \beta},$$

de donde

$$\frac{\operatorname{sen} x}{\operatorname{sen} u} = \frac{a \operatorname{sen} \alpha}{b \operatorname{sen} \beta},$$

haciendo $\frac{\operatorname{sen} x}{\operatorname{sen} u} = \tan \theta$ y transformando resulta

$$\frac{\operatorname{sen} x - \operatorname{sen} u}{\operatorname{sen} x + \operatorname{sen} u} = \frac{\tan \theta - 1}{\tan \theta + 1} = \tan\left(\theta - \frac{\pi}{4}\right),$$

por consiguiente

$$\frac{\tan \frac{1}{2}(x - u)}{\tan \frac{1}{2}(x + u)} = \tan\left(\theta - \frac{\pi}{4}\right).$$

Poniendo por $x + u$ su valor y despejando a $\tan \frac{1}{2}(x - u)$ se tiene

$$\tan \tfrac{1}{2}(x - u) = \tan\left(\theta - \frac{\pi}{4}\right) \tan\left[\pi - \tfrac{1}{2}(\alpha + \beta + C)\right] \ \ldots\ldots \ (272)$$

Conocidas las cantidades $x + u$ y $x - u$ se determinan a x y u y se puede conocer el valor de CD, puesto que en el triángulo ACD se conocen al lado b y sus ángulos adyacentes; en consecuencia se puede fijar la posición del punto D.

Si resultare que

$$\pi - \tfrac{1}{2}(\alpha + \beta + C) = \frac{\pi}{2},$$

los ángulos $\widehat{C}$ y $\widehat{D}$ son suplementarios, el cuadrilátero es inscriptible. El diámetro del círculo circunscrito al cuadrilátero es igual a

$$\frac{a}{\operatorname{sen}\beta}=\frac{b}{\operatorname{sen}\alpha},$$

es decir, que tan $\theta=1$, y $\theta=\frac{\pi}{4}$.

En el segundo miembro de la última fórmula su primer factor es cero y el segundo no tiene sentido, es el infinito; el problema es indeterminado.

184.—6º CONOCIDOS LOS LADOS DE UN TRIÁNGULO DETERMINAR EL RADIO DE SU CÍRCULO CIRCUNSCRITO.

Por la fórmula (259) se determina la superficie del triángulo y en la (242) despejamos a R resulta

$$R=\frac{a\,b\,c}{4\,\Omega}.$$

185.—7º Conocidos los lados de un triángulo determinar los radios de los círculos inscritos y exinscritos.

Por la fórmula (259) se determina la superficie del triángulo y la (240) da

$$r=\frac{\Omega}{p}.$$

Por otra parte, permutando letras en (245) y despejando a r_a, r_b, r_c tenemos

$$r_a=\frac{\Omega}{r\cot\frac{A}{2}},\qquad r_b=\frac{\Omega}{r\cot\frac{B}{2}}\qquad r_c=\frac{\Omega}{r\cot\frac{C}{2}}\;\;\ldots\ldots\;(273)$$

Sumando las recíprocas de estas cantidades y observando que el factor de r es igual a $\frac{1}{r^2}$ tenemos

$$\frac{1}{r_a}+\frac{1}{r_b}+\frac{1}{r_c}=\frac{r}{\Omega}\left(\cot\frac{A}{2}+\cot\frac{B}{2}+\cot\frac{C}{2}\right)=\frac{1}{r}.$$

Del producto de las (273) se saca

$$r^3\, r_a\, r_b\, r_c=\frac{\Omega^3}{\cot\frac{A}{2}\cot\frac{B}{2}\cot\frac{C}{2}}=\frac{p\, r^2\, \Omega^2}{p},$$

luego

$$r r_a\, r_b\, r_c=\Omega^2 \quad \ldots\ldots\ldots \quad (274)$$

186. Multiplicando de dos en dos las fórmulas (273) y sumándolas, tenemos

$$r_a\, r_b+r_a\, r_c+r_b\, r_c=\frac{\Omega^2}{r^2}\left(\tan\frac{A}{2}\tan\frac{B}{2}+\tan\frac{A}{2}\tan\frac{C}{2}+\tan\frac{B}{2}\tan\frac{C}{2}\right)=p^2 \quad \ldots\ldots\ldots \quad (275)$$

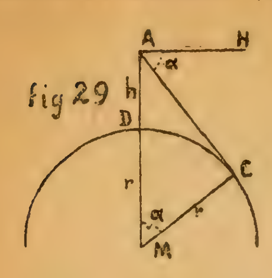
puesto que la cantidad que está dentro del paréntesis es igual a 1 (50).

187. Como $\frac{a}{2\,\Omega}=\frac{1}{h_a}$, si permutamos letras y sumamos las tres igualdades tenemos

$$\frac{1}{h_a}+\frac{1}{h_b}+\frac{1}{h_c}=\frac{a+b+c}{2\,\Omega}=\frac{2\,p}{2\,\Omega}=\frac{1}{r}=\frac{1}{r_a}+\frac{1}{r_b}+\frac{1}{r_c} \quad \ldots\ldots \quad (276)$$

188. 8º—SE QUIERE SABER HASTA QUÉ DISTANCIA PUEDE VERSE DESDE UN LUGAR CUYA ALTURA SOBRE EL NIVEL DEL MAR

ES DE H METROS (Fig. 29). Sea un círculo máximo de la Tierra cuyo centro es M y su radio r en el supuesto que es esférica; un observador colocado en A cuyo punto está elevado H metros sobre el nivel del mar podrá ver hasta C, siendo AC la tangente tirada desde A; llamaremos x la distancia AC que se busca y sea a el número de minutos que tiene el ángulo DMC que es muy pequeño, puesto que r es muy grande respecto de H. Tenemos $x = r \operatorname{sen} a = ra \operatorname{sen} 1'$; en el triángulo AMC se tiene



$$\frac{r}{r + \mathrm{H}} = \cos a$$

de donde

$$1 - \cos a = \frac{\mathrm{H}}{r + \mathrm{H}} = 2 \operatorname{sen}^2 \tfrac{1}{2} a = \frac{a^2}{2} \operatorname{sen}^2 1',$$

por consiguiente

$$a \operatorname{sen} 1' = \sqrt{\frac{2\,\mathrm{H}}{r + \mathrm{H}}}, \qquad \text{y} \qquad x = r \sqrt{\frac{2\,\mathrm{H}}{r + \mathrm{H}}} = \sqrt{\frac{2\,r\,\mathrm{H}}{1 + \frac{\mathrm{H}}{r}}} \text{ ...... } (277)$$

como $\frac{\mathrm{H}}{r}$ es una fracción muy pequeña se tiene con bastante exactitud

$$x = \sqrt{2\,r\,\mathrm{H}}.$$

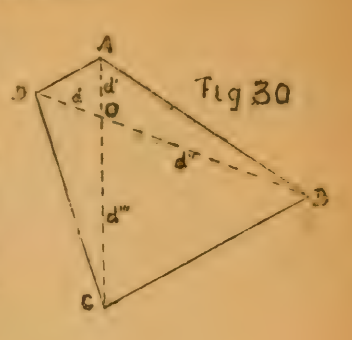
En realidad se ve a mayor distancia a causa de la refracción terrestre, por la experiencia se sabe que es $x + 0.08\,x$.

189. Si tiramos la línea A H perpendicular a A M, el ángulo HAC que es igual a $\hat{a}$ da la depresión del horizonte del mar y según lo dicho anteriormente se tiene

$$a = \frac{1}{\operatorname{sen} 1'} \sqrt{\frac{2\,\mathrm{H}}{r + \mathrm{H}}} \text{ .... } (278)$$

Este ángulo debe disminuirse, a causa de la refracción terrestre la cantidad 0.13 o $\frac{1}{8}$ aproximadamente.

190. 9º *Determinar el área Ω' de un cuadrilátero en función de sus diagonales y del ángulo que forman.*

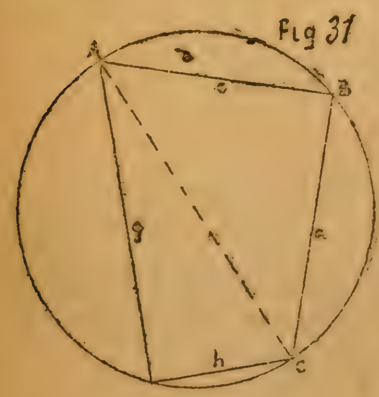


(Fig. 30). Designaremos por D y D' las diagonales y por α el ángulo AOB, por la figura vemos que el cuadrilátero está dividido en cuatro triángulos y se tiene

$$\left.\begin{aligned}\Omega' &= \frac{d\,d'}{2}\operatorname{sen}\alpha + \frac{d'\,d''}{2}\operatorname{sen}\alpha + \frac{d''\,d'''}{2}\operatorname{sen}\alpha + \frac{d\,d'''}{2}\operatorname{sen}\alpha \\ &= \frac{\operatorname{sen}\alpha}{2}\left[(d+d'')\,d' + (d+d'')\,d'''\right] \\ &= \frac{\operatorname{sen}\alpha}{2}(d+d'')(d'+d''') = \frac{\operatorname{sen}\alpha}{2}\,\mathrm{D}\,\mathrm{D}'\end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ (279)$$

Luego: *la superficie de un cuadrilátero es igual a la mitad del producto de sus diagonales por el seno del ángulo que forman.*

191. 10º *Conocidos los lados de un cuadrilátero inscriptible, determinar el área, los ángulos, las diagonales, el ángulo que forman éstas y el radio de su círculo circunscrito.*



(Fig. 31). La superficie Ω' del cuadrilátero es igual a la superficie de los triángulos ABC, ACD y puesto que $\hat{\mathrm{B}} + \hat{\mathrm{D}} = \pi$, se tiene

$$\Omega' = \tfrac{1}{2}\,(ac\operatorname{sen}\mathrm{B} + gh\operatorname{sen}\mathrm{D}) = \tfrac{1}{2}\,(ac + gh)\operatorname{sen}\mathrm{B} \quad \ldots\ldots\ (a)$$

Por otra parte se tiene

$$\overline{AC}^2 = D^2 = a^2 + c^2 - 2\,ac\cos B = g^2 + h^2 + 2\,gh\cos B \ \dots \ (b)$$

de donde

$$\cos B = \frac{a^2 + c^2 - g^2 - h^2}{2\,(ac + gh)},$$

luego

$$\Omega' = \frac{ac + gh}{2}\sqrt{1 - \frac{(a^2 + c^2 - g^2 - h^2)^2}{4\,(ac + gh)^2}} = \tfrac{1}{4}$$

$$\sqrt{[2\,(ac + gh) + a^2 + c^2 - g^2 - h^2]\,[2\,(ac + gh) - a^2 - c^2 + g^2 + h^2]} = \tfrac{1}{4}$$

$$\sqrt{[(a + c)^2 - (g - h)^2]\,[(g + h)^2 - (a - c)^2]} = \tfrac{1}{4}$$

$$\sqrt{(a + c + g - h)\,(a + c + h - g)\,(g + h + a - c)\,(g + h + c - a)}$$

Haciendo $a + b + g + h = 2\,p'$

$$\Omega' = \sqrt{(p' - a)\,(p' - c)\,(p' - g)\,(p' - h)} \ \dots\dots\dots \ (280)$$

De (a) se deduce $\quad \operatorname{sen} B = \dfrac{2\,\Omega'}{ac + gh}$

y por analogía $\quad \operatorname{sen} C = \dfrac{2\,\Omega'}{ah + cg}$ $\quad\dots\dots\dots\dots\dots$ (281)

además se tienen

$$\hat{D} = \pi - \hat{B}, \qquad \hat{A} = \pi - \hat{C} \ \dots\dots\dots\dots\dots \ (282)$$

Para encontrar los valores de las diagonales substituiremos el valor de cos B en una de las fórmulas (b), resulta hechas las operaciones

$$D^2 = \frac{(ag + ch)\,(ah + cg)}{ac + gh} \ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \ (283)$$

De una manera análoga obtendríamos

$$D'^2 = \frac{(ag + ch)(ac + gh)}{ah + cg} \qquad \text{(283) bis.}$$

Multiplicando y dividiendo sucesivamente las dos últimas igualdades y extrayendo la raíz cuadrada se tienen

$$DD' = ag + ch, \qquad \frac{D}{D'} = \frac{ah + cg}{ac + gh},$$

Dividiendo las (281) se tiene

$$\frac{\operatorname{sen} B}{\operatorname{sen} C} = \frac{ah + cg}{ac + gh} = \frac{D}{D'}$$

Estas tres últimas igualdades nos dicen: *que en todo cuadrilátero inscriptible* 1º *El producto de las diagonales es igual a la suma de los productos de los lados opuestos del cuadrilátero.* 2º *La razón de las diagonales es igual a la de las sumas de los productos de los lados que forman respectivamente los ángulos que une cada diagonal.* 3º *Las diagonales son entre sí como los senos de los ángulos opuestos.*

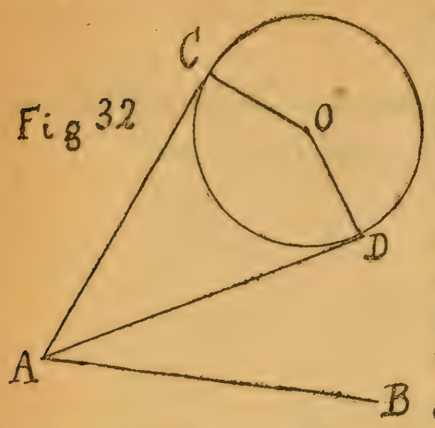
De la fórmula (279) se deduce

$$\operatorname{sen} a = \frac{2\,\Omega'}{D\,D'} = \frac{2\sqrt{(p'-a)(p'-c)(p'-g)(p'-h)}}{ag + ch} \quad \text{(284)}$$

Como el círculo circunscrito al cuadrilátero pasa por los vértices A, B, C, es también el círculo circunscrito al triángulo ABC cuyo radio r_0 tiene por valor

$$\left. \begin{aligned} r_0 = \frac{D}{2 \operatorname{sen} B} &= \tfrac{1}{4}\sqrt{\frac{(ag+ch)(ah+cg)(ac+gh)^2}{(ac+gh)\,\Omega}} \\ &= \tfrac{1}{4}\sqrt{\frac{(ag+ch)(ah+cg)(ac+gh)}{(p'-a)(p'-c)(p'-g)(p'-h)}} \end{aligned} \right\} \quad \text{(285)}$$

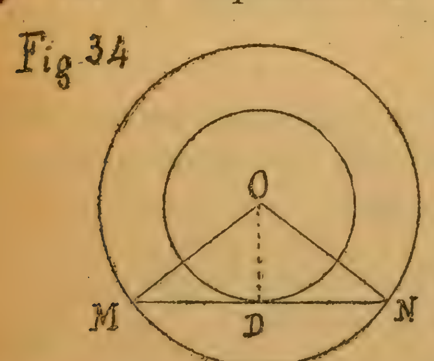
192. 11º *Determinar el radio de un estanque circular inaccesible.*—(Fig. 32). Sea O el centro del estanque, se mide una base AB y los ángulos CAB, DAB formados con la base y las direcciones AC, AD tangentes al estanque; si se supone trazada la recta OA se ve que $\widehat{OAD}$ es la semidiferencia y $\widehat{OAB}$ la semisuma de los ángulos que se han medido. Operando en B del mismo modo que se hizo en A, se determina el $\widehat{OBA}$; de este modo se conocen en el triángulo OAB un lado y los dos ángulos adyacentes, se calcula OA y en el triángulo CAO se conoce la hipotenusa y el $\widehat{CAO}$, se puede determinar el radio CO del estanque.



193. 12º *Determinar la superficie de un segmento circular.*—Sea el segmento ANB, (Fig. 33) tenemos

$$\text{seg ANB} = \text{sect AOBN} - \text{tri AOB} = \frac{\pi r^2 a}{2\pi} - \frac{r^2 \operatorname{sen} a}{2} = \frac{r^2}{2}(a - \operatorname{sen} a) \quad (286)$$

194. 13º *Expresiones de las áreas de los polígonos regulares de n y 2n lados inscritos y circunscritos a los círculos cuyos radios son r_n y R_n respectivamente.*



Sean (fig. 34) M N = m el lado de un polígono regular de n lados, O el centro de los círculos, O D = r_n el radio del círculo inscrito, O M = R_n el radio del círculo circunscrito

El $\widehat{MON}$ es la enésima parte de 2π, luego

$$\widehat{MOD} = \frac{\pi}{n}, \quad MD = \frac{m}{2} = R_n \operatorname{sen} \frac{\pi}{n} = r_n \tan \frac{\pi}{n},$$

por consiguiente

$$R_n = \frac{m}{2 \operatorname{sen} \frac{\pi}{n}}, \qquad r_n = \frac{m}{2 \tan \frac{\pi}{n}}.$$

$$\text{Area del tri } MON = \tfrac{1}{2}\, MN \times OD = \frac{m}{2} \cdot \frac{m}{2} \cot \frac{\pi}{n} = \frac{m^2}{4} \cot \frac{\pi}{n};$$

luego el área del polígono inscrito que designaremos por Ω será

$$\left.\begin{aligned} \Omega &= \frac{nm^2}{4} \cot \frac{\pi}{n} = n\, R^2_n \operatorname{sen}^2 \frac{\pi}{n} \cot \frac{\pi}{n} = \frac{n}{2} R^2_n \operatorname{sen} \frac{2\pi}{n} \\ &= n\, r^2_n \tan^2 \frac{\pi}{n} \cot \frac{\pi}{n} = n\, r^2_n \tan \frac{\pi}{n} \end{aligned}\right\} \quad (287)$$

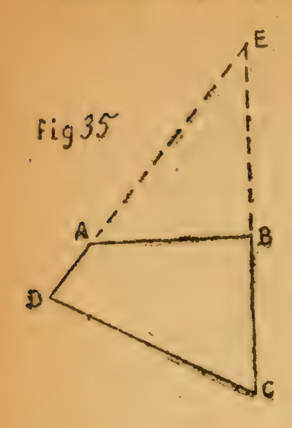
El área Ω' del polígono circunscrito es

$$\Omega' = n\, R^2_n \tan \frac{\pi}{n} \quad \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \quad (288)$$

La razón de las áreas de los polígonos inscrito y circunscrito, es pues,

$$\frac{\Omega}{\Omega'} = \frac{\frac{n}{2} R^2_n \operatorname{sen} \frac{2\pi}{n}}{n\, R^2_n \tan \frac{\pi}{n}} = \frac{1}{2}\, \frac{2 \operatorname{sen} \frac{\pi}{n} \cos \frac{\pi}{n}}{\tan \frac{\pi}{n}} = \cos^2 \frac{\pi}{n} \quad \dots\dots \quad (289)$$

Por ejemplo para los polígonos de 3. 4, 5, 6, 9, 10, 12, 15, etc., lados, se tiene que determinar el cuadrado del coseno de los ángulos de 60°, 45°, 36°, 30°, 20°, 18°, 15°, 12°, etcétera, respectivamente.



195. 14º *Determinar la superficie Ω de un cuadrilátero* A B C D, (fig. 35), *conociendo los lados opuestos* A B, C D *y los cuatro ángulos.*—Prolongando los lados A D, B C se cortarán en el punto E, tendremos:

$$\Omega' = \text{sup}\, C E D - \text{sup}\, B E A = \tfrac{1}{2}(C E \times E D \,\text{sen}\, E - B E \times A E \,\text{sen}\, E).$$

Los triángulos C E D, A E B dan

$$C E = \frac{C D \,\text{sen}\, D}{\text{sen}\,(C + D)}, \qquad D E = \frac{C D \,\text{sen}\, C}{\text{sen}\,(C + D)}.$$

$$B E = \frac{A B \,\text{sen}\,(\pi - A)}{\text{sen}\,(C + D)}, \qquad A E = \frac{A B \,\text{sen}\,(\pi - B)}{\text{sen}\,(C + D)}$$

luego

$$\Omega' = \frac{\overline{C D}^2 \,\text{sen}\, C \,\text{sen}\, D - \overline{A B}^2 \,\text{sen}\, A \,\text{sen}\, B}{2 \,\text{sen}\,(C + D)} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (290)$$

196.—15. EN UN TRIÁNGULO SE CONOCEN LAS CANTIDADES C, c y $a - b$ o $a + b$, SE QUIEREN DETERMINAR LOS ÁNGULOS a y b.

Una de las fórmulas (226) o (227) permutando letras nos da a conocer a $\frac{1}{2}(A - B)$, como se conoce $\frac{1}{2}(A + B) = \frac{1}{2}(\pi - C)$ se puede determinar a A y B; por la otra de las fórmulas determinaremos a $a - b$ o $a + b$, según que $a + b$ o $a - b$ sea conocida.

197.—16. Se conocen Ω, B, C, se buscan las otras cantidades. De la (247) se saca

$$a=\sqrt{\frac{2\,\Omega \operatorname{sen}(B+C)}{\operatorname{sen} B \operatorname{sen} C}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (291)$$

permutando letras, se calculan b, c, $A=\pi-(B+C)$.

198.—17. Se nos dan A, B, p. Tenemos $C=\pi-(A+B)$.

De las (267) se deduce

$$\cos\frac{B}{2}\cos\frac{C}{2}=\frac{p}{a}\sqrt{\frac{(p-b)\,(p-c)}{b\,c}}=\frac{p}{a}\operatorname{sen}\frac{A}{2}.$$

de donde

$$a=\frac{p \operatorname{sen}\frac{A}{2}}{\cos\frac{B}{2}\cos\frac{C}{2}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (292)$$

permutando letras tendremos a b y c.

199.—18. Conocemos B, a, $b+c$ o $b-c$.

Multiplicando ordenadamente dos de la (268) se tiene

$$\tan\frac{B}{2}\tan\frac{C}{2}=\sqrt{\frac{(p-a)\,(p-c)\,(p-a)\,(p-b)}{p^2\,(p-b)\,(p-c)}}=\frac{p-a}{p} \quad \ldots\ldots \quad (293)$$

$$\tan\frac{C}{2}\cot\frac{B}{2}=\frac{p-b}{p-c} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (294)$$

Si se nos da la suma $b+c$, se conocen p y $p-a$, si se da $b-c$ se conocen $p-b$, y $p-c$.

Permutando las letras se calculan las otras cantidades.

200.—19. Conociendo A, B, r, determinar las otras cantidades.

Se tiene: $C=\pi-(A+B)$, por las fórmulas (246) se calculan a, b, c.

201.—20. Resolver un triángulo rectilíneo conociendo c, A, B. en el supuesto de que A y B son muy agudos.

Siendo A y B muy agudos podemos poner sen $A = A - \frac{1}{6} A^3$ sen $B = B - \frac{1}{6} B^3$, sen $C = \text{sen}(A + B) = A + B - \frac{1}{6}(A + B)^3$

Las fórmulas para obtener a y b se convierten en

$$a = \frac{Ac}{A + B}\left(1 - \frac{A^2}{6}\right)\left[1 - \frac{1}{6}(A + B)^2\right]^{-1} = \frac{Ac}{A + B}\left(1 - \frac{A^2}{6}\right)\left[1 + \frac{(A + B)^2}{6} + \&\right]$$

Efectuando los cálculos indicados, [1] despreciando los términos del 4º grado y permutando letras resultan

$$\left.\begin{aligned} a &= \frac{Ac}{A + B} = \left(1 + \frac{2AB + B^2}{6} \text{sen}^2 1''\right) \\ b &= \frac{Bc}{A + C} = \left(1 + \frac{2AB + A^2}{6} \text{sen}^2 1''\right) \end{aligned}\right\} \ldots\ldots\ldots\ldots (295)$$

202.—21. Resolver un triángulo rectilíneo conociendo a, b y C, siendo A y B muy pequeños y C muy obtuso.

Si ponemos $C = \pi - C'$, el ángulo C' será muy pequeño y se tiene:

$$c^2 = a^2 + b^2 + 2\,a\,b \cos C'.$$

Poniendo $1 - \frac{C'^2}{2}$ en lugar de $\cos C'$ resulta

$$c^2 = (a + b)^2 - a\,b\,C'^2,$$

y

$$c = (a + b)\left[1 - \frac{ab}{(a + b)^2} C'^2\right]^{\frac{1}{2}} = a + b - \frac{1}{2}\,\frac{ab}{a + b}\,C'^2 \text{sen}^2 1'' \ldots (296)$$

---

1 Hay que recordar que si un ángulo A está dado en partes del radio, si se quiere que esté expresado en segundos, es preciso reemplazar A por A sen 1″. Al contrario, si A se encuentra expresado en segundos y se quiere que lo esté en partes del radio se reemplaza A por $\frac{A}{\text{sen } 1''}$.

Despreciando los términos en C' superiores al tercero.

Para A, se tiene

$$\text{sen A} = \frac{a}{c} \text{sen C} = \frac{a}{c} \text{sen C}'.$$

Poniendo por c su valor (296) y por sen C', $C' - \frac{C'^3}{6}$ resulta

$$\text{sen A} = \frac{a}{a+b}\left(C' - \frac{C'^3}{6}\right)\left[1 - \tfrac{1}{2}\frac{ab}{(a+b)^2}C'^2\right]^{-1} =$$

$$\frac{a\,C'}{a+b}\left[1 - \frac{a^2+b^2-ab}{(a+b)^2}\,\frac{C'^2}{6}\right].$$

Pero como C es muy obtuso A es muy pequeño y podemos poner

$$A = \text{sen A} + \frac{\text{sen}^3 A}{6},$$

poniendo por sen A el valor anterior resulta

$$A = \frac{a\,C'}{a+b}\left[1 + \frac{b\,(a-b)\,C'^2\,\text{sen}^2 1''}{6\,(a+b)^2}\right]$$

Permutando letras tenemos .... (297)

$$B = \frac{b\,C'}{a+b}\left[1 + \frac{a\,(a-b)\,C'^2\,\text{sen}^2 1''}{6\,(a+b)^2}\right].$$

Habiendo puesto C' sen 1'', A sen 1'' B sen 1'' en lugar de C', A, B.

203.—22. Resolver un triángulo rectilíneo conociendo b, c y A, siendo B y C muy pequeños y $\frac{a}{b}$ muy pequeño.

Dividiendo entre sí las fórmulas

c sen A $= a$ sen C, ... (a) $\qquad$ c cos A $= b - a$ cos C............ (b)

se tiene

$$\tan A = \frac{\frac{a}{b} \operatorname{sen} C}{1 - \frac{a}{b} \cos C}$$

de donde haciendo $-\frac{a}{b} = m$ resulta

$$\tan \left(A + \frac{C}{2}\right) = \frac{m+1}{m-1} \tan \frac{C}{2}.$$

Haciendo

$$A + \frac{C}{2} = x, \qquad \frac{C}{2} = u,$$

la fórmula (219) da

$$A = \frac{a \operatorname{sen} C}{b \operatorname{sen} 1''} + \frac{a^2 \operatorname{sen} 2\,C}{b^2 \operatorname{sen} 2''} + \frac{a^3 \operatorname{sen} 3\,C}{b^3 \operatorname{sen} 3''} + \&.$$

Elevando al cuadrado la (b), poniendo por $\cos^2 A$ y $\cos^2 C$ sus valores en función de los senos atendiendo a la (a) resulta

$$\frac{c^2}{b^2} = 1 - \frac{2a}{b} \cos C + \frac{a^2}{b^2} = \left[\frac{a}{b} - (\cos C + i \operatorname{sen} C)\right]\left[\frac{a}{b} - (\cos C - i \operatorname{sen} C)\right]$$

y tomando los logaritmos recordando que

$$\log(1-n) = -M\left(n + \frac{n^2}{2} + \frac{n^3}{3} + \&\right)$$

resulta

$$\log c = \log b - M\left(\frac{a}{b} \cos C + \frac{a^2}{b^2} \frac{\cos 2\,C}{2} + \frac{a^3}{b^3} \frac{\cos 3\,C}{3} + \&\right)$$

y

$$B = \pi - (A + C).$$

CAPITULO V

DIFERENCIAS Y DIFERENCIALES DE TRIÁNGULOS PLANOS

204. PROBLEMA.—*En un triángulo rectilíneo dos de sus elementos principales son constantes y los otros variables.*

La resolución de este problema equivale a resolver el siguiente: *investigar las diferencias que existen entre dos triángulos que tienen comunes dos de sus elementos principales.*

205. PRIMER CASO. A Y *c* CONSTANTES.—Sean dos triángulos ABC y ABC′; los elementos principales de este último son los mismos que los del ABC aumentados de los incrementos correspondientes que para mayor sencillez representaremos por $\underline{B}$, $\underline{C}$, $\underline{b}$ y $\underline{a}$.

Los triángulos ABC y ABC′ dan respectivamente.

1º $\quad A + B + C = 2^R, \qquad A + B + \underline{B} + C + \underline{C} = 2^R,$

restándolas se tiene $\underline{B} + \underline{C} = o$, luego $\underline{B} = -\underline{C}$ ...... (298)

2º $$a = c \text{ sen } A \text{ coe } C \quad \text{.......... (a)}$$

$$a + \underline{a} = c \text{ sen } A \text{ coe } (C + \underline{C}) \quad \text{.......... (b)}$$

Restándolas, tomando la mitad y recordando (158) se tiene

$$\tfrac{1}{2}\,\underline{a} = \frac{c \text{ sen } A \cos\,(C + \frac{1}{2}\,\underline{C}) \text{ sen } \frac{1}{2}\,\underline{C}}{\text{sen } C \text{ sen } (C + \underline{C})} = \frac{a \cos\,(C + \frac{1}{2}\,\underline{C}) \text{ sen } \frac{1}{2}\,\underline{C}}{\text{sen } (C + \underline{C})} \quad \text{........ (c)}$$

Por (74) la mitad de la suma de (a) y (b) es

$$a + \tfrac{1}{2}\underline{a} = \frac{c \text{ sen } A \text{ sen}(C + \frac{1}{2}\underline{C}) \cos \frac{1}{2}\underline{C}}{\text{sen } C \text{ sen } (C + \underline{C})} = \frac{a \text{ sen } (C + \frac{1}{2}\underline{C}) \cos \frac{1}{2}\underline{C}}{\text{sen } (C + \underline{C})}.$$

Dividiendo esta igualdad entre la (c) resulta

$$\frac{a + \frac{1}{2}\underline{a}}{\frac{1}{2}\underline{a}} = \frac{\tan (C + \frac{1}{2}\underline{C})}{\tan \frac{1}{2}\underline{C}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (299)$$

3º Por (240) tenemos

$$b - c \cos A = c \text{ sen } A \cot C,$$

$$b + \underline{b} - c \cos A = c \text{ sen } A \cot (C + \underline{C})$$

Su diferencia es recordando (66)

$$\underline{b} = -\frac{c \text{ sen } A \text{ sen } \underline{C}}{\text{sen } C \text{ sen } (C + \underline{C})} = -\frac{2\, a \text{ sen } \frac{1}{2}\underline{C} \cos \frac{1}{2}\underline{C}}{\text{sen } (C + \underline{C})} \quad \ldots\ldots \quad (300)$$

Dividiendo (c) entre ésta se tiene

$$\frac{\underline{a}}{\underline{b}} = \frac{\cos (C + \frac{1}{2}\underline{C})}{\cos \frac{1}{2}\underline{C}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (301)$$

206. Segundo Caso A y a constantes.
1º Tenemos $\underline{B} = -\underline{C}$.

2º $$b \text{ sen } A = a \text{ sen } B,$$

$$(b + \underline{b}) \text{ sen } A = a \text{ sen } (B + \underline{B}).$$

Por suma y resta dan

$$(b + \tfrac{1}{2}\underline{b}) \text{ sen } A = a \text{ sen } (B + \tfrac{1}{2}\underline{B}) \cos \tfrac{1}{2}\underline{B}$$

$$\tfrac{1}{2}\underline{b} \text{ sen } A = a \cos (B + \tfrac{1}{2}\underline{B}) \text{ sen } \tfrac{1}{2}\underline{B} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (d)$$

y dividiendo éstas

$$\frac{b + \frac{1}{2}\underline{b}}{\frac{1}{2}\underline{b}} = \frac{\tan(B + \frac{1}{2}\underline{B})}{\tan\frac{1}{2}\underline{B}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (302)$$

Permutando letras se tiene

$$\frac{c + \frac{1}{2}\underline{c}}{\frac{1}{2}\underline{c}} = \frac{\tan(C + \frac{1}{2}\underline{C})}{\tan\frac{1}{2}\underline{C}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (303)$$

3º De las ecuaciones

$$c \operatorname{sen} A = a \operatorname{sen} C,$$

$$(c + \underline{c}) \operatorname{sen} A = a \operatorname{sen}(C + \underline{C}),$$

se encuentra

$$\tfrac{1}{2}\underline{c} \operatorname{sen} A = a \cos(C + \tfrac{1}{2}\underline{C}) \operatorname{sen}\tfrac{1}{2}\underline{C} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (e)$$

Dividiendo la (d) entre ésta y puesto que $-\operatorname{sen}\frac{1}{2}C = \operatorname{sen}\frac{1}{2}\underline{B}$ resulta

$$-\frac{\underline{b}}{\underline{c}} = \frac{\cos(B + \frac{1}{2}\underline{B})}{\cos(C + \frac{1}{2}\underline{C})} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (304)$$

Si en (d) ponemos $\frac{\operatorname{sen} B}{b}$ por $\frac{\operatorname{sen} A}{a}$ tenemos

$$\frac{\frac{1}{2}\underline{b}}{\operatorname{sen}\frac{1}{2}\underline{B}} = \frac{b\cos(B + \frac{1}{2}\underline{B})}{\operatorname{sen} B} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (305)$$

Permutando letras

$$\frac{\frac{1}{2}\underline{c}}{\operatorname{sen}\frac{1}{2}\underline{C}} = \frac{c\cos(C + \frac{1}{2}\underline{C})}{\operatorname{sen} C} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (306)$$

207. TERCER CASO. b Y c CONSTANTES.—1º Tenemos

$$c \text{ sen } B = b \text{ sen } C,$$

$$c \text{ sen } (B + \underline{B}) = b \text{ sen } (C + \underline{C}).$$

Por suma y resta resultan

$$c \text{ sen } (B + \tfrac{1}{2} \underline{B}) \cos \tfrac{1}{2} \underline{B} = b \text{ sen } (C + \tfrac{1}{2} \underline{C}) \cos \tfrac{1}{2} \underline{C} \text{ .... (f)}$$

$$c \cos (B + \tfrac{1}{2} \underline{B}) \text{ sen } \tfrac{1}{2} \underline{B} = b \cos (C + \tfrac{1}{2} \underline{C}) \text{ sen } \tfrac{1}{2} \underline{C} \text{ .... (g)}$$

Dividiéndolas

$$\frac{\tan \frac{1}{2} \underline{B}}{\tan \frac{1}{2} \underline{C}} = \frac{\tan (B + \frac{1}{2} \underline{B})}{\tan (C + \frac{1}{2} \underline{C})} \text{ .... (307)}$$

2º Por (233) tenemos

$$a = b \cos C + c \cos B$$

$$a + \underline{a} = b \cos (C + \underline{C}) + c \cos (B + \underline{B}).$$

Por suma y resta y después por (f) y (g)

$$a + \tfrac{1}{2} \underline{a} = b \cos (C + \tfrac{1}{2} \underline{C}) \cos \tfrac{1}{2} \underline{C} + c \cos (B + \tfrac{1}{2} \underline{B}) \cos \tfrac{1}{2} \underline{B} =$$

$$c \cos (B + \tfrac{1}{2} \underline{B}) \cos \tfrac{1}{2} \underline{B} \cot \tfrac{1}{2} \underline{C} (\tan \tfrac{1}{2} \underline{B} + \tan \tfrac{1}{2} \underline{C}) \text{ .... (h)}$$

$$\tfrac{1}{2} \underline{a} = b \text{ sen } (C + \tfrac{1}{2} \underline{C}) \text{ sen } \tfrac{1}{2} \underline{C} + c \text{ sen } (B + \tfrac{1}{2} \underline{B}) \text{ sen } \tfrac{1}{2} \underline{B} =$$

$$c \text{ sen } (B + \tfrac{1}{2} \underline{B}) \cos \tfrac{1}{2} \underline{B} (\tan \tfrac{1}{2} \underline{B} + \tan \tfrac{1}{2} \underline{C}) \text{ .... (i)}$$

Dividiéndolas y permutando letras

$$\frac{a + \frac{1}{2} \underline{a}}{\frac{1}{2} \underline{a}} = -\frac{\cot (B + \frac{1}{2} \underline{B})}{\tan \frac{1}{2} \underline{C}} = -\frac{\cot (C + \frac{1}{2} \underline{C})}{\tan \frac{1}{2} \underline{B}} \text{ .... (308)}$$

3º Como $\underline{A} + \underline{B} + \underline{C} = o$, resulta

$$-\tfrac{1}{2}(\underline{B} + \underline{C}) = \tfrac{1}{2}\underline{A},$$

y por (62)

$$\tan\tfrac{1}{2}B + \tan\tfrac{1}{2}C = \frac{\operatorname{sen}\frac{1}{2}(\underline{B}+\underline{C})}{\cos\frac{1}{2}\underline{B}\cos\frac{1}{2}\underline{C}} = \frac{\operatorname{sen}\frac{1}{2}\underline{A}}{\cos\frac{1}{2}\underline{B}\cos\frac{1}{2}\underline{C}} \quad \ldots\ldots \text{(j)}$$

Este valor substituído en (i) y permutando letras se tienen:

$$\frac{\frac{1}{2}\underline{a}}{\operatorname{sen}\frac{1}{2}\underline{A}} = \frac{c\operatorname{sen}(B+\frac{1}{2}\underline{B})}{\cos\frac{1}{2}\underline{C}} = \frac{b\operatorname{sen}(C+\frac{1}{2}\underline{C})}{\cos\frac{1}{2}B} \quad \ldots\ldots\ldots (309)$$

$$\frac{\operatorname{sen}\frac{1}{2}\underline{C}}{\operatorname{sen}\frac{1}{2}\underline{A}} = -\frac{c\cos(B+\frac{1}{2}\underline{B})}{a+\frac{1}{2}\underline{a}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (310)$$

$$\frac{\operatorname{sen}\frac{1}{2}\underline{B}}{\operatorname{sen}\frac{1}{2}\underline{A}} = -\frac{b\cos(C+\frac{1}{2}\underline{C})}{a+\frac{1}{2}\underline{a}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (311)$$

208. 4º Caso.—A y B constantes y necesariamente C. Tenemos

$$b = \frac{\operatorname{sen}B}{\operatorname{sen}A}\,a$$

$$b + \underline{b} = \frac{\operatorname{sen}B}{\operatorname{sen}A}(a + \underline{a}),$$

luego

$$\underline{b} = \frac{\operatorname{sen}B}{\operatorname{sen}A}\,\underline{a}$$

La relación entre las tres variables es

$$\frac{\underline{a}}{\operatorname{sen}A} = \frac{\underline{b}}{\operatorname{sen}B} = \frac{\underline{c}}{\operatorname{sen}C} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (312)$$

209. Hay que recordar que como en todos estos casos los incrementos son muy pequeños, deben determinarse *los ángulos* por su seno o por su tangente, y que al seno o a la tangente se pueden substituir el ángulo multiplicado por sen 1″. Observaremos también que en muchos casos en los segundos miembros hay incrementos que son desconocidos y hay que resolver las ecuaciones por aproximaciones sucesivas, suponiendo en la primera aproximación que los incrementos que están en el segundo miembro son nulos; generalmente en la segunda o tercera aproximación se obtiene un resultado que en teoría no es exacto, pero en la práctica sí lo es.

210. Variaciones diferenciales de triángulos planos. —Las ecuaciones (298) a (312) se convierten en ecuaciones diferenciales, haciendo los incrementos infinitamente pequeños, esto es, se suprimen los incrementos cuando están ligadas estas cantidades con las cantidades finitas por los signos + o — y se substituye el incremento por su seno o tangente y la unidad por su coseno. Además, se emplea la anotación de las diferenciales, por ejemplo $d\,a$, $d\,b$, etc., en vez de $\underline{a}$, $\underline{b}$, etc.

Entonces tenemos:

1º A y c constantes.

$$\left.\begin{array}{ll} d\mathrm{B} = -d\mathrm{C}, & \dfrac{d\,a}{d\,b} = \cos \mathrm{C}. \\[2ex] \dfrac{d\,a}{d\mathrm{B}} = -\dfrac{d\,a}{d\mathrm{C}} = a \cot \mathrm{C}, & \dfrac{d\,b}{d\,\mathrm{B}} = -\dfrac{d\,b}{d\,\mathrm{C}} = a \,\mathrm{coe}\, \mathrm{C}. \end{array}\right\} \ldots\ldots (313)$$

2º A y a constantes.

$$\left.\begin{array}{c} \dfrac{d\,b}{d\,\mathrm{B}} = -\dfrac{d\,b}{d\,\mathrm{C}} = b \cot \mathrm{B}, \quad \dfrac{d\,c}{d\,\mathrm{C}} = -\dfrac{d\,c}{d\,\mathrm{B}} = c \cot \mathrm{C}. \\[2ex] \dfrac{d\,b}{d\,c} = -\dfrac{\cos \mathrm{B}}{\cos \mathrm{C}}. \end{array}\right\} \ldots\ldots\ldots\ldots (314)$$

3º b y c constantes.

$$\left.\begin{array}{ll} dA+dB+dC=0, & \dfrac{dB}{dC}=\tan B\cot C, \\[2ex] \dfrac{da}{dC}=-a\tan B, & \dfrac{da}{dB}=-a\tan C, \end{array}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots (315)$$

$$\frac{da}{dA}=c\,\text{sen}\,B=b\,\text{sen}\,C,$$

$$\frac{dC}{dA}=-\frac{c}{a}\cos B, \qquad \frac{dB}{dA}=-\frac{b}{a}\cos C.$$

4º A B y C constantes.

$$\frac{da}{\text{sen}\,a}=\frac{db}{\text{sen}\,B}=\frac{dc}{\text{sen}\,C} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (315\text{ bis.})$$

211. Hay que tener presente que los incrementos de los ángulos generalmente deben expresarse en arco. Así por ejemplo, si dA está dada en segundos, debe dividirse entre 206264″.8 o lo que es lo mismo, substituir dA sen 1″ por dA para que esté expresado en partes del radio.

En las fracciones $\frac{dA}{dB}$ deben estar expresadas dA y dB en la misma unidad como minutos, segundos, etc., y en este caso no se pone dA sen 1″ en vez de dA, puesto que siempre sen 1″ dividido entre sen 1″ se reduce a 1.

EJEMPLOS

PRIMER CASO.—Se dan:

$a=9^m.1726$	$\log(a-b)=0.686708$	$\frac{A-B}{2}=57°\ 8'44''.7$
$b=4^m.3118$	$\log(a+b)=1.129832$	
$C=26°12'34''$	9.556876	$\frac{A+B}{2}=76°53'43''.0$

$a - b = 4^m.8608$
$a + b = 13^m.4844$

$\log\cot\frac{C}{2} = 0.633028$
$\log\tan\frac{A - B}{2} = 0.189904$

$A = 134°\ 2'27''.7$
$B = 19°44'58''.3$
$C = 26°12'34''.0$
$180°\ 0'\ 0''$

Segundo Caso.—Se dan:

$a = 26^m.1213$
$A = 42°26'13''$
$B = 24°15'\ 6''$
$A + B = 66°41'19''$
$C = 113°18'41''$

$\log\operatorname{sen} B = \bar{1}.613573$
$\log a = 1.416995$
$c\,p\,l\,\log\operatorname{sen} A = 0.170839$
$\log\operatorname{sen} C = \bar{1}.966205$

$\log b = 1.201407$
$b = 15^m.901$
$c = 35^m.813$
$\log c = 1.554039$

Tercer Caso.—Se dan:

$a = 3^m.41$
$b = 2\ .60$
$c = 1\ .58$
$2p = 7\ .59$

$p = 3\ .795$
$p - a = 0\ .385$
$p - b = 1\ .195$
$p - c = 2\ .215$

$\log(p - a) = \bar{1}.58546$
$\log(p - b) = 0.07737$
$\log(p - c) = 0.34537$
0.00820

$\log p = 0.57921$
$\log w^2 = 9.42899$
$\log w = 9.71450$

$A = 106°46'40''$
$B = 46°53'14''$
$C = 26°20'\ 6''$

$\log\tan\frac{A}{2} = 0.12903$
$\log\tan\frac{B}{2} = \bar{1}.63713$
$\log\tan\frac{C}{2} = \bar{1}.36912$

$\frac{A}{2} = 53°23'20''$
$\frac{B}{2} = 23°26'37''$
$\frac{C}{2} = 13°10'\ 3''$
$90°\ 0'\ 0''$

Cuarto Caso.—Se dan:

$a = 444^m.44$
$b = 1047\ .00$
$A = 22°35'48''$

$\log b = 3.019947$
$\log\operatorname{sen} A = \bar{1}.584604$
$c\,p\,l\,\log a = 7.352187$
$\log\operatorname{sen} B = \bar{1}.956738$
$B = 115°\ 8'55''$
$C = 42°15'16''.3$

$\log a = 2.647813$
$\log\operatorname{sen} C = \bar{1}.827644$
$c\,p\,l\,\log\operatorname{sen} A = 0.415396$
$\log c = 2.890853$
$c = 777.73$

TERCERA PARTE

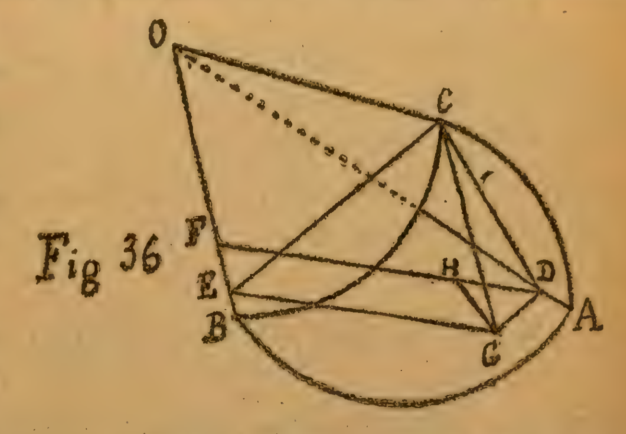
TRIGONOMETRIA ESFERICA

CAPITULO I

FORMULAS GENERALES

212. *Trigonometría esférica es la parte de la Goniometría que tiene por objeto la resolución de los triángulos esféricos y la de los triángulos esferóidicos que son los triángulos que se suponen trazados sobre la superficie del Geoide.*

213. Para obtener las fórmulas principales de la *Trigonometría Esférica*, sea el triángulo A B C (Fig. 36), tomaremos el radio O A por unidad, para ocuparnos solamente de los numeradores de las funciones goniométricas.



Relaciones entre dos lados y sus ángulos opuestos. —Del punto C bajaremos C G, perpendicular al plano AOB y del pie G tiraremos GD y GE perpendiculares respectivamente a las aristas OA, OB, uniremos C con D y con

E. Los triángulos CEO, CDO, y CGE y CGD son rectángulos, por ser rectos los ángulos en E y D, $\widehat{CGE}$, $\widehat{CGD}$ respectivamente; por consiguiente, se tiene

$$CD = \text{sen}\, b, \quad OD = \cos b, \quad CE = \text{sen}\, a, \quad OE = \cos a,$$

$$\widehat{GDC} = \hat{A}, \quad GEC = \hat{B};$$

tenemos además

$$CG = \text{sen}\, b \;\text{sen}\, A = \text{sen}\, a \;\text{sen}\, B.$$

Si hubiéramos bajado del punto A la perpendicular al plano BOC encontraríamos

$$\text{sen}\, b \;\text{sen}\, C = \text{sen}\, c \;\text{sen}\, B.$$

luego

$$\frac{\text{sen}\, A}{\text{sen}\, a} = \frac{\text{sen}\, B}{\text{sen}\, b} = \frac{\text{sen}\, C}{\text{sen}\, c} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (316)$$

Así, *en un triángulo esférico los senos de los ángulos son proporcionales a los senos de los lados opuestos.*

214. Relaciones entre tres lados y un ángulo.—Tiraremos en la misma figura DF paralela a EG y GH perpendicular a DF, tenemos

$$OF = OD \cos c = \cos b \cos c, \quad DG = CD \cos \widehat{GDC} = \text{sen}\, b \cos A, \quad \widehat{GDH} = \hat{c}.$$

por tener ambos ángulos el mismo complemento $\widehat{FDO}$; además

$$OE = OF + GH = OF + GD \;\text{sen}\; GDH,$$

luego substituyendo se tiene

y
$$\left.\begin{aligned}\cos a &= \cos b \cos c + \operatorname{sen} b \operatorname{sen} c \cos A,\\ \cos b &= \cos a \cos c + \operatorname{sen} a \operatorname{sen} c \cos B,\\ \cos c &= \cos a \cos b + \operatorname{sen} a \operatorname{sen} b \cos C.\end{aligned}\right\} \quad \dots\dots\dots\dots\dots \quad (317)$$

permutando letras.

215. TRANSFORMACIÓN DE LAS FÓRMULAS ANTERIORES PARA PODER EMPLEAR LOS LOGARITMOS. De la primera de (317) se deducen

$$1 - \cos A = \frac{\operatorname{sen} b \operatorname{sen} c - \cos a + \cos b \cos c}{\operatorname{sen} b \operatorname{sen} c} = \frac{\cos (b-c) - \cos a}{\operatorname{sen} b \operatorname{sen} c}$$

$$= \frac{2 \operatorname{sen} \frac{1}{2} (a+b-c) \operatorname{sen} \frac{1}{2} (a-b+c)}{\operatorname{sen} b \operatorname{sen} c}$$

$$1 + \cos A = \frac{\operatorname{sen} b \operatorname{sen} c + \cos a - \cos b \cos c}{\operatorname{sen} b \operatorname{sen} c} = \frac{\cos a - \cos (b+c)}{\operatorname{sen} b \operatorname{sen} c}$$

$$= \frac{2 \operatorname{sen} \frac{1}{2} (a+b+c) \operatorname{sen} \frac{1}{2} (b+c-a)}{\operatorname{sen} b \operatorname{sen} c}$$

Si ponemos $a+b+c=2p$ tendremos

$$\frac{1-\cos A}{2} = \frac{\operatorname{sen} (p-b) \operatorname{sen} (p-c)}{\operatorname{sen} b \operatorname{sen} c}, \qquad \frac{1+\cos A}{2} = \frac{\operatorname{sen} p \operatorname{sen} (p-a)}{\operatorname{sen} b \operatorname{sen} c}$$

Es decir, por (112) y (113) y después permutando letras se tienen

$$\left.\begin{aligned}\operatorname{sen} \tfrac{1}{2} A &= \sqrt{\frac{\operatorname{sen} (p-b) \operatorname{sen} (p-c)}{\operatorname{sen} b \operatorname{sen} c}}\\ \operatorname{sen} \tfrac{1}{2} B &= \sqrt{\frac{\operatorname{sen} (p-a) \operatorname{sen} (p-c)}{\operatorname{sen} a \operatorname{sen} c}}\\ \operatorname{sen} \tfrac{1}{2} C &= \sqrt{\frac{\operatorname{sen} (p-a) \operatorname{sen} (p-b)}{\operatorname{sen} a \operatorname{sen} b}}\end{aligned}\right\} \quad \dots\dots\dots\dots\dots \quad (318)$$

$$\left.\begin{aligned}\cos\tfrac{1}{2}A &= \sqrt{\frac{\operatorname{sen} p \operatorname{sen}(p-a)}{\operatorname{sen} b \operatorname{sen} c}}\\ \cos\tfrac{1}{2}B &= \sqrt{\frac{\operatorname{sen} p \operatorname{sen}(p-b)}{\operatorname{sen} a \operatorname{sen} c}}\\ \cos\tfrac{1}{2}C &= \sqrt{\frac{\operatorname{sen} p \operatorname{sen}(p-c)}{\operatorname{sen} a \operatorname{sen} b}}\end{aligned}\right\}\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (319)$$

Dividiendo estas seis fórmulas dos a dos y poniendo

$$W = \sqrt{\frac{\operatorname{sen}(p-a)\operatorname{sen}(p-b)\operatorname{sen}(p-c)}{\operatorname{sen} p}}$$

resultan

$$\left.\begin{aligned}\tan\frac{A}{2} &= \sqrt{\frac{\operatorname{sen}(p-b)\operatorname{sen}(p-c)}{\operatorname{sen} p \operatorname{sen}(p-a)}} = \frac{W}{\operatorname{sen}(p-a)},\\ \tan\frac{B}{2} &= \sqrt{\frac{\operatorname{sen}(p-a)\operatorname{sen}(p-c)}{\operatorname{sen} p \operatorname{sen}(p-b)}} = \frac{W}{\operatorname{sen}(p-b)},\\ \tan\frac{C}{2} &= \sqrt{\frac{\operatorname{sen}(p-a)\operatorname{sen}(p-b)}{\operatorname{sen} p \operatorname{sen}(p-c)}} = \frac{W}{\operatorname{sen}(p-c)},\end{aligned}\right\}\ldots\ldots (320)$$

Los radicales deben tomarse con el signo $+$, porque los ángulos $\frac{A}{2}$, $\frac{B}{2}$, $\frac{C}{2}$ son agudos.

216. Relaciones entre tres ángulos y un lado. — Los ángulos del triángulo suplementario del triángulo dado son: $\pi - a$, $\pi - b$, $\pi - c$, y los lados son: $\pi - A$, $\pi - B$, $\pi - C$; aplicando al triángulo suplementario las fórmulas (317) se obtienen las siguientes:

$$\left.\begin{aligned}-\cos A &= \cos B \cos C - \operatorname{sen} B \operatorname{sen} C \cos a,\\ -\cos B &= \cos A \cos C - \operatorname{sen} A \operatorname{sen} C \cos b,\\ -\cos C &= \cos A \cos B - \operatorname{sen} A \operatorname{sen} B \cos c.\end{aligned}\right\}\ldots\ldots\ldots\ldots (321)$$

217. Si se quieren transformar las fórmulas (321), sabemos que los lados del triángulo suplementario del ABC son $\pi - A$, $\pi - B$, $\pi - C$; de modo que su suma, que llamaremos 2P, será $2P = 360 - (A + B + C - 180)$; la cantidad que está dentro del paréntesis representa el exceso esférico del triángulo ABC; si lo designamos por 2ε tendremos que las fórmulas (318), (319) y (320) se convierten respectivamente en

$$\left.\begin{aligned} \operatorname{sen}\frac{a}{2} &= \sqrt{\frac{\operatorname{sen}\varepsilon \operatorname{sen}(A-\varepsilon)}{\operatorname{sen}B \operatorname{sen}C}}, \\ \operatorname{sen}\frac{b}{2} &= \sqrt{\frac{\operatorname{sen}\varepsilon \operatorname{sen}(B-\varepsilon)}{\operatorname{sen}A \operatorname{sen}C}}, \\ \operatorname{sen}\frac{c}{2} &= \sqrt{\frac{\operatorname{sen}\varepsilon \operatorname{sen}(C-\varepsilon)}{\operatorname{sen}A \operatorname{sen}B}}. \end{aligned}\right\} \ldots\ldots\ldots (322)$$

$$\left.\begin{aligned} \cos\frac{a}{2} &= \sqrt{\frac{\operatorname{sen}(B-\varepsilon) \operatorname{sen}(C-\varepsilon)}{\operatorname{sen}B \operatorname{sen}C}}, \\ \cos\frac{b}{2} &= \sqrt{\frac{\operatorname{sen}(A-\varepsilon) \operatorname{sen}(C-\varepsilon)}{\operatorname{sen}A \operatorname{sen}C}}, \\ \cos\frac{c}{2} &= \sqrt{\frac{\operatorname{sen}(A-\varepsilon) \operatorname{sen}(B-\varepsilon)}{\operatorname{sen}A \operatorname{sen}B}}, \end{aligned}\right\} \ldots\ldots\ldots (323)$$

Haciendo

$$W' = \sqrt{\frac{\operatorname{sen}\varepsilon}{\operatorname{sen}(A-\varepsilon) \operatorname{sen}(B-\varepsilon) \operatorname{sen}(C-\varepsilon)}}$$

resultan

$$\left.\begin{aligned} \tan\frac{a}{2} &= \sqrt{\frac{\operatorname{sen}\varepsilon \operatorname{sen}(A-\varepsilon)}{\operatorname{sen}(B-\varepsilon) \operatorname{sen}(C-\varepsilon)}} = W' \operatorname{sen}(A-\varepsilon), \\ \tan\frac{b}{2} &= \sqrt{\frac{\operatorname{sen}\varepsilon \operatorname{sen}(B-\varepsilon)}{\operatorname{sen}(A-\varepsilon) \operatorname{sen}(C-\varepsilon)}} = W' \operatorname{sen}(B-\varepsilon), \\ \tan\frac{c}{2} &= \sqrt{\frac{\operatorname{sen}\varepsilon \operatorname{sen}(C-\varepsilon)}{\operatorname{sen}(A-\varepsilon) \operatorname{sen}(B-\varepsilon)}} = W' \operatorname{sen}(C-\varepsilon). \end{aligned}\right\} \ldots\ldots (324)$$

218. Empleando ángulos auxiliares podemos hacer calculables por logaritmos las fórmulas (317) y (321) poniendo

$$\tan\varphi = \tan c \cos A,$$

resulta la primera de (317).

$$\cos a = \cos c\,(\cos b + \operatorname{sen} b \tan\varphi) = \frac{\cos c}{\cos\varphi}\cos(b-\varphi) \;\ldots\ldots\; (325)$$

Haciendo $\tan\psi = \tan C \cos a$, la 1ª de (321) se transforma en

$$-\cos A = \cos C\,(\cos B - \operatorname{sen} B \tan\psi) = \frac{\cos C}{\cos\psi}\cos(B+\psi) \ldots\ldots (326)$$

219. RELACIONES ENTRE LOS TRES LADOS Y LOS TRES ÁNGULOS. I. FÓRMULAS DE CAGNOLI.[1] —Multiplicando por cos A la primera de (317) y por $\cos a$ la primera de (321) tenemos:

$$\cos a \cos A = \cos b \cos c \cos A + \operatorname{sen} b \operatorname{sen} c - \operatorname{sen} b \operatorname{sen} c \operatorname{sen}^2 A,$$

$$-\cos a \cos A = \cos B \cos C \cos a - \operatorname{sen} B \operatorname{sen} C + \operatorname{sen} B \operatorname{sen} C \operatorname{sen}^2 a.$$

Sumando estas igualdades y observando que por (316) tenemos $\operatorname{sen} b \operatorname{sen} c \operatorname{sen}^2 A = \operatorname{sen} B \operatorname{sen} C \operatorname{sen}^2 a$ resulta

$$\left.\begin{array}{l} \operatorname{sen} b \operatorname{sen} c - \operatorname{sen} B \operatorname{sen} C + \cos b \cos c \cos A + \cos B \cos C \cos a = 0, \\ \operatorname{sen} b \operatorname{sen} a - \operatorname{sen} B \operatorname{sen} A + \cos b \cos a \cos C + \cos B \cos A \cos c = 0, \\ \operatorname{sen} a \operatorname{sen} c - \operatorname{sen} A \operatorname{sen} C + \cos a \cos c \cos B + \cos A \cos C \cos b = 0 \end{array}\right\} (327)$$

y permutando letras.

1 Italiano, 29. s. 1743—14. a. 1816.

220. II. Relaciones entre tres lados y tres ángulos. Fórmulas de Delambre. [1]—Según (318) y (319) tenemos

$$\operatorname{sen}\frac{A\pm B}{2}=\operatorname{sen}\frac{A}{2}\cos\frac{B}{2}\pm\operatorname{sen}\frac{B}{2}\cos\frac{A}{2}=$$

$$\frac{\operatorname{sen}(p-b)}{\operatorname{sen}c}\sqrt{\frac{\operatorname{sen}p\operatorname{sen}(p-c)}{\operatorname{sen}a\operatorname{sen}b}}\pm\frac{\operatorname{sen}(p-a)}{\operatorname{sen}c}\sqrt{\frac{\operatorname{sen}p\operatorname{sen}(p-c)}{\operatorname{sen}a\operatorname{sen}b}}$$

pero

$$\operatorname{sen}(p-b)+\operatorname{sen}(p-a)=2\operatorname{sen}\frac{c}{2}\cos\frac{a-b}{2}$$

y

$$\operatorname{sen}(p-b)-\operatorname{sen}(p-a)=2\cos\frac{c}{2}\operatorname{sen}\frac{a-b}{2},$$

poniendo por sen c su valor (100) y $\cos\frac{C}{2}$ en vez del valor del radical resultan

$$\operatorname{sen}\frac{A+B}{2}=\frac{\cos\frac{a-b}{2}}{\cos\frac{c}{2}}\cos\frac{C}{2},\qquad \operatorname{sen}\frac{A-B}{2}=\frac{\operatorname{sen}\frac{a-b}{2}}{\operatorname{sen}\frac{c}{2}}\cos\frac{C}{2}\ \ldots(328)$$

Por (318) y (319) se tiene

$$\cos\frac{A\pm B}{2}=\cos\frac{A}{2}\cos\frac{B}{2}\mp\operatorname{sen}\frac{A}{2}\operatorname{sen}\frac{B}{2}=$$

$$\frac{\operatorname{sen}p}{\operatorname{sen}c}\sqrt{\frac{\operatorname{sen}(p-a)\operatorname{sen}(p-b)}{\operatorname{sen}a\operatorname{sen}b}}\pm\frac{\operatorname{sen}(p-c)}{\operatorname{sen}c}\sqrt{\frac{\operatorname{sen}(p-a)\operatorname{sen}(p-b)}{\operatorname{sen}a\operatorname{sen}b}}$$

---

1 Los alemanes pretenden que estas fórmulas se deben a *Gaus;*[1] no es cierto, *Delambre* las publicó dos años antes.

1 Eminentísimo matemático alemán, 30. a. 1777—23. f. 1855.

pero

$$\operatorname{sen} p - \operatorname{sen}(p-c) = 2 \operatorname{sen} \frac{c}{2} \cos \frac{a+b}{2}$$

y

$$\operatorname{sen} p + \operatorname{sen}(p-c) = 2 \cos \frac{c}{2} \operatorname{sen} \frac{a+b}{2},$$

luego

$$\cos \frac{A+B}{2} = \frac{\cos \frac{a+b}{2}}{\cos \frac{c}{2}} \operatorname{sen} \frac{C}{2} \qquad \cos \frac{A-B}{2} = \frac{\operatorname{sen} \frac{a+b}{2}}{\operatorname{sen} \frac{c}{2}} \operatorname{sen} \frac{C}{2} \quad \ldots\ldots (329)$$

Las fórmulas (328) y (329) que son las fórmulas de *Delambre* las podemos escribir así:

$$\frac{\operatorname{sen} \frac{A+B}{2}}{\cos \frac{a-b}{2}} = \frac{\cos \frac{C}{2}}{\cos \frac{c}{2}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (330) \qquad \frac{\operatorname{sen} \frac{A-B}{2}}{\operatorname{sen} \frac{a-b}{2}} = \frac{\cos \frac{C}{2}}{\operatorname{sen} \frac{c}{2}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (332)$$

$$\frac{\cos \frac{A+B}{2}}{\cos \frac{a+b}{2}} = \frac{\operatorname{sen} \frac{C}{2}}{\cos \frac{c}{2}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (331) \qquad \frac{\cos \frac{A-B}{2}}{\operatorname{sen} \frac{a+b}{2}} = \frac{\operatorname{sen} \frac{C}{2}}{\operatorname{sen} \frac{c}{2}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (333)$$

221. Medio mnemónico para recordar las fórmulas de Delambre.—Entran las mitades de los seis elementos; en el primer miembro de (330) y (333) son distintas las funciones, en el segundo son las mismas y viceversa en (331) y (232); si en los numeradores hay suma de ángulos, los denominadores son cosenos; si hay diferencia de ángulos, los denominadores son senos; si hay diferencia de lados los numerado-

res son senos; si hay suma de lados los numeradores son cosenos; en los numeradores sólo hay ángulos y en los denominadores lados.

222. I. Relaciones entre tres lados y dos ángulos.— Por la misma (Fig. 36) se tienen:

$$DF = \cos b \operatorname{sen} c,\ DH = GD \cos c = \operatorname{sen} b \cos c \cos A,$$

$$GE = CE \cos CEG = \operatorname{sen} a \cos B,\ y\ DF - GE = DH;$$

luego substituyendo resulta

y

$$\left.\begin{array}{l}\cos b \operatorname{sen} c - \operatorname{sen} a \cos B = \operatorname{sen} b \cos c \cos A,\\ \cos b \operatorname{sen} a - \operatorname{sen} c \cos B = \operatorname{sen} b \cos a \cos C,\\ \cos c \operatorname{sen} b - \operatorname{sen} a \cos C = \operatorname{sen} c \cos b \cos A,\\ \cos c \operatorname{sen} a - \operatorname{sen} b \cos C = \operatorname{sen} c \cos a \cos B,\\ \cos a \operatorname{sen} b - \operatorname{sen} c \cos A = \operatorname{sen} a \cos b \cos C,\\ \cos a \operatorname{sen} c - \operatorname{sen} b \cos A = \operatorname{sen} a \cos c \cos B.\end{array}\right\} \text{..............} (334)$$

permutando letras.

A estas fórmulas se les puede dar otra forma. Dividiendo los dos miembros de cada una de ellas entre su segundo miembro respectivamente y poniendo en el segundo término por la razón de sus lados la razón de sus ángulos, se tienen:

$$\left.\begin{array}{ll}\frac{\cot b}{\cot c} \sec A - \frac{\cot B}{\cot A} \sec c = 1, & \frac{\cot b}{\cot a} \sec C - \frac{\cot B}{\cot C} \sec a = 1\\ \frac{\cot c}{\cot b} \sec A - \frac{\cot C}{\cot A} \sec b = 1, & \frac{\cot c}{\cot a} \sec B - \frac{\cot C}{\cot B} \sec a = 1\\ \frac{\cot a}{\cot b} \sec C - \frac{\cot A}{\cot C} \sec b = 1, & \frac{\cot a}{\cot c} \sec B - \frac{\cot A}{\cot B} \sec c = 1\end{array}\right\} \text{......} (335)$$

MEDIO MNEMÓNICO DE CHASLES[1] PARA RECORDAR ESTAS FÓRMULAS.—Escríbanse los seis elementos en el orden siguiente: a B c, A b C, tómense cuatro, comenzando por un lado cualquiera; *la razón de las cotangentes de los lados, principiando por la izquierda, multiplicada por la secante del ángulo comprendido, menos la razón de las cotangentes de los ángulos, principiando por la derecha, multiplicada por la secante del lado comprendido, es igual a 1.*

223. Si deseamos que las fórmulas (334) sean calculables por logaritmos, pondremos en la primera de estas:

$$\tan b \cos A = \cot \varphi,$$

luego

$$\operatorname{sen} c - \cos c \cot \varphi = \frac{\operatorname{sen} a \cos B}{\cos b},$$

o

$$\frac{\operatorname{sen} c \operatorname{sen} \varphi - \cos c \cos \varphi}{\operatorname{sen} \varphi} = \frac{-\cos(c+\varphi)}{\operatorname{sen} \varphi} = \frac{\operatorname{sen} a \cos B}{\cos b} \quad \ldots\ldots\ldots (336)$$

224. II. FÓRMULAS DE NAPIÉR.[2] —Multiplicando las (331) y (330) por las recíproca de (333) y (332) respectivamente, deducimos fácilmente

$$\frac{\tan \frac{a+b}{2}}{\tan \frac{c}{2}} = \frac{\cos \frac{A-B}{2}}{\cos \frac{A+B}{2}} \quad \ldots\ldots\ldots (337) \qquad \frac{\tan \frac{a-b}{2}}{\tan \frac{c}{2}} = \frac{\operatorname{sen} \frac{A-B}{2}}{\operatorname{sen} \frac{A+B}{2}} \quad \ldots\ldots\ldots (338)$$

1 Francés, 15 n. 1793—12. d. 1880.

2 Inglés, 1550—3. a. 1617.

225. RELACIONES ENTRE TRES ÁNGULOS Y DOS LADOS. I.—Las relaciones (334) son homogéneas con respecto a los senos de los lados; en consecuencia, se pueden reemplazar éstos por los senos de los ángulos que les son proporcionales, y se tienen:

$$\left.\begin{aligned}\cos b \operatorname{sen} C - \operatorname{sen} A \cos B &= \cos c \cos A \operatorname{sen} B\\ \cos b \operatorname{sen} A - \operatorname{sen} C \cos B &= \cos a \cos C \operatorname{sen} B\\ \cos c \operatorname{sen} B - \operatorname{sen} A \cos C &= \cos b \cos A \operatorname{sen} C\\ \cos c \operatorname{sen} A - \operatorname{sen} B \cos C &= \cos a \cos B \operatorname{sen} C\\ \cos a \operatorname{sen} B - \operatorname{sen} C \cos A &= \cos b \cos C \operatorname{sen} A\\ \cos a \operatorname{sen} C - \operatorname{sen} B \cos A &= \cos c \cos B \operatorname{sen} A\end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (339)$$

226. Si queremos que las fórmulas (339) sean calculables por logaritmos, haremos $\cot\psi = \cos c \tan B$, luego

$$\cos b = \frac{\cos(A-\psi)\cos B}{\operatorname{sen} b \operatorname{sen} C \operatorname{sen}\psi} = \frac{\cos(A-\psi)\cot c}{\cos\psi} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (340)$$

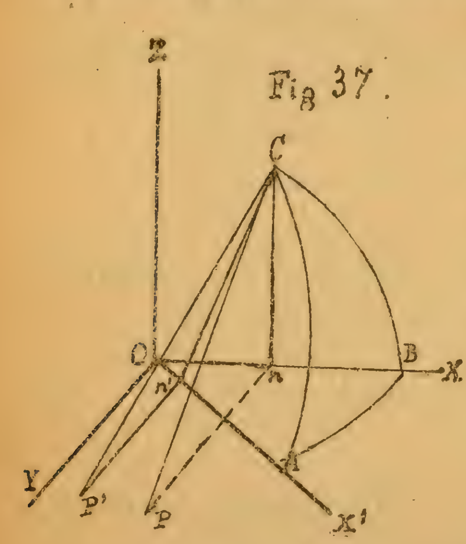
227. II. FÓRMULAS DE NAPIER.—Dividiendo la (330) entre la (331) y la (332) entre (333) deducimos

$$\tan\frac{C}{2}\tan\frac{A+B}{2} = \frac{\cos\frac{a-b}{2}}{\cos\frac{a+b}{2}} \;..(341) \qquad \tan\frac{C}{2}\tan\frac{A-B}{2} = \frac{\operatorname{sen}\frac{a-b}{2}}{\operatorname{sen}\frac{a+b}{2}} \;..(342)$$

228. MEDIO MNEMÓNICO PARA RECORDAR LAS FÓRMULAS DE NAPIER.—*En el primer miembro sólo hay tangentes; es su producto cuando son ángulos; es su cociente si son lados; si es suma de ángulos o lados en el primer miembro, en el segundo son cosenos; si es diferencia son senos; en los numeradores de los segundos miembros entran por diferencia,*

en los denominadores entran por suma, y son lados cuando en el primer miembro son ángulos y vice versa.

229. TRIÁNGULO GENERAL.—En lo anterior hemos supuesto que los lados y los ángulos del triángulo esférico son menores que π, para demostrar que las fórmulas anteriores se aplican a un triángulo esférico general, vamos a hacer uso de los principios de la Geometría Analítica. Consideraremos tres planos perpendiculares entre sí que se encuentran en el centro de la esfera a la cual pertenece el triángulo esférico ABC (Fig. 37); supongamos que el eje de las X pasa por el vértice B, el plano de las X Y coincide con el círculo máximo AOB. Si tomamos al radio de la esfera por unidad, las coordenadas del punto C son:



$$x = \cos a, \quad y = \operatorname{sen} a \cos B, \quad z = \operatorname{sen} a \operatorname{sen} B.$$

Si hacemos girar el plano de las XY alrededor del eje de las Z, de modo que el eje de las X gire el ángulo c entonces el nuevo eje de las X pasará por el vértice A y las coordenadas del punto C referidas a los nuevos ejes son:

$$x_1 = \cos b, \quad y_1 = -\operatorname{sen} b \cos A, \quad z_1 = \operatorname{sen} b \operatorname{sen} A.$$

Las fórmulas para pasar de un sistema de ejes rectangulares o otro de ejes rectangulares del mismo origen son:

$$x = x_1 \cos c - y_1 \operatorname{sen} c, \quad y = x_1 \operatorname{sen} c + y_1 \cos c, \quad z = z_1$$

Poniendo por x, y, z, x_1, y_1, z_1, sus valores resultan la primera de las fórmulas (334), la (317) y la (316).

230. TRIÁNGULO MONORECTÁNGULO.—Si el triángulo ABC tiene un ángulo recto A, haciendo $A=\frac{\pi}{2}$ en las fórmulas (317), (321), (316), (335) y (321), tenemos:

$$\cos a = \cos b \cos c \quad \ldots\ldots \quad (343)$$

$$\cos a = \cot B \cot C \quad \ldots\ldots \quad (344)$$

$$\left.\begin{array}{l} \operatorname{sen} b = \operatorname{sen} a \operatorname{sen} B \\ \operatorname{sen} c = \operatorname{sen} a \operatorname{sen} C \end{array}\right\} \ldots\ldots \quad (345)$$

$$\left.\begin{array}{l} \tan b = \tan a \cos C \\ \tan c = \tan a \cos B \end{array}\right\} \ldots\ldots \quad (346)$$

$$\left.\begin{array}{l} \tan b = \operatorname{sen} c \tan B \\ \tan c = \operatorname{sen} b \tan C \end{array}\right\} \ldots\ldots \quad (347)$$

$$\left.\begin{array}{l} \cos B = \cos b \operatorname{sen} C \\ \cos C = \cos c \operatorname{sen} B \end{array}\right\} \ldots\ldots \quad (348)$$

Es decir, que en un triángulo esférico rectángulo 1º *El coseno de la hipotenusa es igual al producto de los cosenos de los catetos.* 2º *El coseno de la hipotenusa es igual al producto de las cotangentes de los ángulos oblicuos.* 3º *El seno de uno de los catetos es igual al seno de la hipotenusa multiplicado por el seno del ángulo opuesto.* 4º *La tangente de uno de los catetos es igual a la tangente de la hipotenusa multiplicada por el coseno del ángulo adyacente.* 5º *La tangente de un cateto es igual al seno del otro cateto, multiplicado por la tangente del ángulo opuesto al primero.* 6º *El coseno de un ángulo oblicuo es igual al producto del coseno del cateto opuesto multiplicado por el seno del otro ángulo oblicuo.*

De lo primero se deduce que los cosenos de los tres lados o son positivos o dos de ellos son negativos; por consiguiente, en todo triángulo esférico rectángulo, los tres lados son menores que $\frac{\pi}{2}$ o bien uno sólo de sus lados es menor que $\frac{\pi}{2}$.

De la 5ª se deduce que un lado y su ángulo opuesto son ambos mayores o ambos menores que $\frac{\pi}{2}$.

231. MEDIO MNEMÓNICO PARA RETENER LAS FÓRMULAS ANTERIORES. I. REGLA DE NAPIER.—En un triángulo esférico rectángulo no se toma en cuenta al ángulo recto, y en lugar de considerar a los ángulos oblicuos y a la hipotenusa se toman sus complementos; uno, cualquiera de los cinco elementos que se elija, se llama *parte media*, los elementos contiguos a éste se llaman *partes adyacentes* y los otros dos *partes separadas*. Las dos reglas son: 1ª *El seno de la parte media es igual al producto de las tangentes de las partes adyacentes.* 2ª *El seno de la parte media es igual al producto de los cosenos de las partes separadas.* Por ejemplo, si consideramos que b es la parte media se obtienen las fórmulas

$$\operatorname{sen} b = \tan c \tan\left(\frac{\pi}{2} - C\right) = \tan c \cot C,$$

y

$$\operatorname{sen} b = \cos\left(\frac{\pi}{2} - a\right) \cos\left(\frac{\pi}{2} - B\right) = \operatorname{sen} a \operatorname{sen} B.$$

II. REGLAS DE MAUDUIT.[1]—En este caso se emplean la hipotenusa, los ángulos oblicuos y los complementos de los catetos. Las reglas son: El coseno de la parte media es igual 1º Al producto de las cotangentes de las partes adyacentes. 2º Al producto de los senos de las partes separadas. Por ejemplo, si la parte media es $\widehat{B}$ se tienen:

$$\cos B = \cot a \cot\left(\frac{\pi}{2} - c\right) = \cot a \tan c,$$

$$\cos B = \operatorname{sen} C \operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{2} - b\right) = \operatorname{sen} C \cos b.$$

232. En las fórmulas del § 230 algunos de los elementos están dados por el seno o por el coseno, como muchas veces

1 Francés. 17. e. 1731.—6. m. 1815.

se desea determinarlos por la tangente, las transformaremos así:

Se tiene (121)

$$\tan\frac{b}{2}=\sqrt{\frac{1-\cos b}{1+\cos b}},$$

pero (343)

$$\cos b=\frac{\cos a}{\cos c}$$

luego por (59)

$$\left.\begin{aligned}\tan\frac{b}{2}&=\sqrt{\frac{\cos c-\cos a}{\cos c+\cos a}}=\sqrt{\tan\frac{a+c}{2}\tan\frac{a-c}{2}}\\ \text{y}\qquad \tan\frac{c}{2}&=\sqrt{\tan\frac{a+b}{2}\tan\frac{a-b}{2}}\end{aligned}\right\}\ldots\ldots\ (349)$$

permutando letras.

Si en (133) ponemos a en vez de u y por sen a sus valores sacados de las (345) resultan

$$\tan\left(\frac{\pi}{4}+\frac{a}{2}\right)=\sqrt{\frac{\operatorname{sen} B+\operatorname{sen} b}{\operatorname{sen} B-\operatorname{sen} b}}=\sqrt{\frac{\tan\frac{B+b}{2}}{\tan\frac{B-b}{2}}}=\sqrt{\frac{\tan\frac{C+c}{2}}{\tan\frac{C-c}{2}}}\ \Bigg\}\ldots\ldots\ (350)$$

Por (133) tenemos que

$$\tan\left(\frac{\pi}{4}+\frac{B}{2}\right)=\sqrt{\frac{1+\operatorname{sen} B}{1-\operatorname{sen} B}},$$

pero

$$\operatorname{sen} B=\frac{\operatorname{sen} b}{\operatorname{sen} a}$$

luego

$$\left.\begin{aligned}\tan\left(\frac{\pi}{4}+\frac{B}{2}\right)&=\sqrt{\frac{\operatorname{sen} a+\operatorname{sen} b}{\operatorname{sen} a-\operatorname{sen} b}}=\sqrt{\frac{\tan\frac{a+b}{2}}{\tan\frac{a-b}{2}}}\\ \text{y}\qquad \tan\left(\frac{\pi}{4}+\frac{C}{2}\right)&=\sqrt{\frac{\tan\frac{a+c}{2}}{\tan\frac{a-c}{2}}}\end{aligned}\right\}\ \ldots\ldots\ldots\ldots (351)$$

Poniendo en una fórmula análoga a la (121) por cos B y cos C sus valores sacados de las (346) tenemos (70)

$$\left.\begin{aligned}\tan\frac{B}{2}&=\sqrt{\frac{\tan a-\tan c}{\tan a+\tan c}}=\sqrt{\frac{\operatorname{sen}(a-c)}{\operatorname{sen}(a+c)}}\\ \tan\frac{C}{2}&=\sqrt{\frac{\operatorname{sen}(a-b)}{\operatorname{sen}(a+b)}}\end{aligned}\right\}\ \ldots\ldots\ldots\ldots (352)$$

Poniendo en (133) b por u y por sen b su valor sacado de la (347) reemplazando tan b por $\frac{\operatorname{sen} b}{\cos b}$ & se tienen

$$\left.\begin{aligned}\tan\left(\frac{\pi}{4}+\frac{b}{2}\right)&=\sqrt{\frac{\operatorname{sen}(C+c)}{\operatorname{sen}(C-c)}}\\ \tan\left(\frac{\pi}{4}+\frac{c}{2}\right)&=\sqrt{\frac{\operatorname{sen}(B+b)}{\operatorname{sen}(B-b)}}\end{aligned}\right\}\ \ldots\ldots\ldots\ldots (353)$$

La fórmula (121) se transforma por (344) en

$$\tan\frac{a}{2}=\sqrt{\frac{\operatorname{sen} B\operatorname{sen} C-\cos B\cos C}{\operatorname{sen} B\operatorname{sen} C+\cos B\cos C}}=\sqrt{\frac{-\cos(B+C)}{\cos(B-C)}}\ \ldots\ldots (354)$$

Finalmente las fórmulas (348) no cambian si se permu-

tan b y C o c y B por el complemento del otro, y además dan

$$\cos b = \frac{\cos B}{\cos\left(\frac{\pi}{2} - C\right)}, \qquad \cos c = \frac{\cos C}{\cos\left(\frac{\pi}{2} - B\right)} \quad \text{.......} \quad (355)$$

por (348) y (59) resulta

$$\tan\frac{b}{2} = \sqrt{\frac{1 - \cos b}{1 + \cos b}} = \sqrt{\frac{\cos\left(\frac{\pi}{2} - C\right) - \cos B}{\cos\left(\frac{\pi}{2} - C\right) + \cos B}}$$

luego

$$\left.\begin{aligned} \tan\frac{b}{2} &= \sqrt{\tan\left(\frac{B + C}{2} - \frac{\pi}{4}\right)\tan\left(\frac{B - C}{2} + \frac{\pi}{4}\right)} \\ \tan\frac{c}{2} &= \sqrt{\tan\left(\frac{B + C}{2} - \frac{\pi}{4}\right)\tan\left(\frac{\pi}{4} - \frac{B - C}{2}\right)} \end{aligned}\right\} \quad \text{.........} \quad (356)$$

$$\left.\begin{aligned} \tan\left(\frac{\pi}{4} + \frac{B}{2}\right) &= \sqrt{\cot\frac{C + c}{2}\cot\frac{C - c}{2}} \\ \tan\left(\frac{\pi}{4} + \frac{C}{2}\right) &= \sqrt{\cot\frac{B + b}{2}\cot\frac{B - b}{2}} \end{aligned}\right\} \quad \text{..............} \quad (357)$$

233. Diversas expresiones del exceso esférico. *Dados dos lados, a, b, y el ángulo comprendido C, encontrar el exceso esférico ε.*

1ª Fórmula.—Tenemos

$$\frac{A + B}{2} = \frac{A + B + C}{2} - \frac{C}{2} = \frac{\pi}{2} + \varepsilon - \frac{C}{2} = \frac{\pi}{2} - \left(\frac{C}{2} - \varepsilon\right),$$

substituyendo este valor en (341) resulta

$$\cot\left(\frac{C}{2} - \varepsilon\right) = \frac{\cos\frac{1}{2}(a - b)}{\cos\frac{1}{2}(a + b)}\cot\frac{C}{2} \quad \text{.....................} \quad (358)$$

2ª Fórmula.—Multiplicando ordenadamente las igualdades 1ª y 2ª de (324) se obtiene

$$\tan\frac{a}{2}\tan\frac{b}{2}=\frac{\operatorname{sen}\varepsilon}{\operatorname{sen}(C-\varepsilon)},$$

observando que esta igualdad es de la misma forma que la del § 85, según (144) tenemos

$$\tan\varepsilon=\frac{\tan\frac{a}{2}\tan\frac{b}{2}\operatorname{sen}C}{1+\tan\frac{a}{2}\tan\frac{b}{2}\cos C}=\frac{\operatorname{sen}C}{\cot\frac{a}{2}\cot\frac{b}{2}+\cos C}\ \ldots\ldots\ (359)$$

y

$$\tan\left(\varepsilon-\frac{C}{2}\right)=\frac{\tan\frac{a}{2}\tan\frac{b}{2}-1}{\tan\frac{a}{2}\tan\frac{b}{2}+1}\tan\frac{C}{2}.$$

234. *Dados los tres lados determinar el exceso esférico.*

1ª Fórmula.—Substituyendo en (358) por $\cot\frac{C}{2}$ su valor sacado de la tercera de (320) se obtiene

$$\cot\left(\frac{C}{2}-\varepsilon\right)=\frac{\cos\frac{a-b}{2}}{\cos\frac{a+b}{2}}\sqrt{\frac{\operatorname{sen}p\operatorname{sen}(p-c)}{\operatorname{sen}(p-a)\operatorname{sen}(p-b)}}\ \ldots\ldots\ (360)$$

2ª Fórmula de Lhuilier. [1]— Poniendo en las primeras de (328) y (329) por $\frac{A+B}{2}$ su valor $\frac{\pi}{2}-\left(\frac{C}{2}-\varepsilon\right)$ se tienen

$$\frac{\cos\left(\frac{C}{2}-\varepsilon\right)}{\cos\frac{C}{2}}=\frac{\cos\frac{a-b}{2}}{\cos\frac{c}{2}},\qquad\frac{\operatorname{sen}\left(\frac{C}{2}-\varepsilon\right)}{\operatorname{sen}\frac{C}{2}}=\frac{\cos\frac{a+b}{2}}{\cos\frac{c}{2}}$$

1 Suizo. 24. a. 1750.—24. m. 1840.

de donde resulta

$$\frac{\cos\left(\frac{C}{2}-\varepsilon\right)-\cos\frac{C}{2}}{\cos\left(\frac{C}{2}-\varepsilon\right)+\cos\frac{C}{2}}=\frac{\cos\frac{a-b}{2}-\cos\frac{c}{2}}{\cos\frac{a-b}{2}+\cos\frac{c}{2}};$$

$$\frac{\operatorname{sen}\frac{C}{2}-\operatorname{sen}\left(\frac{C}{2}-\varepsilon\right)}{\operatorname{sen}\frac{C}{2}+\operatorname{sen}\left(\frac{C}{2}-\varepsilon\right)}=\frac{\cos\frac{c}{2}-\cos\frac{a+b}{2}}{\cos\frac{c}{2}+\cos\frac{a+b}{2}},$$

es decir,

$$\frac{\operatorname{sen}\frac{1}{2}\left(C-\frac{\varepsilon}{2}\right)\operatorname{sen}\frac{\varepsilon}{4}}{\cos\frac{1}{2}\left(C-\frac{\varepsilon}{2}\right)\cos\frac{\varepsilon}{4}}=\frac{\operatorname{sen}\frac{1}{2}(p-b)\operatorname{sen}\frac{1}{2}(p-a)}{\cos\frac{1}{2}(p-b)\cos\frac{1}{2}(p-a)},$$

$$\frac{\operatorname{sen}\frac{\varepsilon}{4}\cos\frac{1}{2}\left(C-\frac{\varepsilon}{2}\right)}{\cos\frac{\varepsilon}{4}\operatorname{sen}\frac{1}{2}\left(C-\frac{\varepsilon}{2}\right)}=\frac{\operatorname{sen}\frac{p}{2}\operatorname{sen}\frac{1}{2}(p-c)}{\cos\frac{p}{2}\cos\frac{1}{2}(p-c)};$$

o bien

$$\tan\frac{1}{2}\left(C-\frac{\varepsilon}{2}\right)\tan\frac{\varepsilon}{4}=\tan\frac{1}{2}(p-b)\tan\frac{1}{2}(p-a),$$

$$\frac{\tan\frac{\varepsilon}{4}}{\tan\frac{1}{2}\left(C-\frac{\varepsilon}{2}\right)}=\tan\frac{p}{2}\tan\frac{1}{2}(p-c).$$

Multiplicando estas igualdades ordenadamente se tiene

$$\tan\frac{\varepsilon}{4}=\sqrt{\tan\frac{p}{2}\tan\frac{1}{2}(p-a)\tan\frac{1}{2}(p-b)\tan\frac{1}{2}(p-c)}\quad\ldots\ (361)$$

3ª Fórmula de Gua [1].—De las ecuaciones (359), la 2ª de (101), las (319) y (318) se deduce

$$\cot \varepsilon = \frac{\cot\frac{a}{2}\cot\frac{b}{2} + \cos^2\frac{C}{2} - \operatorname{sen}^2\frac{C}{2}}{2 \operatorname{sen}\frac{C}{2}\cos\frac{C}{2}} =$$

$$= \frac{\cot\frac{a}{2}\cot\frac{b}{2} + \frac{\operatorname{sen} p \operatorname{sen}(p-c) - \operatorname{sen}(p-a)\operatorname{sen}(p-b)}{\operatorname{sen} a \operatorname{sen} b}}{\frac{2\,W \operatorname{sen} p}{\operatorname{sen} a \operatorname{sen} b}} =$$

$$\frac{4\cos^2\frac{a}{2}\cos^2\frac{b}{2} + \operatorname{sen} p \operatorname{sen}(p-c) - \operatorname{sen}(p-a)\operatorname{sen}(p-b)}{2\,W \operatorname{sen} p},$$

pero

$$4\cos^2\frac{a}{2}\cos^2\frac{b}{2} = (1+\cos a)(1+\cos b),$$

$$2 \operatorname{sen} p \operatorname{sen}(p-c) = \cos c - \cos(a+b),$$

$$2 \operatorname{sen}(p-a)\operatorname{sen}(p-b) = \cos(a-b) - \cos c$$

luego

$$\cot = \frac{(1+\cos a)(1+\cos b) + \cos c - \frac{1}{2}[\cos(a+b) + \cos(a-b)]}{2\,W \operatorname{sen} p},$$

o bien

$$\cot \varepsilon = \frac{1 + \cos a + \cos b + \cos c}{2\,W \operatorname{sen} p} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (362)$$

---

1 Francés, 1712—1786.

235. Fórmulas adicionales.—De las fórmulas (318), (319), (322) y (323), se deducen fácilmente las siguientes que algunas veces son útiles:

$$\left.\begin{array}{ll} \dfrac{\cos\frac{A}{2}\cos\frac{B}{2}}{\operatorname{sen}\frac{C}{2}}=\dfrac{\operatorname{sen} p}{\operatorname{sen} c}, & \dfrac{\operatorname{sen}\frac{A}{2}\operatorname{sen}\frac{B}{2}}{\operatorname{sen}\frac{C}{2}}=\dfrac{\operatorname{sen}(p-c)}{\operatorname{sen} c}, \\ \dfrac{\cos\frac{A}{2}\operatorname{sen}\frac{B}{2}}{\cos\frac{C}{2}}=\dfrac{\operatorname{sen}(p-a)}{\operatorname{sen} c}, & \dfrac{\operatorname{sen}\frac{A}{2}\cos\frac{B}{2}}{\cos\frac{C}{2}}=\dfrac{\operatorname{sen}(p-b)}{\operatorname{sen} c}, \end{array}\right\} \ldots (363)$$

$$\left.\begin{array}{ll} \dfrac{\operatorname{sen}\frac{a}{2}\operatorname{sen}\frac{b}{2}}{\cos\frac{c}{2}}=\dfrac{\operatorname{sen}\varepsilon}{\operatorname{sen} C}, & \dfrac{\cos\frac{a}{2}\cos\frac{b}{2}}{\cos\frac{c}{2}}=\dfrac{\cos(C-\varepsilon)}{\operatorname{sen} C}, \\ \dfrac{\operatorname{sen}\frac{a}{2}\cos\frac{b}{2}}{\operatorname{sen}\frac{c}{2}}=\dfrac{\operatorname{sen}(A-\varepsilon)}{\operatorname{sen} C}, & \dfrac{\cos\frac{a}{2}\operatorname{sen}\frac{b}{2}}{\operatorname{sen}\frac{c}{2}}=\dfrac{\operatorname{sen}(B-\varepsilon)}{\operatorname{sen} C}, \end{array}\right\} \ldots (364)$$

El producto de las primeras de (318) y (319), elevadas después al cuadrado dan

$$\operatorname{sen}^2 A=\frac{4\operatorname{sen} p\operatorname{sen}(p-a)\operatorname{sen}(p-b)\operatorname{sen}(p-c)}{\operatorname{sen}^2 b\operatorname{sen}^2 c}=\frac{4\,W^2\operatorname{sen}^2 p}{\operatorname{sen}^2 b\operatorname{sen}^2 c},$$

luego

$$\operatorname{sen} A=\frac{2\,W\operatorname{sen} p}{\operatorname{sen} b\operatorname{sen} c} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (365)$$

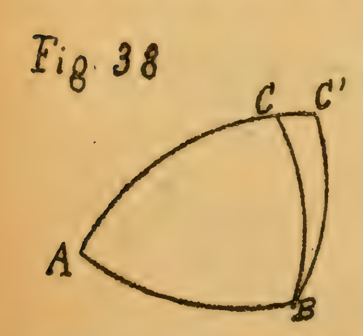
De la misma manera se obtendría

$$\operatorname{sen} a=\frac{2\operatorname{sen}\varepsilon}{W'\operatorname{sen} B\operatorname{sen} C} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (366)$$

CAPITULO II

DIFERENCIAS Y DERIVADAS DE LOS ELEMENTOS DE LOS TRIANGULOS ESFERICOS

236. PRIMER CASO. A y c CONSTANTES.—Supongamos (Fig. 38) dos triángulos esféricos que tienen el lado c común así como el ángulo A; los elementos del triángulo ABC′ son $c, b+\triangle b, a+\triangle a$, A, $B+\triangle B$, $C+\triangle C$; y los del triángulo diferencial BCC′ son $a, a+\triangle a, \triangle b$, $\pi - C, C+\triangle C$ y $\triangle B$.



Tenemos en este último (316)

$$\frac{\operatorname{sen} \triangle b}{\operatorname{sen} \triangle B} = \frac{\operatorname{sen}(a+\triangle a)}{\operatorname{sen} C} = \frac{\operatorname{sen} a}{\operatorname{sen}(C+\triangle C)} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (367)$$

y por (338)

$$\frac{\operatorname{sen} \frac{1}{2}(\pi - C + C + \triangle C)}{\operatorname{sen} \frac{1}{2}(\pi - C - C - \triangle C)} = \frac{\tan \frac{\triangle b}{2}}{\tan \frac{1}{2}(a+\triangle a - a)},$$

de donde

$$\frac{\tan \frac{\triangle a}{2}}{\tan \frac{\triangle b}{2}} = \frac{\cos\left(C + \frac{\triangle C}{2}\right)}{\cos \frac{C}{2}}, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (368)$$

y por (342)

$$\frac{\operatorname{sen}\frac{\triangle a}{2}}{\tan\frac{\triangle B}{2}}=\frac{\operatorname{sen}\left(a+\frac{\triangle a}{2}\right)}{\tan\left(C+\frac{\triangle C}{2}\right)} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \; (369).$$

Por (337) y (341)

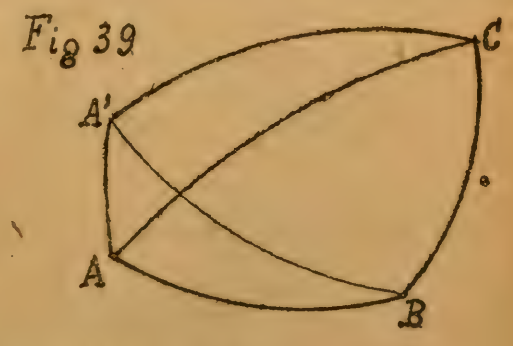
$$-\frac{\tan\frac{\triangle b}{2}}{\operatorname{sen}\frac{\triangle C}{2}}=\frac{\tan\left(a+\frac{\triangle a}{2}\right)}{\operatorname{sen}\left(C+\frac{\triangle C}{2}\right)} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \; (370),$$

$$-\frac{\tan\frac{\triangle C}{2}}{\tan\frac{\triangle B}{2}}=\frac{\cos\left(a+\frac{\triangle a}{2}\right)}{\cos\frac{\triangle a}{2}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \; (371)$$

Multiplicando (368) por (370) resulta

$$\frac{\tan\frac{\triangle a}{2}}{\tan\frac{\triangle C}{2}}=-\frac{\tan\left(a+\frac{\triangle a}{2}\right)}{\tan\left(C+\frac{\triangle C}{2}\right)} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \; (372)$$

Como en estas fórmulas se encuentran los incrementos en el segundo miembro, se calculan por aproximaciones sucesivas.



237. SEGUNDO CASO. A Y a CONSTANTES.—Los elementos del triángulo A'BC (Fig. (39) son A, a, B + △ B, b + △ b, C + △ C, c + △ c.

Tenemos $\widehat{ABA'} = \widehat{ABC} - \widehat{A'BC} = B - (B + \triangle B) = - \triangle B$, uniendo A con A′ tenemos en BAA′ y CAA′ por (341)

$$-\frac{\cos\left(c + \frac{\triangle c}{2}\right)}{\cos\frac{\triangle c}{2}} = \frac{\cot\frac{\triangle B}{2}}{\tan\frac{1}{2}(A'AB) + AA'B)},$$

$$\frac{\cos\left(b + \frac{\triangle b}{2}\right)}{\cos\frac{\triangle b}{2}} = \frac{\cot\frac{\triangle C}{2}}{\tan\frac{1}{2}(A'AC + AA'C)},$$

pero $\widehat{BAC} = \widehat{BA'C}$, puesto que $\hat{A}$ es constante, luego son iguales los cuatro términos, entonces.

$$-\frac{\tan\frac{\triangle B}{2}}{\tan\frac{\triangle C}{2}} = \frac{\cos\left(b + \frac{\triangle b}{2}\right)}{\cos\left(c + \frac{\triangle c}{2}\right)} \cdot \frac{\cos\frac{\triangle c}{2}}{\cos\frac{\triangle b}{2}} \;\ldots\ldots\ldots\ldots\; (373)$$

Esta expresión aplicada a su triángulo polar en el cual son constantes un ángulo y su lado opuesto da

$$-\frac{\tan\frac{\triangle b}{2}}{\tan\frac{\triangle c}{2}} = \frac{\cos\left(B + \frac{\triangle B}{2}\right)}{\cos\left(C + \frac{\triangle C}{2}\right)} \cdot \frac{\cos\frac{\triangle C}{2}}{\cos\frac{\triangle B}{2}} \;\ldots\ldots\ldots\; (374)$$

En ABC y A′BC tenemos

$$\text{sen } a \text{ sen } B = \text{sen } A \text{ sen } b,$$

$$\text{sen } a \text{ sen } (B + \triangle B) = \text{sen } A \text{ sen } (b + \triangle b),$$

cuyas diferencia y suma dan

$$\text{sen } a \cos\left(B + \frac{\triangle B}{2}\right) \text{sen } \frac{\triangle B}{2} = \text{sen } A \cos\left(b + \frac{\triangle b}{2}\right) \text{sen } \frac{\triangle b}{2}$$

$$\text{sen } a \text{ sen}\left(B + \frac{\triangle B}{2}\right) \cos \frac{\triangle B}{2} = \text{sen } A \text{ sen}\left(b + \frac{\triangle b}{2}\right) \cos \frac{\triangle b}{2}.$$

Dividiéndolas dan

$$\frac{\tan \frac{\triangle b}{2}}{\tan \frac{\triangle B}{2}} = \frac{\tan\left(b + \frac{\triangle b}{2}\right)}{\tan\left(B + \frac{\triangle B}{2}\right)} \quad \text{.................... (375)}$$

y del mismo modo

$$\frac{\tan \frac{\triangle c}{2}}{\tan \frac{\triangle C}{2}} = \frac{\tan\left(c + \frac{\triangle c}{2}\right)}{\tan\left(C + \frac{\triangle C}{2}\right)} \quad \text{...................... (376)}$$

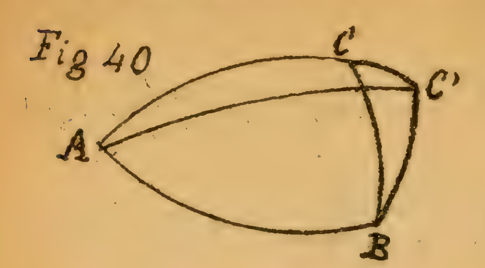
El producto de (373) por (375) da

$$-\frac{\text{sen } \frac{\triangle b}{2}}{\tan \frac{\triangle C}{2}} = \frac{\text{sen}\left(b + \frac{\triangle b}{2}\right) \cos \frac{\triangle c}{2}}{\cos\left(c + \frac{\triangle c}{2}\right) \tan\left(B + \frac{\triangle B}{2}\right)},$$

y

$$-\frac{\text{sen } \frac{\triangle c}{2}}{\tan \frac{\triangle B}{2}} = \frac{\text{sen}\left(c + \frac{\triangle c}{2}\right) \cos \frac{\triangle b}{2}}{\cos\left(b + \frac{\triangle b}{2}\right) \tan\left(C + \frac{\triangle C}{2}\right)} \quad \text{...... (377)}$$

238. Tercer caso b y c constantes.—Los elementos del triángulo ABC′ (Fig. 40) son: $b, c, a+\triangle a, B+\triangle B, C+\triangle C, A+\triangle A$. En el triángulo BCC′ tenemos por (340)



$$\frac{\operatorname{sen}\left(a+\frac{\triangle a}{2}\right)}{\operatorname{sen}\frac{\triangle a}{2}}=\frac{\cot\frac{\triangle B}{2}}{\tan\frac{1}{2}(BCC'-BC'C)}$$

Pero

$$AC'=AC, \widehat{ACC'}=\widehat{AC'C}, \text{ y } \widehat{BCC'}=\widehat{ACC'}-\hat{C}, \widehat{BC'C}=\widehat{AC'C}+C+\triangle C$$

$$\tfrac{1}{2}(\widehat{BCC'}-\widehat{BC'C})=-\left(C+\frac{\triangle C}{2}\right).$$

Por consiguiente la última igualdad se convierte en

$$-\frac{\operatorname{sen}\frac{\triangle a}{2}}{\tan\frac{\triangle B}{2}}=\frac{\operatorname{sen}\left(a+\frac{\triangle a}{2}\right)}{\cot\left(C+\frac{\triangle C}{2}\right)} \quad \text{.................} \quad (378)$$

del mismo modo

$$-\frac{\operatorname{sen}\frac{\triangle a}{2}}{\tan\frac{\triangle C}{2}}=\frac{\operatorname{sen}\left(a+\frac{\triangle a}{2}\right)}{\cot\left(B+\frac{\triangle B}{2}\right)} \quad \text{.................} \quad (379)$$

El cociente de (378) entre (379) da

$$\frac{\tan\frac{\triangle B}{2}}{\tan\frac{\triangle C}{2}}=\frac{\tan\left(B+\frac{\triangle B}{2}\right)}{\tan\left(C+\frac{\triangle C}{2}\right)} \quad \text{.................} \quad (380)$$

Los triángulos ABC, ABC′ dan

$$\cos a = \cos b \cos c + \operatorname{sen} b \operatorname{sen} c \cos A,$$

$$\cos (a + \triangle a) = \cos b \cos c + \operatorname{sen} b \operatorname{sen} c \cos (A + \triangle A),$$

de cuya diferencia se tiene

$$\frac{\operatorname{sen} \frac{\triangle a}{2}}{\operatorname{sen} \frac{\triangle A}{2}} = \frac{\operatorname{sen} b \operatorname{sen} c \operatorname{sen} \left(A + \frac{\triangle A}{2}\right)}{\operatorname{sen} \left(a + \frac{\triangle a}{2}\right)} \quad \dots\dots\dots\dots \quad (381)$$

El cociente de (378) entre (381) da

$$\frac{\operatorname{sen} \frac{\triangle A}{2}}{\tan \frac{\triangle B}{2}} = -\frac{\operatorname{sen}^2 \left(a + \frac{\triangle a}{2}\right) \tan \left(C + \frac{\triangle C}{2}\right)}{\operatorname{sen} b \operatorname{sen} c \operatorname{sen} \left(A + \frac{\triangle A}{2}\right)} \quad \dots \quad (382)$$

y del mismo modo (379) y (381)

$$\frac{\operatorname{sen} \frac{\triangle A}{2}}{\tan \frac{\triangle C}{2}} = -\frac{\operatorname{sen}^2 \left(a + \frac{\triangle a}{2}\right) \tan \left(B + \frac{\triangle B}{2}\right)}{\operatorname{sen} b \operatorname{sen} c \operatorname{sen} \left(A + \frac{\triangle A}{2}\right)} \quad \dots\dots \quad (383)$$

239. Cuarto caso.—B y C constantes. Las ecuaciones (378) y (383) aplicadas al triángulo polar dan

$$\frac{\operatorname{sen} \frac{\triangle A}{2}}{\tan \frac{\triangle b}{2}} = \frac{\operatorname{sen} \left(A + \frac{\triangle A}{2}\right)}{\cot \left(c + \frac{\triangle c}{2}\right)} \quad \dots\dots\dots\dots\dots\dots \quad (384)$$

$$\frac{\operatorname{sen} \frac{\triangle A}{2}}{\tan \frac{\triangle c}{2}} = \frac{\operatorname{sen} \left(A + \frac{\triangle A}{2}\right)}{\cot \left(b + \frac{\triangle b}{2}\right)} \quad \dots\dots\dots\dots\dots\dots \quad (385)$$

$$\frac{\tan \frac{\Delta b}{2}}{\tan \frac{\Delta c}{2}} = \frac{\tan \left(b + \frac{\Delta b}{2}\right)}{\tan \left(c + \frac{\Delta c}{2}\right)} \quad \dots\dots\dots\dots\dots\dots \quad (386)$$

$$\frac{\operatorname{sen} \frac{\Delta A}{2}}{\operatorname{sen} \frac{\Delta a}{2}} = \frac{\operatorname{sen} B \operatorname{sen} C \operatorname{sen} \left(a + \frac{\Delta a}{2}\right)}{\operatorname{sen} \left(A + \frac{\Delta A}{2}\right)} \quad \dots\dots\dots\dots \quad (387)$$

$$\frac{\operatorname{sen} \frac{\Delta a}{2}}{\tan \frac{\Delta b}{2}} = \frac{\operatorname{sen}^2 \left(A + \frac{\Delta A}{2}\right) \tan \left(c + \frac{\Delta c}{2}\right)}{\operatorname{sen} B \operatorname{sen} C \operatorname{sen} \left(a + \frac{\Delta a}{2}\right)} \quad \dots\dots \quad (388)$$

$$\frac{\operatorname{sen} \frac{\Delta A}{2}}{\tan \frac{\Delta c}{2}} = \frac{\operatorname{sen}^2 \left(A + \frac{\Delta A}{2}\right) \tan \left(b + \frac{\Delta b}{2}\right)}{\operatorname{sen} B \operatorname{sen} C \operatorname{sen} \left(a + \frac{\Delta a}{2}\right)} \quad \dots\dots \quad (389)$$

240. VARIACIONES DIFERENCIALES DE TRIÁNGULOS ESFÉRICOS.—Para tener las variaciones diferenciales basta hacer los incrementos infinitamente pequeños en las igualdades anteriores o diferenciar directamente las igualdades (316), etc.

241. PRIMER CASO. A y c constantes.

$$-\frac{d\,a}{d\,C} = \frac{\tan a}{\tan C}, \qquad \frac{d\,b}{d\,B} = \frac{\operatorname{sen} a}{\operatorname{sen} C} \quad \dots\dots\dots\dots \quad (390)$$

$$\frac{d\,a}{d\,b} = \cos C, \qquad -\frac{d\,b}{d\,C} = \frac{\tan a}{\operatorname{sen} C} \quad \dots\dots\dots\dots \quad (391)$$

$$\frac{d\,a}{d\,B} = \frac{\operatorname{sen} a}{\tan C}, \qquad -\frac{d\,C}{d\,B} = \cos a \quad \dots\dots\dots\dots \quad (392)$$

242. Segundo caso. A y a constantes.

$$-\frac{d\,B}{d\,C}=\frac{\cos b}{\cos c}, \qquad -\frac{d\,b}{d\,c}=\frac{\cos B}{\cos C} \qquad (393)$$

$$\frac{d\,b}{d\,B}=\frac{\tan b}{\tan B}, \qquad \frac{d\,c}{d\,C}=\frac{\tan c}{\tan C} \qquad (394)$$

$$-\frac{d\,b}{d\,C}=\frac{\text{sen}\,b}{\cos c\,\tan B}, \qquad -\frac{d\,c}{d\,B}=\frac{\text{sen}\,c}{\cos b\,\tan C} \qquad (395)$$

243. Tercer caso. b y c constantes.

$$-\frac{d\,a}{d\,B}=\text{sen}\,a\,\tan C, \qquad -\frac{d\,a}{d\,C}=\text{sen}\,a\,\tan B \qquad (396)$$

$$\frac{d\,B}{d\,C}=\frac{\tan B}{\tan C}, \qquad \frac{d\,a}{d\,A}=\text{sen}\,b\,\text{sen}\,C \qquad (397)$$

$$-\frac{d\,A}{d\,B}=\frac{\text{sen}\,A}{\text{sen}\,B\cos C}, \qquad -\frac{d\,A}{d\,C}=\frac{\text{sen}\,A}{\text{sen}\,C\cos B} \qquad (398)$$

244. Cuarto caso. B y C constantes.

$$\frac{d\,A}{d\,b}=\text{sen}\,A\,\tan c, \qquad \frac{d\,A}{d\,c}=\text{sen}\,A\,\tan b \qquad (399)$$

$$\frac{d\,b}{d\,c}=\frac{\tan b}{\tan c}, \qquad \frac{d\,A}{d\,a}=\text{sen}\,B\,\text{sen}\,c \qquad (400)$$

$$\frac{d\,a}{d\,b}=\frac{\text{sen}\,a}{\text{sen}\,b\cos c}, \qquad \frac{d\,a}{d\,c}=\frac{\text{sen}\,a}{\text{sen}\,c\cos b} \qquad (401)$$

245. Variaciones diferenciales de los triángulos esféricos cuando todos sus elementos son variables. — Diferenciando la ecuación (317) en el supuesto de que todas las cantidades son variables resulta

$$\text{sen}\,a\,d\,a=(\text{sen}\,b\cos c-\cos b\,\text{sen}\,c\cos A)\,d\,b+$$

$$(\text{sen}\,c\cos b-\cos c\,\text{sen}\,b\cos A)\,d\,c+\text{sen}\,b\,\text{sen}\,c\,\text{sen}\,A\,d\,A.$$

Dividiendo entre sen a y por la 3ª de (334) y (316) resultan

$$da = \cos C\, db + \cos B\, dc + \operatorname{sen} b \operatorname{sen} C\, dA \quad \dots\dots\dots\dots\dots (402)$$

y

$$db = \cos A\, dc + \cos C\, da + \operatorname{sen} c \operatorname{sen} A\, dB \quad \dots\dots\dots\dots\dots (403)$$

$$dc = \cos B\, da + \cos A\, db + \operatorname{sen} a \operatorname{sen} B\, dC \quad \dots\dots\dots\dots\dots (404)$$

permutando letras y en el último término recordando la (316).

Como se tienen tres ecuaciones conocidas, tres de las diferenciales se pueden determinar las otras tres.

CAPITULO III

RESOLUCION DE TRIANGULOS MONORECTANGULOS

246. Consideraremos solamente triángulos que tienen un ángulo recto, pues en un triángulo birectángulo en A y en B el vértice C es el polo del lado c y su medida es c, de modo que los otros lados valen $\frac{\pi}{2}$. Si el triángulo es trirectángulo, cada vértice es el polo del lado opuesto y los tres lados son iguales a $\frac{\pi}{2}$,

En lo de adelante supondremos que los lados y los ángulos están comprendidos entre cero y π; por consiguiente, si uno de los elementos está dado por su coseno, su tangente o su cotangente estará bien determinado el elemento, y si su valor es negativo se le cambiará el signo y se tomará el suplemento. Si el elemento está dado por el seno, no estará bien determinado.

247. Primer caso.—Se dan la hipotenusa a y un lado b. Las ecuaciones (343), (345) y (346) dan

$$\cos c = \frac{\cos a}{\cos b}, \qquad \operatorname{sen} B = \frac{\operatorname{sen} b}{\operatorname{sen} a}, \qquad \cos C = \frac{\tan b}{\tan a}.$$

Como sabemos que el $\widehat{B}$ y b deben ser de la misma especie, no hay ambigüedad, no obstante que $\widehat{B}$ está dado por su seno.

248. Varias veces conviene determinar los elementos in-

cógnitos por sus tangentes; en este caso se emplean las fórmulas (349) y (351) y sólo hay que buscar cuatro logaritmos. Para que el triángulo exista es preciso y suficiente que la hipotenusa esté comprendida entre el lado dado y su suplemento, pues en este caso, prescindiendo del signo, se tiene

$$\cos a < \cos b, \quad \operatorname{sen} a > \operatorname{sen} b, \quad \tan a > \tan b,$$

por consiguiente

$$\left.\begin{array}{r}\cos c\\ \operatorname{sen} B\\ \cos C\end{array}\right\} < 1.$$

249. Segundo caso. — Se dan la hipotenusa a y un ángulo B.

Se tienen (345), (346) y (344).

$$\operatorname{sen} b = \operatorname{sen} a \operatorname{sen} B, \quad \tan c = \tan a \cos B, \quad \cot C = \cos a \tan B.$$

Si quedara mal determinado b se calcula primero c o C y se emplea la fórmula

$$\tan b = \operatorname{sen} c \tan B, \qquad o \qquad \tan b = \tan a \cos C.$$

250. Tercer caso.—Se dan los lados b y c (siempre es posible).

Las ecuaciones (343) y (347) dan

$$\cos a = \cos b \cos c, \quad \tan B = \tan b \operatorname{coe} c, \quad \tan C = \tan c \operatorname{coe} b.$$

Si a queda mal determinado, se calculan B o C y después se emplean las fórmulas

$$\tan a = \tan c \sec B, \quad \tan a = \tan b \sec C.$$

251. Cuarto caso.—Se conocen los dos ángulos B y C. Podemos utilizar las fórmulas

$$\cos a = \cot B \cot C, \quad \cos b = \cos B \operatorname{coc} C, \quad \cos c = \cos C \operatorname{coe} B.$$

O mejor las siguientes (354) y (356).

$$\tan \frac{a}{2} = \sqrt{\frac{-\cos(B+C)}{\cos(B-C)}},$$

$$\tan \frac{b}{2} = +\sqrt{\tan\left(\frac{B+C}{2} - \frac{\pi}{4}\right) \tan\left(\frac{B-C}{2} + \frac{\pi}{4}\right)},$$

$$\tan \frac{c}{2} = +\sqrt{\tan\left(\frac{B+C}{2} - \frac{\pi}{4}\right) \tan\left(\frac{C-B}{2} + \frac{\pi}{4}\right)}.$$

252. Para que el problema sea posible, basta que la suma $B+C$ esté comprendida entre $\frac{\pi}{2}$ y $\frac{3\pi}{2}$ y que la diferencia $B-C$ esté comprendida entre $-\frac{\pi}{2}$ y $\frac{\pi}{2}$. Sólo hay una solución.

253. Quinto caso.—Se dan el lado b y el ángulo adyacente C (siempre es posible).

Se emplean las fórmulas

$$\cos B = \cos b \operatorname{sen} C, \quad \tan a = \tan b \sec C, \quad \tan c = \operatorname{sen} b \tan C.$$

Si el $\widehat{B}$ está mal determinado se calcula primero a o c, y se tiene $\widehat{B}$ por una de las siguientes:

$$\cot B = \cos a \tan C, \qquad \cot B = \operatorname{sen} c \cot b$$

254. Sexto caso.--Se dan un lado b y el ángulo opuesto B. Las fórmulas (345), (347) y (348) dan:

$$\operatorname{sen} a = \frac{\operatorname{sen} b}{\operatorname{sen} B}, \qquad \operatorname{sen} c = \frac{\tan b}{\tan B}, \qquad \operatorname{sen} C = \frac{\cos B}{\cos b}.$$

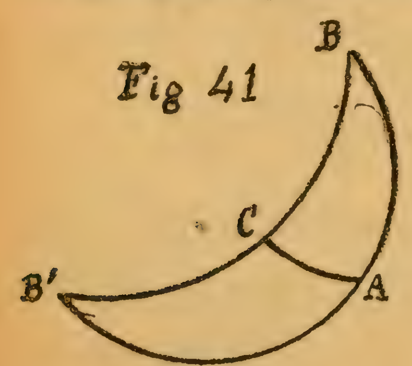
Es preferible emplear la (350) y las segundas de (353) y (357).

255. Este caso admite dos soluciones, excepto cuando se tiene $b = B$, pues entonces resulta que

$$\operatorname{sen} a = \operatorname{sen} c = \cos C = 1, \qquad a = c = C = \frac{\pi}{2}$$

y el triángulo es birectángulo.

Supongamos que el triángulo ABC (Fig. 41) satisface a los datos si prolongamos BA y BC hasta que se encuentren en B′, el triángulo AB′C responde también a la cuestión; los dobles signos antepuestos a los radicales corresponden a las dos soluciones.



Supongamos que B es diferente de B′ 1º $b < \frac{\pi}{2}$, es preciso para que el problema sea posible que se tenga $B < \frac{\pi}{2}$ y que $b < B$. En este supuesto siendo positivo $\cos b$, la ecuación (343) nos dice que a y c son al mismo tiempo inferiores o superiores a $\frac{\pi}{2}$; lo mismo sucede con respecto a c y C. Si llamamos a', c', C' los valores inferiores a $\frac{\pi}{2}$ que dan las tablas tendremos las dos soluciones

$$a = \begin{cases} a' \\ \pi - a' \end{cases}, \qquad c = \begin{cases} c' \\ \pi - c' \end{cases}, \qquad C = \begin{cases} C' \\ \pi - C' \end{cases}.$$

256. Resolución de triángulos que se reducen a la de los triángulos rectángulos.—1º *Los triángulos rectiláteros*, pues basta considerar sus triángulos suplementarios. 2º *Los triángulos isósceles* porque se pueden dividir en dos triángulos rectángulos por medio de un arco de círculo máxi-

mo tirado desde el ángulo comprendido entre los lados iguales y que sea perpendicular al lado opuesto. 3º Si el triángulo propuesto tiene dos lados o dos ángulos suplementarios; (Fig 41), prolongando los lados BC y AB hasta su intersección en B′. El triángulo AB′C tiene iguales los lados CA y CB′, si AC y BC son suplementarios; o A y B′ si los ángulos A y B son suplementarios.

EJEMPLOS

Se conocen $\begin{cases} a = 81°13' \\ b = 36°48' \end{cases}$

log cos $a = \bar{1}.183834$	log sen $b = \bar{1}.777507$	log tán b — $\bar{1}.874048$
log cos $b = \bar{1}.777507$	log sen $a = \bar{1}.994877$	log tan a — 0.811042
log cos $c = \bar{1}.906327$	log sen B $= \bar{1}.782630$	log cos C — $\bar{1}.063006$

Cuál es el ángulo horário y la distáncia zenital de una estrella cuya declinación es 39°5′20″ cuando pasa por el primer vertical de un lugar cuya látitud es 39°5′54″.

$\varphi - \delta =$ 0° 0′34″	log sen $(\varphi - \delta)$	$\bar{4}.21705$	log tan $\frac{1}{2}(\varphi - \delta)$
$\varphi + \delta =$ 78°11′14″	log sen $(\varphi + \delta)$	$\bar{1}.99070$	log tan $\frac{1}{2}(\varphi + \delta)$
		$\bar{4}.22635$	
	log tán $\frac{1}{2} h$	$\bar{2}.11318$	
		$t = 1°29'13''$	
			$\bar{5}.91602$
			$\bar{4}.90982$
			$\bar{4}.00620$
			log tán $\frac{1}{2} = z$ $\bar{2}.00310$
			$z = 1°9'14''.6$

CAPITULO IV

RESOLUCION DE TRIANGULOS ESFERICOS OBLICUOS

257. Cuando un elemento está determinado por su seno tiene dos valores, algunas veces puede saberse cuál debe tomarse recordando los siguientes principios de Geometría: 1º *Al mayor lado está opuesto el mayor ángulo y vice versa.* 2º *Cada lado es menor que la suma de los otros dos.* 3º *La suma de los tres lados es menor que* 4^R. 4º *La suma de los tres ángulos de un triángulo esférico, está comprendida entre dos y seis rectos.* 5º *Cada ángulo es mayor que la diferencia entre* π *y la suma de los otros dos.* 6º *Un lado que difiere más de* $\frac{\pi}{2}$ *que otro está en el mismo cuadrante que su ángulo opuesto.*

258. Casos I y II.—Dados los tres lados a, b, c o los tres ángulos A, B, C, encontrar los demás elementos.

Primer método.—Se encuentran los ángulos por las fórmulas (318), (319) o (320); en todas éstas se toman los signos $+$, debe preferirse la determinación de los ángulos ^{A}, etc. por sus tangentes por lo que ya se ha dicho. Cuando se desea obtener un ángulo A o un lado a solamente es mejor emplear la fórmula (318) cuando $\frac{A}{2} < \frac{\pi}{2}$ y la (319) cuando $\frac{A}{2} > \frac{\pi}{2}$

259. Las condiciones para que los radicales sean reales son las mismas que las que se necesitan para que el triángulo sea posible.

Segundo método.—Cuando sólo un ángulo se busca se conocerá por las fórmulas

$$\cot \psi = \frac{\cos b \cos c}{\operatorname{sen} a}, \qquad \cos A = \frac{\operatorname{sen}(\psi - a)}{\operatorname{sen} b \operatorname{sen} c \operatorname{sen} \psi}.$$

Si es un lado el que se desea conocer se emplean las siguientes:

$$\tan \varphi = \frac{\cos B \cos C}{\operatorname{sen} A}, \qquad \cos a = \frac{\cos(A - \varphi)}{\operatorname{sen} B \operatorname{sen} C \operatorname{sen} \varphi}$$

260. Casos III y IV.—Se dan dos lados a, b y el ángulo comprendido C, o un lado c y los ángulos adyacentes A y B.

Primer método.—Si se conocen a, b y C, se encontrarán A y B por las fórmulas (341) y (342) de Napier, y después c por la (337.) Si los elementos dados son A, B y c se calcularán a y b por las (337) y (338) y después C por la (341).

Segundo método.—Se determina a c por las (317) o A por la (318) y a B por la (336).

También se emplean las fórmulas siguientes: se calculan los ángulos auxiliares φ y ψ haciendo

$$\tan \varphi = \tan a \cos C, \quad \tan \psi = \tan b \cos C \; \ldots\ldots\ldots\ldots \; (405)$$

la tercera fórmula de (317) se convierte en

$$\cos c = \frac{\cos a \cos(b - \varphi)}{\cos \varphi} \; \ldots\ldots\ldots\ldots \; (406)$$

y por la quinta de (339)

$$\cot A = \frac{\cot C \operatorname{sen}(b - \varphi)}{\operatorname{sen} \varphi} \; \ldots\ldots\ldots\ldots \; (407)$$

$$\cot B = \frac{\cot C \operatorname{sen}(a - \psi)}{\operatorname{sen} \psi} \; \ldots\ldots\ldots\ldots \; (408)$$

Como c puede estar mal determinado por su coseno se procede así:
la fórmula que da cos c se puede escribir del modo siguiente

$$\cos c = \cos(a-b) - 2 \operatorname{sen} a \operatorname{sen} b \operatorname{sen}^2 \frac{C}{2}.$$

reemplazando

$$\cos c \text{ por } 1 - 2 \operatorname{sen}^2 \frac{c}{2}, \quad \cos(a-b) \text{ por } 1 - 2 \operatorname{sen}^2 \frac{a-b}{2},$$

resulta

$$\operatorname{sen}^2 \frac{c}{2} = \operatorname{sen}^2 \frac{a-b}{2} + \operatorname{sen} a \operatorname{sen} b \operatorname{sen}^2 \frac{C}{2}.$$

Haciendo

$$\tan \omega = \frac{\operatorname{sen} \frac{C}{2}}{\operatorname{sen} \frac{a-b}{2}} \sqrt{\operatorname{sen} a \operatorname{sen} b}$$

se tiene

$$\operatorname{sen} \frac{c}{2} = \frac{\operatorname{sen} \frac{a-b}{2}}{\cos \omega} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (409)$$

261. OBSERVACIÓN.—Puesto que los lados y los ángulos son menores que π los cuatro casos que hemos estudiado sólo admiten una solución y los dos últimos siempre son posibles.

262. CASOS V Y VI.—Se dan dos lados a y b y el ángulo A opuesto a uno de ellos, o dos ángulos A y B y el lado a opuesto a uno de los ángulos.

Primer método.—La fórmula (316) nos dará a conocer a B o a b. Las incógnitas C y c se determinan por las fórmulas de Napier.

Para que el problema sea posible es preciso que la incógnita sen B o sen b esté comprendida entre cero y 1; si esta condición se verifica las tablas darán para B o b dos valores suplementarios.

263. Observaremos que tan $\frac{C}{2}$ y tan $\frac{c}{2}$ deben ser positivas, para lo cual es preciso que las diferencias A — B o $a - b$ sean del mismo signo. Si no se verifica esta condición el problema es imposible.

Si se verifica para uno de los valores de B o de b este es el admisible y sólo hay una solución. Estos dos últimos casos admitirán, pues, dos soluciones, una solución o ninguna, por eso se dice que son casos dudosos.

Segundo método.—Se dan a, b y A. Se determinan a B c y C por las relaciones

$$\operatorname{sen} B = \frac{\operatorname{sen} b \operatorname{sen} A}{\operatorname{sen} a}, \qquad \cos(c - \varphi) = \frac{\cos a \cos \varphi}{\cos b},$$

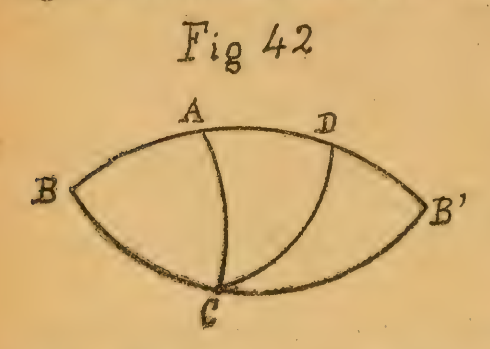
$$\cos(C - \psi) = \tan b \cot a \cos \psi.$$

Cuando el problema es posible, el valor de sen B estará comprendido entre cero y 1 los valores de cos $(c + \varphi)$ y de cos $(C - \psi)$ estarán comprendidos entre $+1$ y -1. Los ángulos φ y ψ lo estarán entre cero y π.

Las tablas darán para B un valor comprendido entre cero y $\frac{\pi}{2}$. y para $c - \varphi$ y $C - \psi$ valores comprendidos entre cero y π. Pero también los valores de $\pi - B$ y $\varphi - c$, $\psi - C$ satisfacen a la ecuación, puesto que los senos de dos ángulos suplementarios son iguales y tienen el mismo signo; los cose-

nos de dos ángulos iguales y de signos contrarios son iguales y del mismo signo.

264. Para interpretar geométricamente los valores de los ángulos auxiliares, sea ABC (Fig. 42) el triángulo que se considera, del vértice C bajaremos el arco CD perpendicular a AB éste caerá adentro o afuera del triángulo, según que los ángulos A y B sean de la misma especie o especie diferente porque CD tiene que ser a la vez de la misma especie que los $\widehat{B}$ y $\widehat{CAD}$. En el triángulo rectángulo DCA tenemos



$$\tan AD = \tan b \times \begin{cases} \cos A \\ \cos(\pi - A), \end{cases} \qquad \cos b = \cot ACD \times \begin{cases} \cot A \\ \cot(\pi - A), \end{cases}$$

Vemos que AD representa a φ, $\widehat{ACD}$ representa a ψ, $BD = c - \varphi$. Veamos cómo deben agruparse los dobles valores para formar las dos soluciones. Si A y B son de la misma especie. $c - \varphi$ y $C - \psi$ son positivos. Son negativos si A y B son de especie diferente, puesto que φ y ψ están comprendidos entre cero y π. Luego al valor de B de la primera especie que A, deberán reunirse los que resulten para c y C de los valores positivos de $c - \varphi$ y $C - \psi$ (primera solución). Al valor de B de distinta especie que A, deberán reunirse los que resulten para c y C de los valores negativos de $c - \varphi$ y $C - \psi$ (segunda solución).

De un modo análogo trataríamos el sexto caso.

265. En el caso de que los lados de un triángulo esférico sean muy pequeños con respecto al radio de la esfera a la

cual pertenece el triángulo, se puede simplificar el cálculo en virtud del teorema siguiente de *Legendre:*

Si se tienen un triángulo esférico cuyos lados sean muy poco curvos, y un triángulo rectilíneo cuyos lados sean respectivamente iguales en extensión a los del esférico, la diferencia de los ángulos de uno y otro es constante e igual a la tercera parte del exceso esférico.

Sean A, B, C los ángulos del triángulo esférico; A′, B′, C′ los del rectilíneo; y a, b, c, los lados comunes a ambos. Se tiene (234):

$$\cos A' = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2\,b\,c} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \text{(m)}$$

de donde se deduce

$$\operatorname{sen}^2 A' = \frac{4\,b^2\,c^2 - (b^2 + c^2 - a^2)^2}{4\,b^2\,c^2} = \frac{2\,a^2 b^2 + 2\,a^2 c^2 + 2\,b^2 c^2 - (a^4 + b^4 + c^4)}{4\,b^2\,c^2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \text{(n)}$$

Substituyendo en la igualdad (317) los desarrollos de los senos y cosenos (187) y (188), llevando la aproximación solamente hasta la 4ª potencia en virtud de ser $a\ b\ c$ muy pequeños, se tiene

$$\cos A = \frac{\frac{1}{2}\left(b^2 + c^2 - a^2\right) - \frac{1}{24}\left(b^4 + c^4 - a^4\right) - \frac{b^2 c^2}{4}}{b\,c\left[1 - \frac{1}{6}\,(b^2 + c^2)\right]} =$$

$$\frac{\frac{1}{2}\left(b^2 + c^2 - a^2\right) - \frac{1}{24}\left(b^4 + c^4 - a^4 + 6\,b^2 c^2\right)}{b\,c}\left[1 + \frac{1}{6}(b^2 + c^2)\right] =$$

$$\frac{b^2 + c^2 - a^2}{2\,b\,c} - \frac{2\,a^2 b^2 + 2\,a^2 c^2 + 2\,b^2 c^2 - (a^4 + b^4 + c^4)}{24\,b\,c}$$

Atendiendo a las igualdades (m) y (n) resulta

$$\cos A = \cos A' - \frac{bc}{6} \operatorname{sen}^2 A'$$

El último término de esta igualdad es pequeñísimo, puesto que en él entra como factor el producto bc que es muy pequeño, luego A y A′ difieren muy poco; si llamamos x su diferencia, podemos poner

$$\cos A = \cos(A' + x) = \cos A' - x \operatorname{sen} A',$$

tomando el arco x por su seno y la unidad por el coseno; igualando este valor con el anterior, se obtiene

$$x = \frac{bc}{6} \operatorname{sen} A' = \frac{s}{3},$$

llamando s la superficie del triángulo rectilíneo.

Los cálculos anteriores se han hecho en el supuesto de que el radio de la esfera era la unidad; si llamamos S la superficie de otro triángulo semejante a aquél, pero trazado sobre una esfera de radio R, tendremos $s = \frac{S}{R^2}$ luego

$$x = A - A' = \frac{S}{3R^2}.$$

De la misma manera hallaríamos

$$B - B = \frac{S}{3R^2}, \qquad C - C' = \frac{S}{3R^2}.$$

Sumando estas tres igualdades tenemos:

$$A + B + C = A' + B' + C' + \frac{S}{R^2},$$

pero

$$A + B + C = \pi + \varepsilon, \qquad y \qquad A' + B' + C' = \pi;$$

luego

$$x = \frac{\varepsilon}{3} \qquad y \qquad \varepsilon = 3x = \frac{S}{R^2 \operatorname{sen} 1''}$$

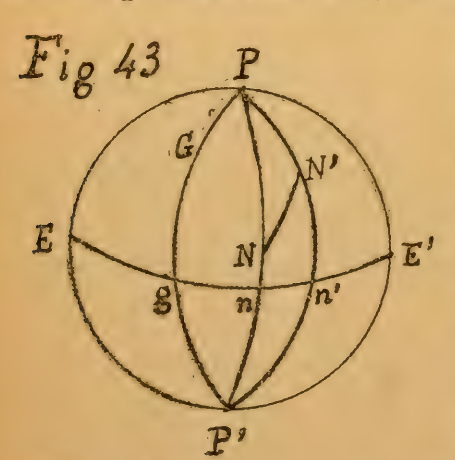
puesto que x estaba expresado en partes del radio, tiene que multiplicarse por sen 1″ para que esté expresado en segundos.

CAPITULO V

APLICACIONES

266. PROBLEMA 1º — *Se desea conocer la distancia que hay entre dos puntos de la superficie de la Tierra, suponiendo que ésta es una esfera; se conocen las longitudes y latitudes de los dos puntos.*

Sean (Fig. 43) PP′ el eje polar, EgE′ el ecuador, N y N′ los dos puntos dados cuya distancia NN′ se busca; PNP PN′P′ y PGP′ son los meridianos que pasan por N y N′ y por Greenwich [1] ng y $n'g$ serán las longitudes de los puntos N y N′ respectivamente y nN, n'N′ sus latitudes. En el triángulo esférico PNN′ se conocen el ángulo P medido por el arco $n'g - ng$ diferencia de las longitudes dadas y los lados PN y PN′ que son los complementos de las latitudes de N y N′, en consecuencia se emplean las fórmulas (388) y (389), por ejemplo: ¿cuál es la distancia entre París ($\varphi = 48°50'11''.2$,



1 El meridiano que pasa por cierto punto del Observatorio de Greenwich se toma como origen de las longitudes.

$L = 2°20'14''.4$) y Berlín ($\varphi' = 52°30'16''.7$, $L' = 13°23'43''.6$)? será $L' - L = 11°3'29''.2$.

267. PROBLEMA 2º—*Calcular el volumen de un paralelipípedo oblicuo, conociendo las longitudes de sus aristas y los ángulos que estas aristas hacen entre sí.*

Sean p, p', p'' las longitudes de las tres aristas que se unen en el vértice O del paralelipípedo, haciendo centro en este vértice con un radio igual a 1 trazamos una esfera, que cortará a las caras determinadas por las aristas pp', pp'', $p'p''$ según un triángulo esférico. Los lados a, b, c de este triángulo serán los ángulos planos dados del ángulo triedro, que tiene por vértice el centro de la esfera, y los ángulos A, B, C serán iguales a los ángulos diedros del mismo ángulo triedro.

La base del paralelipípedo tiene por medida pp' sen c; si H es su altura, el volumen buscado es

$$V = H\,pp' \operatorname{sen} c.$$

Además, si por el vértice desde el cual se ha bajado la altura H se tira una perpendicular H′ sobre la arista p y que se une el pie de H′ al de H, esta última recta hará con H′ un ángulo igual a A y se tendrá

$$H' = p'' \operatorname{sen} b, \qquad H = H' \operatorname{sen} A = p'' \operatorname{sen} b \operatorname{sen} A;$$

por consiguiente se tiene

$$V = p.p'\,p'' \operatorname{sen} b \operatorname{sen} c \operatorname{sen} A.$$

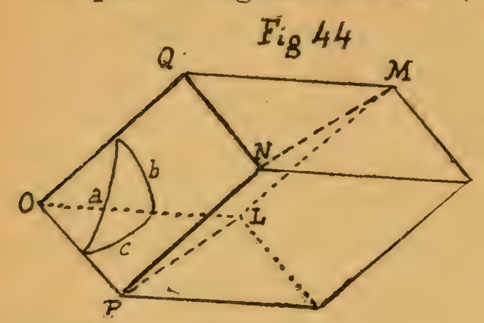
Pero

$$\operatorname{sen} A = \frac{2}{\operatorname{sen} b \operatorname{sen} c}\sqrt{\operatorname{sen} p \operatorname{sen}(p-a)\operatorname{sen}(p-b)\operatorname{sen}(p-c)};$$

luego

$$V = 2\, pp'p'' \sqrt{\operatorname{sen} p \operatorname{sen} (p-a) \operatorname{sen} (p-b) \operatorname{sen} (p-c)}.$$

El plano diagonal LMNP (Fig. 44) divide al paralelipípedo en dos prismas triangulares equivalentes. El tetraedro OLPQ formado sobre las tres aristas puede considerarse que su vértice es Q y su base es OLP; su volumen es pues el tercio del del prisma $\frac{V}{2}$ o el sexto del paralelipípedo V, luego su volumen V′ es



$$V' = \frac{pp'p''}{3} \sqrt{\operatorname{sen} p \operatorname{sen} (p-a) \operatorname{sen} (p-b) \operatorname{sen} (p-c)}.$$

De esto puede deducirse el volumen de un tetraedro en función de sus seis aristas.

268. Problema 3º—*Calcular la ascensión recta* α *de una estrella y su declinación* δ, *conociendo su latitud* $l = 51°2'3''.7$, *su longitud* 29°13′14″.0, *siendo* 23°27′30″ *la oblicuidad de la eclíptica.*

269. Problema 4º—*Se desea saber la duración del día más largo y el más corto* en un lugar cuya latitud es $\varphi = 51°30'49''$ (sin tomar en cuenta la refracción y el diámetro aparente del Sol).

270. Problema 5º—*Calcular la latitud de Roma, sabiendo que la distancia de París a Roma es de* 1102^KM^ *la longitud de Roma respecto de París es* 10°8′37″ *y la latitud de París es* 48°50′49″.

271. Problema 6º—En cierto instante se mide la altura y el azimut de una estrella cuya declinación se conoce; se quiere conocer su ángulo horario y la latitud del lugar de observación.

ELEMENTOS DE DIEZ TRIANGULOS ESFERICOS						
	a	*b*	*c*	A	B	C
1	25°13′12″	37°14′ 9″	58°31′51″	18°37′50″.0	26°58′46″.1	140°14′49.″8
2	124 12 31	54 18 16	97 12 25	127 22 3 .4	51 18 13 .1	72 26 40 .3
3	93 44 45	27 16 8	88 12 19	101 44 19 .8	26 42 52 .2	78 43 29 .9
4	53 19 34	42 18 17	26 11 15	102 55 3 .4	54 52 50 .4	32 25 56 .6
5	82 33 51	27 16 9	89 12 24	75 11 21 .8	26 31 57 .1	102 52 8 .5
6	82 11 17	64 19 21	31 31 30	119 41 37 .2	52 12 26 .9	27 17 17 .2
7	20 19 18	21 17 51	19 12 11	61 0 52 .2	66 10 59 .9	55 56 28 .8
8	55 36 19	77 12 17	63 9 41	57 42 14 .0	92 36 47 .2	66 4 17 .2
9	42 19 31	83 44 19	65 12 10	39 46 10 .7	109 11 58 .8	59 35 33 .8
10	89 59 59	88 58 58	87 57 57	90 2 9 .1	88 58 55 .8	87 57 55 .8

Nota.—Las funciones goniométricas inversas tal vez convendría escribirlas así:

$$a = \widehat{\text{sen}}\, s.$$

$$a = \widehat{\tan}\, u, \&.$$

El teorema § 160 es realmente corolario del teorema anterior. En efecto, de la primera de (232) se obtiene $c = b \cos A + \sqrt{a^2 - b^2 \operatorname{sen}^2 A}$; pero $a^2 - b^2 \operatorname{sen}^2 A = a^2 \operatorname{sen}^2 B + a^2 \cos^2 B - a^2 \operatorname{sen}^2 A$ y por (225) $\sqrt{a^2 - b^2 \operatorname{sen}^2 A} = \sqrt{a^2 \cos^2 B + a^2 \operatorname{sen}^2 A - a^2 \operatorname{sen}^2 A} = a \cos B$.

ERRATAS

Págs.	Línea	Dice	Debe decir
406	14	$\frac{2\pi}{1^{\gamma}} r\, n^{g}$	$\frac{2\pi}{1^{\gamma}} r\, n^{\gamma}$
406	25	206″.264806	20626″.4806
407	8	$4 \chi 90$	4×90
412	15	$= \frac{c\,n}{c\,o} = \frac{q\,o}{q\,p}$	$= \frac{c\,n}{c\,o}, \frac{q\,o}{q\,p}$
415	9	$\cos \pi = \infty$	cce $\pi = \infty$
433	3	coe x— coe u —	coe x — coe u = —
434	24	$\cos (m = 1)\, x$	$\cos (m - 1)\, x$
435	3	(52)	(51)
435	13	generales	generales (90) a (93)
435	20	$\cos^3 x - 4 \operatorname{sen} 2\, x$	$\cos x - \operatorname{sen} 2\, x$
435	24	$2 \cos x$	$\cos 2\, x$
437	2	$\overline{1 + \tan x \tan^2 x}$	$\overline{1 - \tan x \tan 2\, x}$
437		las fórmulas (106) y (107) deben quedar antes del § 64.	
442	14	$\operatorname{sen} \left(1^{R} - m - \frac{m-1}{2} h\right)$	$\operatorname{sen} \left(1^{R} - n - \frac{m-1}{2} h\right)$
443	8	§ 32	§ 33
443	17	(100)	(86)
448	3	$\sqrt{\tan \frac{\varphi}{2}}$	$\sqrt[3]{\tan \frac{\varphi}{2}}$
448	8	$\frac{r \cos 2\,\theta}{\operatorname{sen} 2\,\theta}$	$\frac{2 \cos 2\,\theta}{\operatorname{sen} 2\,\theta}$
448	11	$= \frac{u + z}{2}$	$= - \frac{u + z}{2}$
449	8	$\sqrt[3]{\tan \frac{x}{2}} = \tan \delta$	$\sqrt[3]{\tan \frac{x}{2}}$
449	10	$\sqrt{\frac{p}{2}}$	$\sqrt{\frac{p}{3}}$
450	14	$\cos \left(60^\circ - \frac{\varepsilon}{6}\right)$	$\cos \left(60^\circ - \frac{\varepsilon}{3}\right)$

Págs.	Línea	Dice	Debe decir
452	8	$-\frac{n+m}{n-m}$	$\frac{n+m}{n-m}$
453	10	cos	cos x
453	13	cos	cos θ
456	12	$\frac{2x}{1+x^2}$	$\frac{2x}{1-x^2}$
458	6	(78)	(76)
458	7	$= \text{sen}^2 x$	$-\text{sen}^2 x$
459	5	el primer miembro debe tener signo —	
460	4	,, ,, ,, ,, ,, ,, —	
460	5	$\frac{1}{\cos x}$	$\frac{1}{\cos^2 x}$
460	11	el primer miembro debe tener signo —	
464	7	p debe estar como exponente.	
466	4	$(-1)^{\frac{m-1}{2}}$	$m(-1)^{\frac{m-1}{2}}$
466	9	5	5!
469	13	(189)	(191)
472	20	los números 2 deben ser n	
474	11	$\cos(m-2)u$	$m\cos(m-2)u$
475	10	el signo del término debe ser +	
476	3	$\left(x-\frac{1}{x}\right)^m x^m$	$\left(x-\frac{1}{x}\right)^m = x^m$
477	13	empieza con	
479	3	$-+$	$+$
479	4 y 7	deben empezar con	
480	19	$\overline{PD} = \overline{PO}$	$\overline{PD}^2 = \overline{PO}^2$
481	5	(196)	(209)
481	7	(10)	(210)
481	12	$\cos n\,a$	$\cos m\,a$
482	5	los números 2 deben ser exponentes m.	
487	7	tiene $\cos u = 0$	tienen $\text{sen}\, u = \cos u = 0$,
491	12	a	$\frac{a}{2}$
494	17	los valores	los logaritmos
511	11	$\text{sen}(a+\delta)$	$\text{sen}(a+\gamma)$
528	1	h	h_b
530	12	(242)	(243)

Págs.	Línea	Dice	Debe decir
531	3	en el primer miembro $\frac{1}{r}$	$\frac{1}{r_c}$
532	10	r sen a	r tan a
534	2	$a^2 + c$	$a^2 + c^2$
535	20	Ω	Ω'^2
535	21	—	=
539	2	(247)	(235)
540	10	A + C	A + B
541	14	+	—
541	18	b, c y A siendo	a, b, C siendo B y C muy pequeños.
543	19	(158)	(175)
543	20	el primer miembro debe tener signo —	
544	4	,, ,, ,, ,, ,, ,, —	
544	5	(240)	(260)
545	4	$\frac{1}{2}$ c	$\frac{1}{2}\underline{\text{c}}$
545	10	— sen $\frac{1}{2}$ C	— sen $\frac{1}{2}\underline{\text{C}}$
546	15	el primer miembro debe tener signo —	
546	15	$\underline{\text{B}} + \frac{1}{2}\underline{\text{B}}$	$\text{B} + \frac{1}{2}\underline{\text{B}}$
547	4	tan $\frac{1}{2}$ B + tan $\frac{1}{2}$ C	tan $\frac{1}{2}\underline{\text{B}}$ + tan $\frac{1}{2}\underline{\text{C}}$
547	4	sen $\frac{1}{2}$ A	— sen $\frac{1}{2}$ A
547	6	cos $\frac{1}{2}$ B	cos $\frac{1}{2}\underline{\text{B}}$
557	14	$\pm$	$\mp$
561	14	debe quitarse sen b y donde dice cos ψ debe decir cos ψ coe b	
569		desde la 5ª línea hasta el fin donde dice $\frac{\varepsilon}{2}$ debe decir ε y donde dice $\frac{\varepsilon}{4}$ debe decir $\frac{\varepsilon}{2}$	
570	11	cot	cot ε
578	12	— cos a	= cos a
584	5	cos	sen
590	17	$c - \varphi$	$c \pm \varphi$
591	21	$-(a^4 + b^4 + c^4)$	$+(a^4 + b^4 + c^4)$
594	8	P N P	P N P′
596	27	48° 50′ 49″	48° 50′ 11″.2

En el cuadro de valores de los senos de 3° en 3°, línea 8, dice cos 3; debe decir cos 3 x.

En el § 78, donde dice $\frac{\pi}{8}$, debe decir $\frac{\pi}{4}$,

INDICE

CAPITULO I

INTRODUCCION

CAPITULO II

Funciones Goniométricas

CAPITULO III

Fórmulas generales y aplicaciones

CAPITULO IV

Resolución de ecuaciones goniométricas

CAPITULO V

Derivadas de las funciones goniométricas

CAPITULO VI

Fórmula de Moivre. Aplicaciones y otras fórmulas

CAPITULO VII

Construcción de tablas de las funciones goniométricas

SEGUNDA PARTE

TRIGONOMETRIA RECTILINEA

CAPITULO I

Fórmulas fundamentales y fórmulas para calcular la superficie de un triángulo

CAPITULO II

Resolución de triángulos rectángulos

CAPITULO III

Resolución de triángulos oblicuángulos

CAPITULO IV

Problemas de Trigonometría rectilínea

CATUITLO V

Diferencias y diferenciales de triángulos planos

TERCERA PARTE

TRIGONOMETRIA ESFERICA

CAPITULO I

Fórmulas generales

CAPITULO II

Diferencias y derivadas de los elementos de los triángulos esféricos

CAPITULO III

Resolución de triángulos monorectángulos

CAPITULO IV

Resolución de triángulos esféricos oblicuos

CAPITULO V

Aplicaciones

INDICE DEL TOMO 34 DE MEMORIAS

TABLE DES MATIÈRES DU TOME 34 DES MÉMOIRES

ERRATA NOTABLE

En la página 389 debe suprimirse la latitud de Campeche.

FIN DEL TOMO 34 DE MEMORIAS

El tomo 35 de MEMORIAS está en prensa.

Le tome 35 des MÉMOIRES est sous presse.